Università
Ca'Foscari
Venezia

Corso di Laurea magistrale
in Economia e Finanza

Tesi di Laurea

Ca' Foscari
Dorsoduro 3246
30123 Venezia

Analisi del rischio di contagio finanziario con modelli a correlazione dinamica: evidenze sui CDS Spreads degli Stati sovrani

Relatore
Ch. Prof. Roberto Casarin

Correlatori
Ch. Prof.ssa Noemi Pace
Ch. Prof. Andrea Giacomelli

Laureando
Giovanni Florian
Matricola 821032

Anno Accademico
2012 / 2013

Ringraziamenti

È veramente difficile esprimere tutta la mia gratitudine al ***Prof. Roberto Casarin*** *per il lavoro svolto in questi mesi, per avermi incentivato nella ricerca di originali spunti di analisi e per avermi dedicato ore di lavoro nella puntuale verifica dell'implementazione dei modelli econometrici, sempre disponibile ad analizzare le mie proposte e dirimere ogni mio dubbio. Grazie.*

Un ringraziamento al ***Prof. Domenico Sartore*** *per la disponibilità dimostratami e per avermi proposto l'attività di tutor di econometria, un'esperienza didattica e formativa importante che ha contribuito ad arricchire questo percorso universitario.*

INDICE

INTRODUZIONE 5

CAP. 1 LETTERATURA 10

1.1 LETTERATURA SUL CONTAGIO 10

1.2 LETTERATURA SUL CONTAGIO E MODELLI DCC 15

CAP. 2 SPECIFICAZIONE DEL PROCESSO OSSERVABILE 17

2.1 MODELLO AUTOREGRESSIVO 17

2.1.1 Processo autoregressivo di ordine (p): AR(p) 17

2.1.2 Stazionarietà di un processo AR(p) 18

2.2 MODELLO AUTOREGRESSIVO VETTORIALE 20

2.2.1 Modello autoregressivo vettoriale di ordine (p): VAR(p) 20

2.2.2 Stazionarietà di un processo VAR(p) 21

CAP. 3 SPECIFICAZIONE PROCESSI DI VARIANZA E CORRELAZIONE DINAMICI 23

3.1 PROCESSI MULTIVARIATI STAZIONARI 26

3.2 MODELLI GARCH MULTIVARIATI 26

3.3 MODELLI GARCH A CORRELAZIONE CONDIZIONALE COSTANTE 28

3.3.1 Stazionarietà del modello CCC 29

3.3.2 Stima del modello CCC 33

3.3.2.1 Condizioni di identificabilità 34

3.3.2.2 Proprietà asintotiche dello stimatore di quasi massima verosimiglianza del modello CCC-GARCH 34

3.4 MODELLI GARCH A CORRELAZIONE CONDIZIONALE DINAMICA 37

CAP. 4 ANALISI PER MACROAREE 45

4.1 DATASET CDS A LIVELLO AGGREGATO 45

4.1.1 Descrizione delle serie storiche 45

4.1.2 Analisi delle proprietà statistiche delle serie storiche 47

4.2 ANALISI DI INTEGRAZIONE DELLE VARIABILI 50

4.3 MODELLIZZAZIONE DELLE DINAMICHE IN MEDIA 51

4.4 TEST DI CORRELAZIONE DINAMICA ROLLING 53

4.5 METODOLOGIA DEL MODELLO DI ANALISI DCC 60
4.6 RISULTATI DEL MODELLO DCC 61
4.7 COMPARAZIONE DI MODELLI 71

CAP. 5 ANALISI PER ZONA UE 73
5.1 DATASET CDS A LIVELLO DISAGGREGATO 73
5.1.1 Descrizione delle serie storiche 73
5.1.2 Analisi delle proprietà statistiche delle serie storiche 73
5.2 ANALISI DI INTEGRAZIONE DELLE VARIABILI 76
5.3 MODELLIZZAZIONE DELLE DINAMICHE IN MEDIA 76
5.4 TEST DI CORRELAZIONE DINAMICA ROLLING 78
5.5 RISULTATI DEL MODELLO DCC 83

CONCLUSIONI 92

APPENDICE 93

CODICI MATLAB 98

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI 107

SITOGRAFIA 112

INDICE DELLE FIGURE

Analisi per macroaree

Fig. 1: CDS Spreads (levels) 48
Fig. 2: CDS Spreads (differenze prime) 50
Fig. 3: Rolling window correlation (residui VAR) 54
Fig. 4: Risultati della statistica test per l'indice "Europe developed" 59
Fig. 5: Porzione di indici con cambiamenti significativi della correlazione 59
Fig. 6: Stime di volatilità 63
Fig. 7: Confronto matrici DCC dell'indice "Europe developed" con la timeline della crisi del debito greco 64
Fig. 8: Matrici di correlazione dinamiche DCC per l'indice "Europe developed" (primo grafico) e risultati della statistica test sequenziale (secondo grafico) 66

Analisi per zona UE

Fig. 9: CDS Spreads (levels) 74
Fig. 10: CDS Spreads (differenze prime) 75
Fig. 11: Rolling window correlation (residui VAR) 79
Fig. 12: Risultati della statistica test per la Grecia 80
Fig. 13: Porzione di paesi con cambiamenti significativi della correlazione 83
Fig. 14: Stime di volatilità 85
Fig. 15: Confronto matrici DCC della Grecia con la timeline della crisi del debito greco 85
Fig. 16: Matrici di correlazione dinamiche DCC per la Grecia (primo grafico) e risultati della statistica test sequenziale (secondo grafico) 87

Fig. in Appendice

Fig. 17: Matrici di correlazioni dinamiche DCC – Analisi per macroaree 96
Fig. 18: Matrici di correlazioni dinamiche DCC – Analisi per zona UE 97

INDICE DELLE TABELLE

Tab. 1: Timeline: Principali eventi finanziari nel mondo 7

Analisi per macroaree

Tab. 2: Raggruppamento degli Stati secondo l'area geografica e il grado di sviluppo economico..... 46
Tab. 3: Analisi delle principali statistiche descrittive dei CDS Spreads (levels) 49
Tab. 4: Test ADF, PP e KPSS sui livelli e sulle differenze prime dei CDS Spreads .. 51
Tab. 5: Risultati stima Vector Autoregression Estimates (VAR)..... 52
Tab. 6: Stima del modello GARCH-DCC 62
Tab. 7: Log predictive score function ottimale e vettore dei pesi ottimale 72

Analisi per zona UE

Tab. 8: Analisi delle principali statistiche descrittive dei CDS Spreads (levels) 75
Tab. 9: Test ADF, PP e KPSS sui livelli e sulle differenze prime dei CDS Spreads .. 76
Tab. 10: Risultati stima Vector Autoregression Estimates (VAR)..... 77
Tab. 11: Stima del modello GARCH-DCC 83

Tab. in Appendice

Tab. 12: Timeline: Crisi del debito greco..... 93

INTRODUZIONE

Nel corso degli ultimi vent'anni si sono susseguite incessantemente le notizie sul moltiplicarsi di crisi di natura finanziaria che hanno portato ad effetti devastanti sui mercati finanziari di tutto il mondo. Tra le crisi finanziarie e valutarie ricordiamo il crollo di Wall Street nel 1987, la crisi dello SME del 1992, il crollo del Peso messicano nel 1994, la crisi asiatica del 1997, quella russa del 1998, la svalutazione brasiliana del 1999 e la crisi argentina nel 2001.

La crisi dei mutui subprime negli Stati Uniti scoppiata nel mese di agosto 2007 e la crisi del debito sovrano in Europa iniziata nel 2010, stanno attualmente provocando perdite catastrofiche.

Mentre la maggior parte delle crisi degli anni novanta ha colpito i mercati emergenti, che sono più sensibili agli urti, hanno mercati finanziari sottosviluppati e grandi deficit pubblici, la crisi dei mutui subprime e quella del debito sovrano in Europa sembrano invece ripercuotersi sull'intero sistema finanziario mondiale.

La caratteristica che accomuna gli eventi avvenuti durante la crisi del debito sovrano, è che uno shock specifico di un paese si diffonde rapidamente ad altri mercati di diverse dimensioni e strutture in tutto il mondo.

Lo scopo dell'analisi empirica condotta in questa tesi è quello di investigare il livello di contagio tra i diversi mercati nazionali attraverso i modelli GARCH multivariati a correlazione dinamica (DCC).

Lo studio è stato svolto utilizzando i *Credit Default Swap* sovrani, sia a livello aggregato, costruendo degli indici per area geografica e grado di sviluppo economico, sia a livello disaggregato, includendo i principali stati Europei e quelli soggetti a misure di salvataggio.

In accordo con la letteratura che valuta il contagio attraverso l'uso della correlazione condizionale dinamica, un temporaneo aumento significativo dei comovimenti cross-market indica contagio, mentre un incremento permanente di correlazione indica interdipendenza.

Gli effetti di contagio verranno quindi ricercati analizzando l'andamento della correlazione dinamica e le date che presentano evidenza di contagio verranno confrontate con la *time-line* della *financial crisis* al fine di verificare quali eventi hanno generato contagio.

A differenza di quanto già proposto in letteratura, la presente tesi propone la modellizzazione congiunta delle serie storiche e applica in modo sequenziale nel

tempo l'analisi di contagio anziché restringerla ad un preciso evento individuato a priori. Il campione considerato parte dal 08/08/2010 e termina il 10/02/2012, per l'analisi a livello aggregato, e termina il 27/03/2013, per l'analisi a livello disaggregato ed include le crisi finanziarie e gli eventi macroeconomici globali degli ultimi anni.

L'applicazione empirica è stata così organizzata:

(i) Dopo aver verificato le proprietà statistiche e condotto un'analisi di integrazione delle variabili, le serie storiche vengono filtrate secondo tre diverse specificazioni.

(ii) Un'analisi preliminare sull'andamento delle correlazioni viene effettuata utilizzando una *rolling window*. L'analisi preliminare consente di comprendere se vi è spazio per l'applicazione di modelli a correlazione dinamica e costituisce altresì un approccio "non parametrico" all'analisi di correlazione i cui risultati possono essere confrontati con quelli di un approccio parametrico.

(iii) L'analisi preliminare procede calcolando i coefficienti di correlazione aggiustata per l'eteroschedasticità con il test proposto da *Forbes e Rigobon (2002)* e utilizzando la statistica test di *Morrison (1983)*. La peculiarità di questa tesi è che il procedimento viene effettuato sequenzialmente nel tempo.

(iv) Implementazione del "*model pooling approach*" di *Geweke e Amisano (2008)* al fine di confrontare quale delle tre specificazioni utilizzate per la stima del modello DCC-GARCH è più appropriata.

(v) Stima del modello DCC-GARCH e verifica della significatività dei parametri.

(vi) Se i parametri DCC sono significativi, si procede effettuando un'analisi grafica dell'andamento dinamico delle correlazioni al fine di ricercare evidenze di contagio.

Grazie ai risultati dell'analisi empirica di correlazione, le date che presentano incrementi significativi e temporanei di correlazione verranno confrontate con la *time-line* della *financial crisis* per individuare gli eventi che hanno generato contagio. Un esempio di *timeline* è dato in Tab. 1 dove sono riportati gli avvenimenti macroeconomici e finanziari più importanti nel mondo dal 2008 a oggi. Relativamente a questo sample, in letteratura vengono studiati soprattutto gli effetti

del fallimento della Lehman Brothers il 15 settembre 2008 e la attuale crisi del debito sovrano europeo. In questo lavoro di tesi la *time-line* di Tab. 1 è stata integrata con informazioni da altre fonti per renderla più completa.

Tab. 1: Timeline: Principali eventi finanziari nel mondo

Anno:2008		
7/9	Washington	Il presidente degli Stati Uniti George Bush annuncia che i colossi dei mutui Freddie Mac e Fannie Mae sono state rilevate in quanto rappresentavano "un rischio inaccettabile" per l'economia.
15/9	New York	Fallimento Lehman Brothers. Fallisce la quarta banca d'investimento più grande degli Stati Uniti.
18/9	Global	Intervengono le banche centrali. Per ridurre "le pressioni a breve termine che restano elevate sul mercato", le banche centrali (Fed, Bce e Banca d'Inghilterra, del Canada, del Giappone e Svizzera) lanciano nuove operazioni di swap.
19/9	Washington	Bush annuncia piano di salvataggio finanziario per affrontare la crisi che attanaglia i mercati finanziari degli Stati Uniti.
21/9	New York	Le due maggiori banche di investimenti americane, Goldman Sachs e Morgan Stanley, cambiano il proprio assetto in holding bancarie, un fatto che le sottopone a maggiore regolamentazione federale ma dà maggiore accesso ai prestiti straordinari della Fed.
29/9	Camera dei Rappresentanti degli Stati Uniti	La Camera dei Rappresentanti degli Stati Uniti boccia il pacchetto da $700 miliardi approntato dal Tesoro per salvare il sistema finanziario americano.
3/10	Camera dei Rappresentanti degli Stati Uniti	La camera USA approva il piano di salvataggio. La legge da $850 miliardi (gli originali 700 più altri 150 in sgravi fiscali aggiunti nella seconda versione) proposta dall'amministrazione Bush e' stata approvata dalla Camera dei Rappresentanti Usa. È il più forte intervento del governo americano dalla Grande Depressione.
7/10	Regno Unito	Presentato piano di salvataggio per le banche del Regno Unito. Il governo britannico ha annunciato un pacchetto di misure volte al salvataggio del sistema bancario che rende disponibile £ 400 miliardi.
8/10	Londra	Le banche centrali del mondo tagliano i tassi di interesse.
11/10	Parigi	I capi dell'UE si confrontano sulla crisi dei mercati.
14/11	Washington	I leader del mondo si confrontano sulla crisi dei mercati.
25/11	Washington	La Federal Reserve annuncia la volontà di iniettare ulteriori $ 800 miliardi nell'economia degli Stati Uniti per stabilizzare il sistema finanziario.
13/12	New York	Alcuni dei più ricchi investitori privati e corporate di tutto il mondo segnalano di essere vittime di una presunta frode da $ 50 miliardi da parte del broker di Wall Street Bernard Madoff.
Anno: 2009		
13/3	Svizzera	I governi di Svizzera e Lussemburgo decidono di allentare le norme che regolano il segreto bancario.
23/3	Washington	Il segretario al Tesoro Usa Timothy Geithner comunica un piano per pulire i bilanci delle banche dagli asset tossici.
29/6	New York	La corte del distretto federale di Manhattan condanna il finanziere Bernard Madoff a 150 anni di carcere per aver creato e gestito la più grande truffa della storia di Wall Street.
27/11	Dubai	Dubai World, fondo finanziario sovrano di ricchezza di proprietà dello stato di Dubai attivo nel settore finanziario, immobiliare, trasporti, logistica, marittimo e sportivo, annuncia che il debito contratto a breve termine deve essere ridiscusso con le banche.S&P interviene sottolineando che una simile ristrutturazione equivale nei fatti a un default.

Anno: 2010		
2/3	Grecia	Il primo ministro George Papandreou comunica che la Grecia rischia il fallimento.
23/4	Grecia	La Grecia richiede ufficialmente sostegno finanziario ai paesi dell'area dell'euro e al FMI.
2/5	Bruxelles	I paesi dell'area dell'euro e il FMI concordano un pacchetto di prestiti per la Grecia del valore di 110 miliardi di euro.
9/5	Belgio	I leader dell'UE convengono di istituire un meccanismo di salvataggio di 750 miliardi di euro per i paesi colpiti da difficoltà finanziarie. La BCE comprerà il debito pubblico e privato nel tentativo di porre fine alla crisi del debito sovrano. Dall'incontro nasce il Fondo europeo di stabilità finanziaria, meccanismo di salvataggio temporaneo della regione.
23/7	Unione Europea	Il Comitato delle autorità europee di vigilanza bancaria pubblica i risultati dell'esercizio di stress test sulle banche.
21/11	Irlanda	Il governo irlandese richiede sostegno finanziario all'UE e ai paesi dell'area dell'euro.
28/11	Unione Europea	L' UE accetta il salvataggio di 85 miliardi di euro per l'Irlanda.
Anno: 2011		
14/3	Giappone	Terremoto in Giappone: allarme nucleare a Fukushima, Tokyo chiede aiuto ad Aiea e Stati Uniti.
6/4	Portogallo	Il Portogallo richiede l'attivazione del meccanismo di aiuti dall'UE.
16/5	Unione Europea	L' UE approva piano di salvataggio da 78 miliardi di euro per il Portogallo.
21/7	Unione Europea	Un vertice Ue approva il secondo pacchetto di salvataggio per la Grecia e si impegna ad ampliare i poteri del EFSF.
2/8	Washington	Il Senato americano ha approvato l'accordo sull'aumento del tetto del debito pubblico e i tagli al deficit.
6/8	Washington	S&P toglie la tripla A agli Stati Uniti: inadeguati gli interventi sul debito.
13/10	Spagna	S&P abbassa il rating della Spagna.
27/10	Belgio	I leader dell'UE leader estendono un nuovo pacchetto di aiuti del valore di 130 miliardi di euro per la Grecia. Decidono di incrementare il fondo salva stati EFSF a 1000 miliardi di euro.
30/11	Global	La Federal Reserve, la Bce ed altri quattro istituti centrali riducono di 50 punti base il tasso d'interesse sulle operazioni di swap in dollari per fornire liquidità al sistema.
Anno: 2012		
13/1	New York	Declassati nove rating sovrani Ue da Standard & Poor's.
21/2	Belgio	I ministri della zona euro concordano i 130.000.000.000 € di piano di salvataggio per la Grecia.
9/3	Grecia	La Grecia raggiunge target di ristrutturazione del debito con un tasso di partecipazione tra gli investitori privati del 95,7%.
25/5	Spagna	Bankia, la banca spagnola parzialmente nazionalizzata, ha annunciato che chiederà aiuti al governo per 19 miliardi di euro.
27/5	Spagna	Moody's taglia il rating di 28 banche spagnole
9/6	Spagna	Le autorità spagnole chiedono assistenza finanziaria all'Eurogruppo per ricapitalizzare il settore bancario.
21/6	USA	Moody's taglia il rating di 15 grandi banche nel mondo esposte nell'area dell' euro
25/6	Cipro	Cipro chiede salvataggio UE.
20/7	Spagna	I ministri finanziari dell'area dell'euro decidono all'unanimità di prestare assistenza finanziaria alla Spagna per la ricapitalizzazione delle istituzioni finanziarie nel paese.
3/9	Unione Europea	L'outlook sull'Ue è stato rivisto al ribasso: da stabile a negativo.

13/9	Washington	Nuove misure decise dalla Banca centrale americana per sostenere l'economia degli Stati Uniti.
12/12	Belgio	Trovato l'accordo sull'unione bancaria in Europa.
Anno: 2013		
1/1	Washington	La Camera dei Rappresentanti ha dato il via libera al testo già approvato dal Senato sul fiscal cliff.
1/3	Washington	Obama firma l'ordine per i tagli automatici alla spesa federale da 85 miliardi di dollari, pari a 65 miliardi di euro, dopo che non è stato raggiunto un accordo con i repubblicani sulla revisione della spesa.
15/3	Bruxelles	I ministri delle Finanze della zona euro hanno trovato nella notte tra sabato e domenica un accordo di massima su un pacchetto di aiuti a Cipro, il cui settore bancario è sull'orlo del collasso. Pur di ridurre l'ammontare del prestito a 10 miliardi di euro, come richiesto dal Fondo monetario internazionale, il paese mediterraneo imporrà ai propri depositanti una tassa una tantun.
19/3	Cipro	Il parlamento di Cipro boccia il piano di salvataggio concordato con l'Eurogruppo dicendo no alla tassa sui depositi bancari.
24/3	Bruxelles	Cipro, trovato l'accordo sul piano di salvataggio dell'Ue. L'intesa prevede aiuti per 10 miliardi di euro in cambio di una profonda ristrutturazione del settore bancario cipriota, che risparmia i titolari di depositi sotto i 100mila euro.
25/3	Cipro	La banca centrale di Cipro annuncia il rinvio della riapertura delle canche, nonostante la firma dell'accordo con Ue ed Fmi per il salvataggio.
28/3	Cipro	Riaprono le banche a Cipro, dopo che erano state chiuse da lunedì 18 marzo.

Fonti: http://www.mapreport.com/subtopics/b/f.html; http://www.bloomberg.com; http://www.reuters.com

CAP. 1 LETTERATURA

1.1 LETTERATURA SUL CONTAGIO

In letteratura esistono diverse definizioni di contagio. In "A Prime on Financial Contagion" *Pericoli e Sbracia (2003)* prendono in considerazione le cinque più comunemente usate:

(i) Il contagio è un significativo incremento nella probabilità di crisi di un Paese, subordinato alla crisi che si è verificata in un altro Paese.

Questa definizione è di solito associata agli studi empirici delle implicazioni internazionali causate dai crolli dei tassi di cambio. Essa tiene in considerazione l'osservazione che crisi dei tassi di cambio tendono a coinvolgere un ampio insieme di Paesi, dove alcuni di questi possono essere in grado di evitare la svalutazione nonostante siano stati colpiti da una forte ondata di pressioni speculative.
Dal momento che in questa definizione la specificazione dei fattori che scatenano la crisi iniziale e la sua diffusione non è rilevante, essa è coerente con molti punti di vista diversi sul meccanismo di trasmissione internazionale. Per esempio, un cluster di crisi può essere prodotto da shock comuni, collegamenti commerciali, comportamenti irrazionali o può essere l'esito di un equilibrio ottenuto da comportamenti politici attuati dai governi nazionali di fronte ad una scossa ai fondamentali. Tutti questi fenomeni dovrebbero essere etichettati come contagiosi.

(ii) Il contagio si verifica quando la volatilità dei prezzi degli asset si trasmette dal Paese in crisi ad altri Paesi.

Durante i periodi di turbolenza finanziaria, nei mercati finanziari internazionali si verifica l'aumento della volatilità dei prezzi degli asset. Questa definizione sfrutta questa evidenza empirica e, di conseguenza, identifica il contagio come spillover di volatilità da un mercato all'altro. La volatilità dei prezzi degli asset è generalmente considerata una buona approssimazione di incertezza dei mercati.
Quindi, in una interpretazione di questa definizione, il contagio si riferisce anche alla diffusione di incertezza attraverso i mercati finanziari internazionali.
Si noti che un simultaneo aumento della volatilità in diversi mercati potrebbe essere dovuto alla normale interdipendenza tra questi mercati o ad un cambiamento strutturale che colpisce i collegamenti cross-market. Tale distinzione è trascurata

da questa definizione, che semplicemente si concentra sulla presenza di spillover di volatilità e non sulle sue cause. Questa definizione è alla base delle definizioni che seguono.

(iii) Il contagio si verifica quando i comovimenti cross-country dei prezzi degli asset non sono spiegati dai fondamentali.

Questa definizione di contagio è teoricamente precisata nel quadro dei modelli che consentono equilibri multipli istantanei in presenza di un problema di coordinamento. Se la diffusione di una crisi riflette uno spostamento arbitrario da un equilibrio ad un altro, i soli fondamentali non possono spiegarne i tempi e le modalità. Lo stato dei fondamentali può comunque spiegare perché alcuni Paesi sono vulnerabili alle crisi mentre altri non lo sono. Per esempio, se si diffonde il contagio tramite crisi di liquidità, allora un basso livello di riserve internazionali relative a passività a breve termine denominate in valuta estera mette a rischio un Paese. La definizione 3 tuttavia può anche applicarsi ai casi in cui i problemi di coordinamento tra gli agenti economici non sono associati a meccanismi di selezione di equilibrio arbitrari.

(iv) Il contagio è un significativo incremento nei comovimenti dei prezzi e delle quantità scambiate nei mercati, condizionali ad una crisi avvenuta in un mercato o in un gruppo di mercati.

Il pregio di questa definizione è il suo fascino immediato in quanto si adatta a ciò che è comunemente percepito come contagio, come la diffusione dell'instabilità finanziaria dopo il crollo del mercato azionario di Hong Kong nel mese di ottobre 1997, dopo la crisi russa dell' estate del 1998 o il fallimento della Lehman Brothers nel 2008. Sottolineando la dimensione quantitativa di 'aumento significativo', questa definizione trasmette il concetto di contagio come 'comovimenti eccessivi', rispetto ad una qualche dimensione standard. La questione aperta è quindi quella di operare una distinzione tra comovimenti normali a causa di semplice interdipendenza e comovimenti eccessivi dei prezzi e delle quantità a causa di qualche break strutturale nei dati. Una simile identificazione di contagio è al centro della seguente definizione.

(v) Lo (shift-)contagio si verifica quando il canale di trasmissione si intensifica oppure, in maniera più generale, cambia dopo uno shock in un mercato.

Il meccanismo di trasmissione internazionale si può rafforzare in risposta ad una crisi in un Paese. Per esempio, alcuni canali di trasmissione potrebbero essere attivi solo durante le crisi finanziarie. Più in generale, si potrebbe semplicemente identificare il fenomeno di shift-contagio con un cambiamento nel meccanismo di trasmissione in una crisi: non c'è motivo per cui il concetto di contagio dovrebbe essere limitato all'ipotesi di un più forte collegamento cross-country rispetto al normale. Le implicazioni di contagio in base a questa definizione sono simili a quelle delle due precedenti definizioni. Come nella terza definizione infatti, il fenomeno potrebbe essere dovuto a un salto tra equilibri multipli, tuttavia, la definizione di shift-contagio comprende anche discontinuità nel comportamento di variabili economiche che sono prodotte da, ad esempio, processi di apprendimento o da informazioni a cascata e comportamenti imitativi dei partecipanti al mercato. Analogamente alla quarta definizione, il fenomeno di shift-contagion potrebbe essere misurato in termini di eccessivamente forti (o deboli) comovimenti dei prezzi e delle quantità scambiate tra i Paesi.

L'aspetto comune alle definizioni due, tre, quattro e cinque elencate da *Pericoli e Sbracia (2003)*, è che tutte studiano il contagio analizzando le volatilità e le correlazioni delle attività finanziarie.

Corsetti et al. (2010) documentano un insieme di fatti stilizzati di meccanismi di trasmissione del contagio che sostengono un'analisi in questa direzione.

Essi sono: (i) l'evidenza di un brusco calo dei prezzi azionari in un gruppo di Paesi, (ii) l'aumento della volatilità dei rendimenti durante le crisi finanziarie, (iii) le crisi finanziarie sono spesso associate ad un aumento delle covarianze dei rendimenti tra i Paesi, (iv) le correlazioni dei rendimenti tra i Paesi aumentano spesso nei periodi di turbolenze finanziarie, ma ci sono molti episodi di crisi in cui le correlazioni diminuiscono o rimangono invariante rispetto a periodi tranquilli.

Tutti questi fatti giustificano l'analisi del contagio sulla base delle volatilità e delle misure di correlazione.

In seguito esponiamo diversi metodi empirici utilizzati per studiare il contagio.

Un iniziale contributo relativamente a questo metodo è fatto da *King e Wadhwanin (1990)*. Il paper esamina le cause del crollo transnazionale del mercato azionario nel mese di ottobre 1987, che non poteva essere spiegato con i dati fondamentali dei singoli Paesi colpiti. L'analisi degli autori dimostra il contagio, che viene spiegato dal tentativo degli agenti razionali di estrarre le informazioni relativamente ad un mercato guardando i cambiamenti dei prezzi di altri mercati.

Un problema fondamentale di questo tipo di analisi consiste nel fatto che la correlazione dei rendimenti è strettamente dipendente dalla volatilità dei rendimenti stessi. Come dimostrano i fatti stilizzati, la volatilità è più alta in periodi di crisi, e questo provoca un aumento nelle misure di correlazione.

Anche se *King e Wadhwanin (1990)* riconoscono l'influenza della volatilità sulla correlazione, non correggono quest'ultima nella loro analisi empirica. Utilizzare i coefficienti di correlazione per diversi sottocampioni al fine di determinare il contagio porta a risultati distorti se non si tiene in considerazione il problema dell'eteroschedasticità, pertanto paper più recenti sviluppano metodi per tenere in considerazione i cambiamenti di volatilità.

Anche *Forbes e Rigobon (2002)* hanno analizzato il crollo del mercato azionario nel 1987, oltre alla crisi asiatica del 1997 e alla crisi messicana del 1994, utilizzando una misura di correlazione corretta per l' eteroschedasticità. I risultati ottenuti respingono la prova di contagio sostenuta dallo studio precedente.

Un alto grado di comovimenti in diversi mercati è definito come normale interdipendenza causata dall'incremento della volatilità nel mercato, e non da effetti contagiosi. Il contagio quindi si riflette in un aumento della correlazione tra i rendimenti delle attività che si verifica dopo aver tenuto conto dell'incremento di correlazione dovuto ad un aumento della volatilità.

Forbes e Rigobon sono stati i primi a condurre questa utile distinzione fra contagio causato da cambiamenti del sentiment degli investitori, da comportamenti imitativi o di panico e la normale interdipendenza causata da rapporti economici.

Corsetti et al. (2005), (2010) identificano il contagio come una rottura strutturale nel meccanismo di trasmissione degli shock. Distinguendo tra le rotture causate dalla dinamica della varianza e da cambiamenti contagiosi nei collegamenti cross-country, gli autori mostrano la distorsione delle ipotesi di "no contagion, only interdipendence", perché presumono che solo il disturbo specifico del Paese causa cambiamenti dinamici della volatilità. I confronti con le restrizioni di precedenti studi sull'origine delle misure di varianza sono risolti basandosi su un modello fattoriale in cui da un lato si distingue un aumento della volatilità causato dal disturbo specifico di un Paese e dall'altro la maggiore volatilità è implementata da qualche fattore comune.

Tuttavia un avvertimento per questi modelli più recenti è che la struttura dinamica degli effetti contagiosi svolge un ruolo importante.

Un test potrebbe non riuscire a fornire risultati corretti, perché possono essere presenti tendenze di contagio che possono essere riconosciute qualche ritardo dopo.

Pertanto, la struttura dinamica del processo della varianza dovrebbe essere tenuta in considerazione quando si corregge per l'eteroschedasticità.

Un test introdotto da *Hong (2001)* studia il fenomeno del volatility clustering. Al fine di indagare la causalità di spillover nella volatilità tra il dollaro statunitense e il marco tedesco e il tasso di cambio dollaro - yen giapponese, è stata costruita una statistica test sui risultati di stime GARCH. In questo modo è stato condotto un test per il contagio che tiene in considerazione la dinamica delle time series.

I modelli discussi finora usano differentemente metodi idonei a correggere la presenza di cambiamento delle varianze. Tutte però hanno ancora un problema: per calcolare i coefficienti di correlazione statica o le statistiche test statiche per diversi sottoperiodi, i risultati dei test dipendono in modo cruciale dalla scelta di questi sottoperiodi. La rottura esatta del meccanismo di trasmissione, cioè il punto di partenza del contagio, deve essere ben identificabile, ne segue che diversi punti di break potrebbero generare risultati diversi.

Conseguentemente, per stimare modelli basati su queste assunzioni esogene, è possibile perdere la struttura dinamica degli effetti di contagio, così come una corretta inferenza dipende fortemente da queste assunzioni per quanto riguarda i processi di generazione dei dati.

Riconoscendo l'inconveniente della scelta esogena dei punti di break, *Caporale et al. (2005)* sviluppano un test in cui la selezione della temporizzazione cruciale è endogenizzata implementando dummy di contagio e testando sequenzialmente la loro significatività.

In aggiunta a ciò il test offre anche un'aumentata potenza dovuta al full-sample rispetto ad una stima sub-sample, problema dimostrato da *Dungey e Zhumabekova (2001)*. Questa specificazione tiene in considerazione anche la struttura dinamica dell' eteroschedasticità. Tuttavia un potenziale svantaggio è che viene esaminato soltanto il contagio contemporaneo, effetti ritardati non vengono quindi catturati.

Infine, *Chiang et al. (2010)* identificano il contagio e gli effetti imitativi per la crisi asiatica del 1997 stimando un modello a correlazione condizionata dinamica (DCC). Nel modello DCC vengono catturate le dinamiche delle varianze e delle correlazioni. Pertanto la struttura dei ritardi per ogni serie temporale può essere determinata in modo sistematico. Inoltre, il metodo di stima consente una correzione per l'eteroschedasticità e non è necessaria nessuna ipotesi a priori sulla scelta del sub-sample. Quindi, il modello DCC-GARCH tiene conto di tutti gli inconvenienti e i problemi sopra menzionati e viene utilizzato nella nostra analisi empirica.

1.2 LETTERATURA SUL CONTAGIO E MODELLI DCC

Analizzare le strutture di correlazione dinamica dei CDS richiede l'utilizzo di modelli "*multivariate generalized auto regressive conditional heteroskedasticity*" (MGARCH).
La specificazione del tipo di modello MGARCH da utilizzare non è semplice, perché si necessita di un modello parsimonioso e allo stesso tempo interpretabile.
Inoltre, i modelli devono essere costruiti garantendo la definitezza positiva delle stime delle matrici di covarianza e di correlazione.
La letteratura degli MGARCH è molto vasta e diversi modelli MGARCH applicano specificazioni che soddisfano pienamente i requisiti richiesti. Tuttavia in molti casi l'interpretazione in termini di contagio non è spesso facile.
Una classe di modelli nei quali le matrici di covarianza sono modellate direttamente sono i modelli BEKK e le loro generalizzazioni, introdotti inizialmente da *Engle e Kroner (1995).* Sistemi a equazioni simultanee possono essere analizzati e sufficienti vincoli sono in grado di permettere la positiva definitezza delle matrici di covarianza condizionali.
Il modello è adatto per quanto riguarda la correttezza tecnica e la fattibilità delle procedure di stima, tuttavia, modelli generali richiedono la stima di molti parametri oppure devono essere specificati modelli che però sono irragionevolmente limitati. Inoltre, i parametri stimati sono di difficile interpretazione, ne segue che l'uso di questi modelli nell'analisi di contagio non è ottimale.
Un'altra classe di modelli sono i modelli GARCH fattoriali, introdotti inizialmente da *Engle et al. (1990).* I fattori, che seguono un processo eteroschedastico condizionato, sono usati per stimare le matrici di covarianza. La procedura di stima è semplice e parsimoniosa; tuttavia le difficoltà emergono per selezionare il fattore corretto generatore delle matrici di covarianza e per interpretare i coefficienti stimati quindi i modelli fattoriali non sono utilizzati nella nostra analisi empirica.
Un altro tipo di modello esistente non stima direttamente le matrici di covarianza, ma modella invece le varianze condizionali e le correlazioni condizionali.
Questi aspetti sono di particolare interesse in quanto quando si analizza il contagio sono richieste le stime delle correlazioni. Un primo modello appartenente a questa classe è il modello a correlazione costante condizionale (CCC) proposto da *Bollerslev (1990).* Per ogni asset, sono calcolate le stime di GARCH univariati e le covarianze varianti nel tempo sono assunte essere proporzionali alle radici quadrate dei prodotti delle rispettive varianze stimate. In questo modo può essere stimata una

matrice di correlazione condizionale statica. Tuttavia, la correlazione condizionale costante è un'assunzione forte che necessita di essere testata.
In aggiunta, le assunzioni iniziali che le correlazioni non sono dinamiche non lascia spazio per stabilire se c'è contagio (per esempio incremento della correlazione) o solo interdipendenza (per esempio correlazione costante).Pertanto, deve essere pensata un'estensione del modello.
Ne segue che la struttura della correlazione dinamica per la nostra analisi viene stimata attraverso il modello DCC-GARCH (1,1), introdotto e analizzato da *Engle (2002) e da Engle e Sheppard (2001)*. Questa metodologia innovativa è ampiamente condivisa negli studi attuali per valutare il contagio.
Il modello si caratterizza per una stima a due passi: nel primo passo, stimiamo la specificazione GARCH delle varianze condizionali dei residui di tutte le serie filtrate, nel secondo passo, con le stime delle equazioni GARCH univariate, la varianza condizionale viene utilizzata per ottenere i residui GARCH standardizzati. Questi residui standardizzati sono necessari per modellare la struttura di correlazione dinamica.
Da un punto di vista econometrico, la specificazione soddisfa tutti i requisiti, cioè la stima è fattibile per un elevato numero di asset esaminati (nel nostro caso 9 serie) e comunque è parsimoniosa.
Le matrici di correlazione stimate sono garantite essere definite positive.
I risultati che si ottengono sono opportunamente interpretabili da un punto di vista teorico in quanto le dinamiche di correlazione corrette per la volatilità sono di interesse fondamentale nell'analisi contagio.
Un aumento significativo dei comovimenti cross-market indicherà contagio, mentre nel caso in cui l'eventuale incremento della correlazione rimane stabile ad un livello superiore si dovrà parlare di semplice interdipendenza.

CAP. 2 SPECIFICAZIONE DEL PROCESSO OSSERVABILE

Per adattare il modello GARCH multivariato è necessario che le serie utilizzate siano processi a media zero. Al fine di accertarci che le medie siano uguali a zero filtreremo le serie delle differenze prime con tre diversi metodi.
Il primo è un semplice modello di rumore bianco con media non nulla:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \qquad t = 1, \dots, n$$

Gli ε_t sono variabili casuali a media nulla ed indipendenti con varianza finita.
Il secondo metodo consiste nell'adattare un processo AR(p) a ciascuna delle serie. Questo metodo le cui proprietà teoriche sono descritte nella sessione 2.1, consente di eliminare, oltre alla media, anche gli effetti di autocorrelazione.
Il terzo metodo invece consiste nel filtrare le serie utilizzando un processo vector auto regressive (VAR). Come descritto nella sessione 2.2 questa tecnica è utile per eliminare, oltre agli effetti di autocorrelazione, anche quelli che evidenziano l'influenza di una serie sull'altra (cross-correlation).

2.1 MODELLO AUTOREGRESSIVO

2.1.1 Processo autoregressivo di ordine (p): AR(p)

Il processo stocastico definito da

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \ \dots + \phi_p y_{t-p} + \ \varepsilon_t, \qquad t = p+1,2, \dots, n \tag{2.1}$$

è detto processo autoregressivo (AR) di ordine p (ordine del ritardo massimo del processo che compare nel membro di destra).
Qui α e da ϕ_1 a ϕ_p sono parametri sconosciuti. Il processo ε_t è white noise ed ha la proprietà che $E\,[\varepsilon_t y_{t-k}] = 0$ per ogni $k \geq 1$ dove i regressori y_{t-k} sono esogeni, con $k = 1, \dots, p$. Dal momento che la serie storica y_t è osservabile per $t = 1, \dots, n$, il ritardo della variabile esplicativa y_{t-p} è disponibile solo dal tempo $t = p + 1$ in poi.

Per semplicità di notazione è spesso utilizzato il *lag operator* L definito da:

$Ly_t = y_{t-1}$

Applicazioni ripetute di questo operatore danno $L^k y_t = y_{t-k}$. Il modello AR(p) può essere riscritto in una forma più concisa come:

$$\phi(L)y_t = \alpha + \varepsilon_t, \quad \phi(L) = 1 - \phi_1 L - \cdots - \phi_p L^p \tag{2.2}$$

2.1.2 Stazionarietà di un processo AR(p)

Le proprietà statistiche del processo (2.2) sono determinate dal valore dei parametri $\phi_1, \dots, \phi_p$. Per esempio, le condizioni di stazionarietà possono essere espresse in termini di radici del polinomio $\phi(z)$ fattorizzando questo polinomio in termini delle sue p radici $z = 1/\alpha_i$ (con possibilità di valori complessi) come

$$\phi_{(z)} = (1 - \alpha_1 z)(1 - \alpha_2 z) \dots (1 - \alpha_p z) \tag{2.3}$$

Il processo risulta stazionario se e solo se $|\alpha_k| < 1$ per ogni $k = 1, \dots, p$ cioè tutte le soluzioni di $\phi(z) = 0$ devono essere esterne al cerchio unitario nel piano complesso.
Di seguito si procederà a spiegare in maggior dettaglio il caso di un modello AR(1).
Considerando un modello autoregressivo del primo ordine:

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 2, \dots, n \tag{2.4}$$

dove ε_t è il processo di innovazione e per semplicità di notazione è possibile scrivere ϕ per il parametro ϕ_1 e assumere che $\alpha = 0$. Per sostituzione ricorsiva dei valori ritardati di y_t è possibile riscrivere la formula come:

$$y_t = \phi^{t-1} y_1 + \sum_{j=0}^{t-2} \phi^j \varepsilon_{t-j}, \quad t = 2, \dots, n \tag{2.5}$$

Un'innovazione al tempo $t - j$ incide pertanto sul valore di y_t con il moltiplicatore ϕ^j.
Se $|\phi| > 1$, allora l'impatto delle innovazioni cresce nel tempo e la serie storica mostra un comportamento esplosivo; mentre se $|\phi| < 1$, l'impatto si estingue nel tempo.
In seguito si mostra che un processo AR(1) è stazionario se e solo se $|\phi| < 1$.
Inizialmente si suppone che il processo y_t è stazionario con media μ e varianza γ_0, e si dimostra che $|\phi| < 1$. Ricordando che ε_t non è correlato con y_{t-1}, e che $\gamma_0 = E[(y_t - \mu)^2] = E[y_t^2] - \mu^2$, ne segue che dalla (2.4) e dalla (2.5) si ha

$$\mu = E[y_t] = \phi^{t-1}\mu$$

$$\gamma_0 + \mu^2 = E[y_t^2] = \phi^2 E[y_{t-1}^2] + \sigma^2 = \phi^2(\gamma_0 + \mu^2) + \sigma^2$$

La prima equazione implica che $\mu = 0$ o che $\phi = 1$, ma in quest'ultimo caso la seconda equazione non ha soluzioni finite per γ_0 (perché $\sigma^2 > 0$). Così è possibile concludere che $\phi \neq 1$ e $\mu = 0$.

Ne segue che la seconda equazione diventa $\gamma_0 = \phi^2\gamma_0 + \sigma^2$ oppure $\phi^2 = (\gamma_0 - \sigma^2)/\gamma_0$ così che $|\phi| < 1$. Questo mostra che il processo AR(1) è stazionario se e solo se $|\phi| < 1$.

Ora si proverà l'inverso, cioè se $|\phi| < 1$, allora la (2.4) ha un processo di soluzione y_t che è stazionario. È possibile provarlo costruendo il processo y_t. Sia $y_1$una variabile random con media zero e varianza $\sigma^2/(1-\phi^2)$ e sia ε_t in processo IID $(0, \sigma^2)$ per $t \geq 2$ e indipendente da y_1.

Inoltre sia y_t per $t \geq 2$ definita dalla (2.5), ne segue che $E[y_t] = 0$ per tutti i $t \geq 1$, così che la media $\mu = 0$ è costante nel tempo. Dato che $E[\varepsilon_s \varepsilon_t] = 0$ per ogni $s \neq t$, che $E[y_1 \varepsilon_t] = 0$ per ogni $t \geq 2$, e che per $|\phi| < 1$ vale $\sum_{h=0}^{\infty} \phi^{2h} = 1/(1-\phi^2)$, dalla (2.5) si ottiene che $0 \leq k \leq t-1$:

$$E[y_t y_{t-k}] = E\left[\left(\phi^{t-1} y_1 + \sum_{j=0}^{t-2} \phi^j \varepsilon_{t-j}\right)\left(\phi^{t-k-1} y_1 + \sum_{h=0}^{t-k-2} \phi^h \varepsilon_{t-k-h}\right)\right]$$

$$= \phi^{2t-k-2} var(y_1) + \sigma^2 \sum_{h=0}^{t-k-2} \phi^{k+2h}$$

$$= \sigma^2 \frac{\phi^{2t-k-2}}{1-\phi^2} + \sigma^2 \phi^k \left(\sum_{h=0}^{\infty} \phi^{2h} - \sum_{h=t-k-1}^{\infty} \phi^{2h}\right)$$

$$= \sigma^2 \frac{\phi^{2t-k-2}}{1-\phi^2} + \sigma^2 \phi^k \left(\frac{1-\phi^{2(t-k-1)}}{1-\phi^2}\right) = \sigma^2 \frac{\phi^k}{1-\phi^2}$$

Questo mostra che la varianza di y_t (ottenuta per k = 0) è costante nel tempo e che la covarianza tra y_t e y_{t-k} non dipende dal tempo t. Concludendo la dimostrazione, questo significa che il processo AR(1) è stazionario per $|\phi| < 1$.

La derivazione precedente mostra quindi che la varianza di un processo stazionario AR(1) è uguale a

$$\gamma_0 = \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}$$

L'autocorrelazione è data da

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \phi^k$$

Le correlazioni tendono esponenzialmente a zero per $k \to \infty$ con una velocità che dipende da ϕ. Se questo coefficiente è molto vicino a 1, allora le correlazioni vanno a zero molto lentamente. Per $\phi = 1$ il processo y_t non è più stazionario, non ha varianza finita ed ha una componente di trend.

2.2 MODELLO AUTOREGRESSIVO VETTORIALE

Una assunzione cruciale del modello AR visto precedentemente, è che la variabile x_t è esogena quindi non dipende da y_t. In caso contrario i parametri non sono stimati in modo consistente e le procedure standard per i test diagnostici e di previsione non sono più validi. Se la variabile x_t è endogena, allora è possibile cercare di costruire un modello per le due variabili x_t e y_t, così da ottenere due equazioni. Questi modelli sono chiamati modelli di equazione multipla.

2.2.1 Modello autoregressivo vettoriale di ordine (p): VAR(p)

Partendo dal presupposto che il processo generatore dei dati non è conosciuto, se la variabile esplicativa fosse endogena, è meglio costruire un modello che contiene le equazioni per entrambe le variabili. In seguito mostreremo la derivazione di un VAR(1) per poi esplicitare la definizione generale.
Le equazioni del DGP possono essere scritte in forma matriciale come

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_t \\ \eta_t \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} \omega_t \\ \eta_t \end{pmatrix} \sim IID\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_\omega^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\eta^2 \end{pmatrix} \right) \qquad t = 2, \dots, n$$

Nella pratica le restrizioni di questo modello non sono conosciute, ma è possibile stimare i parametri del modello senza restrizioni

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}\varepsilon_{1t}\\ \varepsilon_{2t}\end{pmatrix} \sim IID\left(\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{12}\\ \sigma_{21} & \sigma_{22}\end{pmatrix}\right)$$

Sia Y_t il vettore $2\,x\,1$ $(x_t, y_t)'$, α il vettore $2\,x\,1$ $(\alpha_1, \alpha_2)'$, ε_t il vettore $2\,x\,1$ $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})'$, Φ la matrice $2\,x\,2$ di coefficienti AR, e Ω la matrice di covarianza $2\,x\,2$ dei termini di disturbo. Il precedente modello può essere riscritto come

$$Y_t = \alpha + \Phi Y_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim IID\ (0, \Omega) \tag{2.6}$$

Questo è un VAR di ordine 1 perché è la diretta generalizzazione del modello univariato AR(1) al caso di un vettore di variabili aleatorie.
Il VAR(1) per m variabili è definito in modo simile, in questo caso Y_t è il vettore di variabili $m\,x\,1$, α è il vettore $m\,x\,1$ di costanti, e Φ e Ω sono matrici $m\,x\,m$.
Il modello VAR(1) può essere esteso al VAR(p) incorporando dei lags addizionali così che

$$Y_t = \alpha + \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \Phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim IID\ (0, \Omega) \tag{2.7}$$

Dove Φ_j, $(j = 1, \ldots, p)$, e Ω sono matrici mxm.

2.2.2 Stazionarietà di un processo VAR(p)

In un processo VAR, Y_t è chiamato stazionario se ha un vettore costante di medie $E[Y_t]$ e una finita e costante matrice di covarianza $var\,(Y_t) = E[(Y_t - E[Y_t])(Y_t - E[Y_t])']$ e se la matrice di autocovarianza $cov\,(Y_t, Y_{t-k})$ dipende solo dal lag k e non dal tempo t. Per il caso di una singola variabile $(m = 1)$, è mostrato nel capitolo precedente che un processo AR(1) è stazionario se e solo se $-1 < \phi < 1$. Nel modello multivariato con $m > 1$ variabili la condizione di stazionarietà è che Φ ha tutti i suoi autovalori all'interno del cerchio unitario. Al fine di dimostrare questo risultato, è possibile riscrivere il modello VAR(1) come sostituzione ripetitiva dell'equazione (2.6) come

$$Y_t = \Phi^{t-1} Y_1 + \sum_{j=0}^{t-2} \Phi^j \alpha + \sum_{j=0}^{t-2} \Phi^j \varepsilon_{t-j}$$

Gli effetti dei valori di partenza Y_1 e dei disturbi scompaiono nel tempo se e solo se $\Phi^j \to 0 \ \ per\ j \to \infty$. Questo equivale alla condizione che Φ ha tutti i suoi autovalori all'interno del cerchio unitario. In questo caso la media e la varianza del processo Y_t sono ottenuti dalla precedente equazione $(per\ t \to \infty)$, così che

$$E[Y_t] = \sum_{j=0}^{\infty} \Phi^j \alpha = (I - \Phi)^{-1}\alpha$$

$$var(Y_t) = \sum_{j=0}^{\infty} \Phi^j \Omega (\Phi')^j$$

La matrice di auto covarianza al lag $k > 0$ è uguale a $cov(Y_t, Y_{t-k}) = \sum_{j=0}^{\infty} \Phi^{k+j} \Omega (\Phi')^j$.
La condizione di stazionarietà può anche essere espressa in termini di matrice polinomiale $\Phi(L)Y_t = \alpha + \varepsilon_t$ dove $LY_t = Y_{t-1}$. La condizione di stazionarietà è che tutti gli autovalori della matrice Φ sono interni al cerchio unitario, cioè tutte le soluzioni dell'equazione $\det(\Phi - \lambda I) = 0$ devono soddisfare $|\lambda| < 1$. Le radici della matrice polinomiale $\Phi(z)$ sono le soluzioni dell'equazione $\det\big(\Phi(z)\big) = \det(I - \Phi(z) = (-z)^m \det(\Phi - z^{-1}I) = 0$. Così le radici di $\Phi(z)$ sono le inverse degli autovalori λ, e la condizione di stazionarietà è che tutte le radici del polinomio $\Phi(z)$ stanno fuori dal cerchio unitario. Questa è la generalizzazione della condizione di stazionarietà per il processo univariato AR(p).
Il processo VAR(p) di Y_t nella (2.7) è stazionario se ha un vettore costante di medie e autocovarianze costanti $cov(Y_t, Y_{t-k})$ che dipendono dal lag k ma non dal tempo t. La stazionarietà è equivalente alla condizione che il polinomio caratteristico $\det(\Phi(z))$ abbia tutte le radici fuori dal cerchio unitario, dove $\Phi(z)$ è la matrice polinomiale mxm, con $\Phi(z) = I - \Phi_1 z - \cdots - \Phi_p z^p$. Sotto queste condizioni ciascuna delle singole variabili è un processo stazionario ARMA con ordine AR massimo mp e MA con ordine massimo $(m-1)p$. La media del processo Y_t è uguale a $\mu = (I - \sum_{j=1}^{p} \Phi_j)^{-1} \alpha = \Phi(\Phi)^{-1}\alpha$. Si noti che $\Phi(1)$ è una matrice invertibile se le radici caratteristiche di $\Phi(k)$ stanno fuori al cerchio unitario.

CAP. 3 SPECIFICAZIONE PROCESSI DI VARIANZA E CORRELAZIONE DINAMICI

I modelli GARCH multivariati sono utilizzati per studiare la trasmissione della volatilità e della correlazione e gli effetti di spillover negli studi di contagio. La specificazione del modello GARCH però non suggerisce una naturale estensione alla struttura multivariata. Infatti, l'aspettativa condizionale di un vettore di dimensione m è un vettore di dimensione m, ma la varianza condizionale è una matrice $m\,x\,m$. Un'estensione generale dei processi GARCH univariati comporterebbe la specificazione di ognuno degli $m(m+1)/2$ componenti della matrice in funzione dei suoi valori passati e dei relativi valori passati degli altri componenti. Questo approccio comporterebbe un numero eccessivo di parametri da stimare e quindi non sarebbe fattibile da un punto di vista statistico.

La specificazione di un modello MGARCH deve quindi essere abbastanza flessibile da essere in grado di rappresentare la dinamica delle varianze e covarianze condizionali e, allo stesso tempo, la specificazione dovrebbe essere sufficientemente parsimoniosa per consentire la stima del modello e l'interpretazione dei parametri.

Un'altra caratteristica che deve essere presa in considerazione nella specificazione è imporre la positività delle matrici di covarianza. Una possibilità per risolvere questo problema è quella di ricavare le condizioni per le quali le matrici di covarianza condizionale implicite nel modello sono definite positive, ma questo nella pratica è spesso irrealizzabile. In alternativa è possibile specificare il modello in modo che la positività sia garantita dalla struttura del modello. La difficoltà riscontrata nella letteratura dei Garch Multivariati è proprio quella di riuscire a combinare queste esigenze.

Originariamente *Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988)* proposero un modello GARCH multivariato in forma vech che ha fornito una struttura molto generale per i modelli multivariati di stima della volatilità. Il modello completo senza restrizioni richiede la stima di $0(m^4)$ parametri con la massima verosimiglianza, dove m è il numero di serie storiche che vengono modellate.

Un modello più semplice è il diagonal vech, che permette di avere coefficienti diversi da zero solo sui propri effetti ritardati e sui cross prodotti, riducendo così a $0(m^2)$ il numero di parametri che devono essere stimati. La specificazione diagonale consente una interpretazione relativamente semplice, tuttavia derivare le necessarie

restrizioni sui parametri per garantire che la matrice di covarianza condizionale sia definita positiva diventa difficile al crescere di m.

Bollerslev nel 1990 introdusse il modello GARCH multivariato con correlazione costante condizionale (CCC), dove per ogni asset sono stimati modelli GARCH univariati e quindi la matrice di correlazione è stimata utilizzando lo stimatore di correlazione MLE utilizzando i residui trasformati. L'assunzione di correlazione costante permette la stima di un modello grande e flessibile e assicura che lo stimatore sia definito positivamente, semplicemente imponendo che ogni varianza condizionale univariata sia diversa da zero e che la matrice di correlazione abbia rango pieno.

Tuttavia, lo stimatore di correlazione costante proposto, non fornisce un metodo per costruire errori standard consistenti utilizzando un processo di stima a più passi.

Mentre per *Bollerslev* la nozione di correlazione costante è plausibile, *Tsui e Yu (1999)* sostennero che la correlazione costante può essere respinta per alcuni asset.

In seguito *Bera (1996) e Tse (2000)* hanno sviluppato dei test per la correlazione costante, il primo un test bivariato mentre il secondo ha sviluppato un più generale LM test multivariato.

Engle e Kroner (1995) proposero la formulazione BEKK, sviluppando una forma quadratica generale per l'equazione di covarianza condizionale ed eliminando così il problema del modello originale vech di assicurare la definitezza positiva della stima della covarianza condizionale. Affinché il modello BEKK possa essere completamente generale, il numero di parametri che devono essere stimati è $0(m^4)$, ma una stima BEKK standard comporta di norma la stima di $0(m^2)$ parametri.

Altre formulazioni del modello BEKK comprendono diagonali e scalari che pongono dei limiti su alcuni parametri affinché siano uguali a zero, ma tipicamente queste restrizioni sono rifiutabili. Oltre al numero elevato di parametri che devono essere stimati per la forma generale, l'interpretazione esatta dei singoli coefficienti è difficile da individuare.

Alexander (2000) ha dimostrato l'uso di modelli GARCH fattoriali, come inizialmente delineati da *Engle, Ng, e Rothschild (1990)*, per la stima di grandi matrici di covarianze. Modelli MV-GARCH fattoriali o ortogonali forniscono un metodo per la stima di ogni matrice di covarianza dinamica utilizzando solo i modelli GARCH univariati.

Alexander dimostra come in alcuni casi un numero limitato di fattori possa spiegare una quantità significativa di volatilità.

Tuttavia, questo approccio, riducendo il numero di parametri stimati a 0(m), è limitato sia dalla difficoltà di interpretare i coefficienti dei modelli GARCH univariati sia dalla scarsa performance per i sistemi meno correlati come esempio i titoli azionari.

Engle (2001) propose una nuova classe di stimatori che conserva la facilità di stima del modello di correlazione costante di *Bollerslev* permettendo però di avere correlazioni che cambiano nel tempo. I modelli Dynamic Conditional Correlation MVGARCH conservano la parsimonia delle volatilità dei singoli assets dei modelli GARCH univariati con una semplice correlazione dinamica GARCH-like.

Inoltre, il numero di parametri stimati utilizzando la massima verosimiglianza è 0(m), un notevole miglioramento rispetto sia vech che ai modelli BEKK.

Aspetto ancora più importante è che il numero di parametri che richiedono una stima simultanea è 0(1). Anche *Tse e Tsui (1998)* hanno proposto un modello GARCH multivariato con correlazione dinamica, tuttavia nessun tentativo è stato fatto per consentire la stima separata dei processi GARCH univariati e dello stimatore di correlazione dinamica. Inoltre, non permettendo il ritorno alla correlazione incondizionata nello stimatore di correlazione, il numero di parametri che deve essere contemporaneamente stimato è $0(m^2)$, ed è solo leggermente inferiore alla formulazione tipica di un BEKK.

Nonostante questo stimatore possiede una semplice interpretazione dei coefficienti, esso richiede una stima simultanea di 32 parametri in un modello con 5 asset e 167 parametri in un modello con 15 asset.

Dopo aver discusso le proprietà teoriche del modello MV-GARCH CCC, si presenterà la sua estensione MV-GARCH DCC proposto da *Engle e Sheppard (2001)* che permette di stimare matrici di covarianze variabili nel tempo estremamente grandi. Nel DCC viene quindi proposta una nuova classe di stimatori che mantengono le stesse proprietà del modello CCC ma che parametrizzano la correlazione direttamente permettendole di essere variabile nel tempo.

Come sarà dimostrato, il problema della stima della covarianza multivariata condizionale può essere semplificato stimando modelli GARCH univariati per la varianza di ogni asset, e poi, utilizzando i residui trasformati risultanti dalla prima fase, stimando una correlazione condizionale che varia nel tempo. Gli errori standard dei parametri del primo passo rimangono consistenti e solo la covarianza asintotica dei parametri dello stimatore di correlazione necessita di essere modificata.

3.1 PROCESSI MULTIVARIATI STAZIONARI

Consideriamo un processo vettoriale $(X_t)_{t\epsilon\mathbb{Z}}$ di dimensione m, $X_t = (X_{1t}, \dots, X_{mt})'$. La definizione di stazionarietà in senso stretto rimane valida per il processo vettoriale, mentre la stazionarietà del secondo ordine è definita come segue.

Definizione 1 – Stazionarietà del secondo ordine

Il processo (X_t) si dice stazionario di secondo ordine se:

(i) $EX_{it}^2 < \infty, \forall t \epsilon \mathbb{Z}, \quad i = 1, \dots, m$

(ii) $EX_t = \mu, \quad \forall t \epsilon \mathbb{Z}$

(iii) $\text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = E[(X_t - \mu)(X_{t+h} - \mu)'] = \Gamma_{(h)}, \ \forall t, h \epsilon \mathbb{Z}$

La funzione $\Gamma(\cdot)$, che assume valori nello spazio delle matrici $m\,x\,m$, è chiamata funzione di autocovarianza di (X_t).
Ovviamente $\Gamma_x(h) = \Gamma_x(-h)'$. In particolare, $\Gamma_x(0) = Var(X_t)$ è una matrice simmetrica.
Il più semplice esempio di processo multivariato stazionario è il white noise, definito come una sequenza di variabili incorrelate e a media zero che hanno matrice di covarianza indipendente dal tempo.

3.2 MODELLI GARCH MULTIVARIATI

In questo paragrafo definiremo i modelli GARCH multivariati specificando i loro primi due momenti condizionali.
La stima $\mathbb{R}^m$ di un processo GARCH(ϵ_t), con $\epsilon_t = (\epsilon_{1t}, \dots, \epsilon_{mt})'$, deve soddisfare, per ogni $t \epsilon \mathbb{Z}$,

$$E(\epsilon_t | \epsilon_u, u < t) = 0, \quad Var(\epsilon_t | \epsilon_u, u < t) = E(\epsilon_t \epsilon_t' | \epsilon_u, u < t) = H_t \tag{3.1}$$

L'estensione multivariata della nozione di processo GARCH forte si basa su un'equazione nella forma

$$\epsilon_t = H_t^{1/2} \eta_t, \tag{3.2}$$

Dove (η_t) è una sequenza di variabili stimate $\mathbb{R}^m$ i.i.d., con media zero e matrice di covarianza identica. La matrice $H_t^{1/2}$ può essere scelta per essere simmetrica e

definita positiva[1] ma può anche essere triangolare, con gli elementi della diagonale positivi (per esempio, si veda *Harville, 1997, Teorema 14.5.11*).

Quest'ultima scelta può essere interessante perché se, per esempio, $H_t^{1/2}$ è scelta per essere triangolare inferiore, il primo componente di ϵ_t dipende solo dal primo componente di η_t.

Quando $m = 2$, avremo quindi

$$\begin{cases} \epsilon_{1t} = h_{11,t}^{\frac{1}{2}} \eta_{1t} \\ \epsilon_{2t} = \dfrac{h_{12,t}}{h_{11,t}^{\frac{1}{2}}} \eta_{1t} + \left(\dfrac{h_{11,t} h_{22,t} - h_{12,t}^2}{h_{11,t}} \right)^{\frac{1}{2}} \eta_{2t} \end{cases} \tag{3.3}$$

Dove η_{it} e $h_{ij,t}$ indicano i generici elementi di η_t e H_t. Si noti che ogni soluzione quadrata integrabile di ϵ_t nella (3.2) soddisfa la differenza di martingala (3.1).

La scelta di una specificazione per H_t è ovviamente più delicata rispetto ad una struttura univariata in quanto:

(i) H_t dovrebbe essere simmetrica e definita positiva per ogni t

(ii) La soluzione dovrebbe essere abbastanza semplice al fine di essere compatibile, seppur a caratteri generali, con gli studi probabilistici (esistenza di soluzioni, stazionarietà ,…)

(iii) La specificazione dovrebbe essere abbastanza parsimoniosa al fine di permettere una stima fattibile

Tuttavia, il modello non potrà essere semplice in quanto deve catturare la sofisticata dinamica della struttura di covarianza.

Inoltre, può essere utile avere la cosiddetta proprietà di stabilità dall'aggregazione. Se ϵ_t soddisfa la (3.1), il processo $(\tilde{\epsilon}_t)$ definito da $\tilde{\epsilon}_t = P\epsilon_t$, dove P è una matrice quadrata invertibile, è tale che

$$E(\tilde{\epsilon}_t | \tilde{\epsilon}_u, \quad u < t) = 0, \quad Var\,(\tilde{\epsilon}_t | \tilde{\epsilon}_u, \quad u < t) = \widetilde{H}_t = P H_t P' \tag{3.4}$$

La stabilità dall'aggregazione di una classe di specificazioni per H_t richiede che la matrice di varianza condizionale $\widetilde{H}_t$ sia la stessa per ogni scelta di P. Questa proprietà è particolarmente importante in finanza in quanto se i componenti del vettore ϵ_t sono rendimenti di attività finanziarie, $\tilde{\epsilon}_t$ è un vettore di portafogli delle

[1] *La scelta è quindi unica perché per ogni matrice definita positiva A, si può associare un'unica matrice definita positiva R tale che* $A = R^2$ *(si veda Harville, 1997, Teorema 21.9.1). Abbiamo* $R = P\Lambda^{1/2}P'$*, dove* $\Lambda^{1/2}$ *è una matrice diagonale, con elementi diagonali le radici quadrate degli autovalori di A, e P è la matrice ortogonale dei corrispondenti autovettori.*

stesse attività, ciascuno di questi componenti (coefficienti della corrispondente riga di P) è costituito dagli importi iniziali delle attività.

3.3 MODELLI GARCH A CORRELAZIONE CONDIZIONALE COSTANTE

Supponiamo che, per un processo GARCH multivariato della formula (3.2), tutta l'informazione sul passato ϵ_{kt}, coinvolgendo tutte le variabili $\epsilon_{\ell,t-i}$, è sintetizzata nella variabile $h_{kk,t}$, con $Eh_{kk,t} = E\epsilon_{kt}^2$. Poi, assumendo $\tilde{\eta}_{kt} = h_{kk,t}^{-1/2}\epsilon_{kt}$ definiamo per ogni k una sequenza di variabili i.i.d. con media zero e varianza unitaria. Le variabili $\tilde{\eta}_{kt}$ sono generalmente correlate, quindi assumiamo $R = Var(\tilde{\eta}_t) = (\rho_{k\ell})$, dove $\tilde{\eta}_t = (\tilde{\eta}_{1t,\dots,}\tilde{\eta}_{mt})'$. La varianza condizionale di

$$\epsilon_t = diag\left(h_{11,t}^{\frac{1}{2}}, \dots, h_{mm,t}^{\frac{1}{2}}\right)\tilde{\eta}_t$$

viene scritta come

$$H_t = diag\left(h_{11,t}^{\frac{1}{2}}, \dots, h_{mm,t}^{\frac{1}{2}}\right) R \; diag\left(h_{11,t}^{\frac{1}{2}}, \dots, h_{mm,t}^{\frac{1}{2}}\right) \tag{3.5}$$

Per costruzione, le correlazioni condizionali tra i componenti di ϵ_t sono invarianti nel tempo:

$$\frac{h_{k\ell,t}}{h_{kk,t}^{1/2}h_{\ell\ell,t}^{1/2}} = \frac{E(\epsilon_{kt}\epsilon_{\ell t}|\epsilon_u, u<t)}{\left\{E(\epsilon_{kt}^2|\epsilon_u, u<t)E(\epsilon_{\ell t}^2|\epsilon_u, u<t)\right\}^{1/2}} = \rho_{kl}$$

Al fine di completare la specificazione deve essere specificata la dinamica della varianza condizionale $h_{kk,t}$. Il più semplice modello a correlazione condizionale costante (CCC) si basa sulla specificazione del seguente GARCH univariato:

$$h_{kk,t} = \omega_k + \sum_{i=1}^{q} a_{k,i}\epsilon_{k,t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} b_{k,j}\, h_{kk,t-j}, \quad k = 1, \dots, m \tag{3.6}$$

Dove $\omega_k > 0$, $a_{k,i} \geq 0$, $b_{k,j} \geq 0$, $-1 \leq \rho_{k\ell} \leq 1$, $\rho_{kk} = 1$, e R è simmetrica e semidefinita positiva. Le covarianze condizionali chiaramente non sono lineari nei quadrati e nei prodotti incrociati dei rendimenti. In una struttura multivariata, sembra naturale estendere la specificazione (3.6) per permettere ad $h_{kk,t}$ di dipendere non solo dal proprio passato, ma anche dal passato di tutte le variabili $\epsilon_{\ell,t}$. Assumendo

$$\underline{h}_t = \begin{pmatrix} h_{11,t} \\ \vdots \\ h_{mm,t} \end{pmatrix}, \quad D_t = \begin{pmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \sqrt{h_{mm,t}} \end{pmatrix}, \underline{\epsilon}_t = \begin{pmatrix} \epsilon_{1t}^2 \\ \vdots \\ \epsilon_{mt}^2 \end{pmatrix},$$

Definizione 2 – (processo CCC-GARCH (p,q))

Sia (η_t) una sequenza di variabili i.i.d. con distribuzione η. Un processo (ϵ_t) si definisce CCC-GARCH (p,q) se esso soddisfa le seguenti condizioni

$$\begin{cases} \epsilon_t = H_t^{1/2}\eta_t \\ H_t = D_t R D_t \\ \underline{h}_t = \underline{\omega} + \sum_{i=1}^{q} \boldsymbol{A}_i \underline{\epsilon}_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} \boldsymbol{B}_j \underline{h}_{t-j} \end{cases} \tag{3.7}$$

Dove R è la matrice di correlazioni, $\underline{\omega}$ è un vettore $m\,x\,1$con coefficienti positivi, e $\boldsymbol{A}_i$ e $\boldsymbol{B}_j$ sono matrici $m\,x\,m$ con coefficienti non negativi.

Abbiamo $\epsilon_t = D_t\tilde{\eta}_t$, dove $\tilde{\eta}_t = R^{1/2}\eta_t$è un vettore centrato con R matrice di covarianza. I componenti di ϵ_t hanno quindi la solita espressione, $\epsilon_{kt} = h_{kk,t}^{1/2}\tilde{\eta}_{kt}$, ma la varianza condizionale $h_{kk,t}$ dipende dal passato di tutti i componenti di ϵ_t. Si noti che le covarianze condizionali sono generalmente funzioni non lineari dei componenti di $\epsilon_{t-i}\epsilon'_{t-i}$ e dei valori passati dei componenti di H_t. Un vantaggio di questa specificazione è che la semplice condizione che garantisce la positività di H_t è data dalla positività dei coefficienti $\boldsymbol{A}_i$ e $\boldsymbol{B}_j$ e la scelta di una matrice definita positiva per R. Tuttavia, due limiti importanti del modello CCC sono la sua non stabilità a causa dell'aggregazione e la natura arbitraria delle assunzioni della correlazione costante condizionale.

3.3.1 Stazionarietà del modello CCC

Nel modello (3.7), lasciando $\tilde{\eta}_t = R^{1/2}\eta_t$, otteniamo

$$\underline{\epsilon}_t = \Upsilon_t \underline{h}_t, \quad dove \quad \Upsilon_t = \begin{pmatrix} \tilde{\eta}_{1t}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \tilde{\eta}_{1t}^2 \end{pmatrix}$$

moltiplicando per Υ_t l'equazione per $\underline{h}_t$, abbiamo quindi

$$\underline{\epsilon_t} = \Upsilon_t \underline{\omega} + \sum_{i=1}^{q} \Upsilon_t \boldsymbol{A}_i \underline{\epsilon}_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} \Upsilon_t \boldsymbol{B}_j \underline{h}_{t-j}$$

che può essere scritto

$$\underline{z_t} = \underline{b_t} + A_t \underline{z}_{t-1} \tag{3.8}$$

dove

$$\underline{b_t} = \underline{b}(\eta_t) = \begin{pmatrix} \Upsilon_t \underline{\omega} \\ 0 \\ \vdots \\ \underline{\omega} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \epsilon \, \mathbb{R}^{m(p+q)}, \quad \underline{z_t} = \begin{pmatrix} \underline{\epsilon_t} \\ \vdots \\ \underline{\epsilon}_{t-q+1} \\ \underline{h_t} \\ \vdots \\ \underline{h}_{t-p+1} \end{pmatrix} \epsilon \, \mathbb{R}^{m(p+q)}$$

e

$$A_t = \begin{pmatrix} \Upsilon_t A_1 & \cdots & \Upsilon_t A_q & \Upsilon_t B_1 & \cdots & \Upsilon_t B_p \\ I_m \; 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 \; I_m & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots \; \ddots \; \ddots & & \vdots & \vdots & \ddots \; \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots I_m & 0 & 0 & \cdots 0 & 0 \\ A_1 & \cdots & A_q & B_1 & \cdots & B_p \\ 0 & \cdots & 0 & I_m \; 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \; I_m & \cdots & 0 \\ \vdots \; \ddots \; \ddots & & \vdots & \vdots & \ddots \; \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots 0 & 0 & 0 & \cdots I_m & 0 \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

È una matrice di dimensioni $(p+q)m \; x \; (p+q)m$.
Si ottiene una rappresentazione vettoriale analoga a quella che si ottiene per il caso univariato, questo permette di affermare il seguente risultato:

Teorema 1 Stazionarietà in senso stretto del modello CCC

Condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza di un processo strettamente stazionario e di una soluzione non anticipativa del processo per il modello (3.7) è $\gamma < 0$, dove γ è l'esponente superiore di Lyapunov per la sequenza $\{A_t, t \, \epsilon \, \mathbb{Z}\}$ definita

nella (3.9). Questa soluzione stazionaria e non anticipativa, quando $\gamma < 0$, è unica e ergodica.

Dimostrazione Le variabili η_t ammettono una varianza, quindi la condizione $Elog^{+}\|A_t\| < \infty$ è soddisfatta. Ne segue che quando $\gamma < 0$, la serie

$$\underline{\tilde{z}}_t = \underline{b}_t + \sum_{n=0}^{\infty} A_t A_{t-1} \dots A_{t-n} \underline{b}_{t-n-1} \tag{3.10}$$

converge quasi sicuramente per tutti i t. Una soluzione strettamente stazionaria per il modello (3.7) è ottenuta come $\epsilon_t = \left\{diag(\underline{\tilde{z}}_{q+1,t})\right\}^{1/2} R^{1/2} \eta_t$ dove $\underline{\tilde{z}}_{q+1,t}$ indica il $(q+1) - esimo$ sottovettore di $\underline{\tilde{z}}_t$ di dimensione m. Questa soluzione è quindi non anticipativa ed ergodica. La dimostrazione dell'unicità è la stessa del caso univariato, dove è sufficiente provare che $\lim_{t\to\infty}\|A_0 \dots A_{-t}\| = 0$. A tal fine bisogna dimostrare che, per $1 \le i \le p+q$,

$$\lim_{t\to\infty} A_0 \dots A_{-t} \underline{e}_i = 0, \quad a.s. \tag{3.11}$$

dove $\underline{e}_i = e_i \otimes I_m$ e e_i è l'i-esimo elemento della base canonica di $\mathbb{R}^{p+q}$, dal momento che ogni vettore x di $\mathbb{R}^{m(p+q)}$ può venir scomposto come $x = \sum_{i=1}^{p+q} \underline{e}_i x_i$, dove $x_i \in \mathbb{R}^m$. L'esistenza di una soluzione strettamente stazionaria implica che $A_0 \dots A_{-k} \underline{b}_{-k-1}$ tende a 0, quasi sicuramente, per $k \to \infty$. Ne segue che, usando la relazione $\underline{b}_{-k-1} = \underline{e}_1 \Upsilon_{-k-1} \underline{\omega} + \underline{e}_{q+1} \underline{\omega}$, avremo

$$\lim_{k\to\infty} A_0 \dots A_{-k} \underline{e}_1 \Upsilon_{-k-1} \underline{\omega} = 0, \quad \lim_{k\to\infty} A_0 \dots A_{-k} \underline{e}_{q+1} \underline{\omega} = 0, \quad a.s. \tag{3.12}$$

poiché i componenti di $\underline{\omega}$ sono strettamente positivi, la (3.11) vale per $i = q+1$.

Utilizzando

$$A_{-k} \underline{e}_{q+i} = \Upsilon_{-k} \boldsymbol{B}_i \underline{e}_1 + \boldsymbol{B}_i \underline{e}_{q+1} + \underline{e}_{q+i+1}, \quad i = 1 \dots, p \tag{3.13}$$

per la convenzione che $\underline{e}_{p+q+1} = 0, per\ i = 1$ otteniamo

$$0 = \lim_{t\to\infty} A_0 \dots A_{-k} \underline{e}_{q+1} \ge \lim_{t\to\infty} A_0 \dots A_{-k} \underline{e}_{q+2} \ge 0,$$

dove le disuguaglianze sono prese componente per componente. Pertanto, la (3.11) vale per $i = q+2$,e per induzione, per $i = q + j, \ \ j = 1, \dots, p$ tenuto conto della (3.13). Inoltre, poiché $A_{-k} \underline{e}_q = \Upsilon_{-k} \boldsymbol{A}_q \underline{e}_1 + \boldsymbol{A}_q \underline{e}_{q+1}$, la (3.11) vale anche per $i = q$. Arriviamo alla stessa conclusione per gli altri valori di i usando una ricorsione ascendente.

Il seguente risultato fornisce una condizione necessaria di stazionarietà in senso stretto rigorosa che è semplice da verificare.

Corollario 1 - Conseguenza della stazionarietà in senso stretto

Sia γ l'esponente superiore di Lyapunov per la sequenza $\{A_t, t \in \mathbb{Z}\}$ definita nella (3.9). Consideriamo la matrice del polinomio definito da $\mathcal{B}(z) = I_m - z\boldsymbol{B}_1 - \ldots - z^p\boldsymbol{B}_p$, $z \in \mathbb{C}$.

Sia

$$\mathbb{B} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{B}_1 & \boldsymbol{B}_2 & \cdots & \boldsymbol{B}_p \\ I_m & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & I_m & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & & \cdots\ I_m & 0 \end{pmatrix}$$

Allora, se $\gamma < 0$ valgono le seguenti proprietà:

1. Le radici del $\det \mathcal{B}(z)$ sono fuori al disco unitario
2. $\rho(\mathbb{B}) < 1$

Dimostrazione

Poiché tutte le voci della matrice A_t sono positive, è chiaro che γ è maggiore dell'esponente superiore di Lyapunov della sequenza (A_t^*) ottenuta sostituendo le matrice A_i da 0 in A_t. È facile vedere che il coefficiente superiore di Lyapunov di (A_t^*) coincide con quello della sequenza costante pari a $\mathbb{B}$, cioè con $\rho(\mathbb{B})$. Ne segue che $\gamma \geq \log \rho(\mathbb{B})$. Quindi $\gamma < 0$ implica che tutti gli autovalori di $\mathbb{B}$ sono fuori al disco unitario. Infine, l'equivalenza tra le due proprietà risulta da

$$\det\left(\mathbb{B} - \lambda I_{mp}\right) = (-1)^{mp} \det\left\{\lambda^p I_m - \lambda^{p-1} B_1 - \cdots - \lambda\boldsymbol{B}_{p-1} - \boldsymbol{B}_p\right\}$$

$$= (-\lambda)^{mp} \det \mathcal{B}\left(\frac{1}{\lambda}\right), \quad \lambda \neq 0.$$

Corollario 2

Supponiamo che $\gamma < 0$. Sia ϵ_t la soluzione stazionaria in senso stretto e non anticipativa del modello (3.7). Esiste $s > 0$ tale che $E\left\|\underline{h}_t\right\|^s < \infty$ e $E\left\|\underline{\epsilon}_t\right\|^{2s} < \infty$.

Dimostrazione

La soluzione strettamente stazionaria definita dalla (3.10) soddisfa $E\|\underline{\tilde{z}}_t\| < \infty$ per qualche $s > 0$. La conclusione risulta da $\|\underline{\epsilon}_t\| \leq \|\underline{\tilde{z}}_t\|$ e $\|\underline{h}_t\| \leq \|\underline{\tilde{z}}_t\|$.

3.3.2 Stima del modello CCC

Passiamo ora alla stima del modello CCC-GARCH(p,q)con il metodo della quasi-massima verosimiglianza. Ricordiamo che (ϵ_t) è definito CCC-GARCH(p,q) se soddisfa

$$\begin{cases} \epsilon_t = H_t^{1/2}\eta_t \\ H_t = D_t R D_t, \qquad D_t^2 = diag(\underline{h}_t) \\ \underline{h}_t = \underline{\omega} + \sum_{i=1}^{q} \boldsymbol{A}_i \underline{\epsilon}_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} \boldsymbol{B}_j \underline{h}_{t-j,} \qquad \underline{\epsilon}_t = (\epsilon_{1t}^2, \dots, \epsilon_{mt}^2)' \end{cases} \tag{3.14}$$

dove Rè la matrice di correlazione, $\underline{\omega}$ è un vettore di dimensioni $m\,x\,1$con coefficienti strettamente positivi, $\boldsymbol{A}_i\ e\ \boldsymbol{B}_j$ sono matrici di dimensioni $m\,x\,m$ con coefficienti positivi, e (η_t) è una sequenza i.i.d. di variabili centrate in $\mathbb{R}^m$con matrice di covarianza identica. Come avviene nel caso univariato, il criterio viene scritto come se il processo i.i.d. fosse gaussiano.
I parametri sono i coefficienti delle matrici $\underline{\omega}, \boldsymbol{A}_i\ e\ \boldsymbol{B}_j$, e i coefficienti della parte triangolare inferiore (esclusa la diagonale) della matrice di correlazione $R = (\rho_{ij})$. Il numero di parametri incogniti è quindi

$$s_0 = m + m^2(p+q) + \frac{m(m-1)}{2}$$

Il vettore dei parametri è indicato con

$$\theta = (\theta_1, \dots, \theta_{s_0})' = (\underline{\omega}', \alpha_1', \dots, \alpha_q', \beta_1', \dots, \beta_p', \rho')' := (\underline{\omega}', \alpha', \beta', \rho')'$$

dove $\rho' = (\rho_{21}, \dots, \rho_{m1}, \rho_{32}, \dots, \rho_{m2}, \dots, \rho_{m,m-1})$, $\alpha_i = \mathrm{vec}(\boldsymbol{A}_i),\ i = 1, \dots, q,$ e $\beta_j = \mathrm{vec}(\boldsymbol{B}_j),\ j = 1, \dots, p$. Lo spazio parametrico è un sottospazio Θ di

$$]0, +\infty[^m \mathrm{x} [0, \infty[^{m^2(p+q)} \mathrm{x}]-1,1[^{m(m-1)/2}.$$

Il vero parametro stimato è indicato con

$$\theta_0 = (\underline{\omega}_0', \alpha_{01}', \dots, \alpha_{0q}', \beta_{01}', \dots, \beta_{0p}', \rho_0')' := (\underline{\omega}_0', \alpha_0', \beta_0', \rho_0')'$$

Prima di descrivere la procedura di stima e le sue proprietà, discutiamo le condizioni che è necessario imporre alle matrici $\boldsymbol{A}_i$ *e* $\boldsymbol{B}_j$ per garantire l'unicità della parametrizzazione.

3.3.2.1 Condizioni di identificabilità

Sia $\mathcal{A}_\theta(z) = \sum_{i=1}^{q} \boldsymbol{A}_i z^i$ e $\mathcal{B}_\theta(z) = I_m - \sum_{j=1}^{p} \boldsymbol{B}_j z^j$. Per convenzione, $\mathcal{A}_\theta(Z) = 0$ se $q = 0$ e $\mathcal{B}_\theta(Z) = I_m$ se $p = 0$. Se $\mathcal{B}_\theta(Z)$ è non singolare, cioè, se le radici del $\det(\mathcal{B}_\theta(Z)) = 0$ sono esterne al disco unitario, ne possiamo dedurre per $\mathcal{B}_\theta(B)\underline{h}_t = \underline{\omega} + \mathcal{A}_\theta(B)\underline{\epsilon}_t$ la rappresentazione

$$\underline{h}_t = \mathcal{B}_\theta(1)^{-1}\underline{\omega} + \mathcal{B}_\theta(B)^{-1}\mathcal{A}_\theta(B)\underline{\epsilon}_t \tag{3.15}$$

Nel caso vettoriale, assumendo che i polinomi $\mathcal{A}_{\theta_0}$ *e* $\mathcal{B}_{\theta_0}$ non hanno radice comune è insufficiente per garantire che non esiste alcuna altra coppia con gli stessi gradi (p, q), tale che

$$\mathcal{B}_\theta(B)^{-1}\mathcal{A}_\theta(B) = \mathcal{B}_{\theta_0}(B)^{-1}\mathcal{A}_{\theta_0}(B) \tag{3.16}$$

Questa condizione è equivalente all'esistenza di un operatore $U(B)$ tale che

$$\mathcal{A}_\theta(B) = U(B)\mathcal{A}_{\theta_0}(B) \quad e \quad \mathcal{B}_\theta(B) = U(B)\mathcal{B}_{\theta_0}(B) \tag{3.17}$$

questo fattore comune svanisce in $\mathcal{B}_\theta(B)^{-1}\mathcal{A}_\theta(B)$. Il polinomio $U(B)$ è chiamato unimodulare se il $\det\{U(B)\}$ è una costante diversa da zero. Quando i soli fattori in comune dei polinomi $P(B)e\ Q(B)$ sono unimodulari, cioè, quando

$$P(B) = U(B)P_1(B), \quad Q(B) = U(B)Q_1(B) \Longrightarrow \det\{U(B)\} = costante$$

allora $P(B)e\ Q(B)$ sono chiamati *left coprime*.

3.3.2.2 Proprietà asintotiche dello stimatore di quasi massima verosimiglianza del modello CCC-GARCH

Sia $(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n)$ una osservazione di lunghezza n della soluzione (ϵ_t) unica non anticipativa e strettamente stazionaria del modello (3.14). Condizionatamente ai

valori iniziali non negativi $\epsilon_0, \dots, \epsilon_{1-q}, \underline{\tilde{h}}_0, \dots, \underline{\tilde{h}}_{1-p}$, la quasi-verosimiglianza

Gaussiana è scritta come

$$L_n(\theta) = L_n(\theta; \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) = \prod_{t=1}^{n} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{m}{2}} \left|\tilde{H}_t\right|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\epsilon_t' \tilde{H}_t^{-1} \epsilon_t\right)$$

Dove $\tilde{H}_t$ sono definite ricorsivamente, per $t \geq 1$, da

$$\begin{cases} \tilde{H}_t &= \tilde{D}_t R \tilde{D}_t, \ \tilde{D}_t = \left\{diag\left(\underline{\tilde{h}}_t\right)\right\}^{\frac{1}{2}} \\ \underline{\tilde{h}}_t &= \underline{\tilde{h}}_t(\theta) = \underline{\omega} + \sum_{i=1}^{q} \boldsymbol{A}_i \underline{\epsilon}_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} \boldsymbol{B}_j \underline{\tilde{h}}_{t-j} \end{cases}$$

Il QMLE di θ è definito come qualsiasi soluzione misurabile $\hat{\theta}_n$ tale che

$$\hat{\theta}_n = \underset{\theta \in \Theta}{arg\,max}\, L_n(\theta) = \underset{\theta \in \Theta}{arg\,min}\, \tilde{I}_n(\theta) \tag{3.18}$$

dove

$$\tilde{I}_n(\theta) = n^{-1} \sum_{t=1}^{n} \tilde{\ell}_t, \qquad \tilde{\ell}_t = \tilde{\ell}_t(\theta) = \epsilon_t' \tilde{H}_t^{-1} \epsilon_t + log\left|\tilde{H}_t\right|$$

<u>Osservazione</u> *(scelta dei valori iniziali)* Come avviene nel caso univariato, i valori iniziali non hanno alcuna influenza sulle proprietà asintotiche dello stimatore.

Questi valori iniziali possono essere fissati, per esempio, in modo che

$$\underline{\epsilon}_0 = \cdots = \underline{\epsilon}_{1-q} = \underline{\tilde{h}}_t = \cdots = \underline{\tilde{h}}_{1-p} = 0.$$

Essi possono anche essere scelti in funzione di θ, come

$$\underline{\epsilon}_0 = \cdots = \underline{\epsilon}_{1-q} = \underline{\tilde{h}}_t = \cdots = \underline{\tilde{h}}_{1-p} = \underline{\omega},$$

o come funzioni di variabili casuali delle osservazioni, come

$$\underline{\tilde{h}}_t = \underline{\epsilon}_t = \begin{pmatrix} \epsilon_{1t}^2 \\ \vdots \\ \epsilon_{mt}^2 \end{pmatrix}, \quad t = 0, -1, \dots, 1-r,$$

dove le prime $r = max\{p, q\}$ osservazioni sono indicate da $\epsilon_{1-r}, \dots, \epsilon_0$.

Sia $\gamma(\boldsymbol{A}_0)$ il coefficiente superiore di Lyapunov della sequenza di matrici $\boldsymbol{A}_0 = (\boldsymbol{A}_{0t})$ definita come nella (3.9), per $\theta = \theta_0$. Le seguenti assunzioni saranno utilizzate per stabilire la consistenza forte del QMLE.

A1: $\theta_0 \in \Theta$ e Θ è compatto.

A2: $\gamma(\boldsymbol{A}_0) < 0$ e,per ogni $\theta \in \Theta$, $\det \mathcal{B}(z) = 0 \Rightarrow |z| > 1$.

A3: I componenti di η_t sono indipendenti e i loro quadrati hanno distribuzioni non degeneri.

A4: se $p > 0$, allora $A_{\theta 0}(z)$ e $\mathcal{B}_{\theta 0}(z)$ sono *coprimi a sinistra* e $M_1(A_{\theta 0}, \mathcal{B}_{\theta 0})$ ha rango pieno m.

A5: R è una matrice di correlazione definita positiva per ogni $\theta \in \Theta$.

Se lo spazio Θ è vincolato da

$$\forall \theta \in \Theta, \quad \forall_i = 1, \dots, m, \quad q_i(\theta) \leq q_i \quad e \quad p_i(\theta) \leq p_i,$$

dove $q_i \leq q$ e $p_i \leq p$ sono fissati interi. Cioè, se gli ordini massimi sono imposti per ogni componente di $\underline{\epsilon}_t$ e $\underline{h}_t$ in ogni equazione, allora l'assunzione A4 può essere sostituita dalla condizione più generale:

A4′: Se $p > 0$, allora $A_{\theta 0}(z)$ e $\mathcal{B}_{\theta 0}(z)$ sono *coprimi a sinistra* e $M_1(A_{\theta 0}, \mathcal{B}_{\theta 0})$ ha rango pieno m.

Sarà utile approssimare la sequenza $(\tilde{\ell}_t(\theta))$ mediante una sequenza ergodica e stazionaria. L'assunzione ***A2*** implica che, per ogni $\theta \in \Theta$, le radici di $\mathcal{B}_{\theta 0}(z)$ sono fuori al disco unitario. Indichiamo con $\left(\underline{h}_t\right)_t = \left\{\underline{h}_t(\theta)\right\}_t$ la soluzione strettamente stazionaria, non anticipativa e ergodica di

$$\underline{h}_t = \underline{\omega} + \sum_{i=1}^{q} \boldsymbol{A}_i \underline{\epsilon}_{t-i} + \sum_{j=1}^{p} \boldsymbol{B}_j \underline{h}_{t-j,} \qquad \forall t. \tag{3.19}$$

Ora, lasciando $D_t = \left\{diag\,(\underline{h}_t)\right\}^{1/2}$ e $H_t = D_t R D_t$, definiamo

$$I_n(\theta) = I_n(\theta; \epsilon_n, \epsilon_{n-1} \dots,) = n^{-1} \sum_{t=1}^{n} \ell_t, \qquad \ell_t = \ell_t(\theta) = \epsilon_t' H_t^{-1} \epsilon_t + log|H_t|.$$

Siamo ora in grado di affermare il seguente teorema di consistenza.

Teorema 2 Consistenza Forte

Sia $(\hat{\theta}_n)$ una sequenza di QMLE che soddisfano la (3.18). Allora, sotto le assunzioni $\boldsymbol{A1}-\boldsymbol{A5}$ (o $\boldsymbol{A1}-\boldsymbol{A3}, \boldsymbol{A4}'e$ $\boldsymbol{A5}$),

$$\hat{\theta}_n \to \theta_0, \quad quai\ sicuramente\ quando\ n \to \infty.$$

Per stabilire la normalità asintotica sono necessarie le ulteriori assunzioni:

A6: $\theta_0 \in \overset{\circ}{\Theta}$, dove $\overset{\circ}{\Theta}$ è l' interno di Θ.

A7: $E\|\eta_t \eta_t'\|^2 < \infty$.

Teorema 3 Normalità Asintotica

sotto le assunzioni del Teorema 2 e di $\boldsymbol{A6}$ *e* $\boldsymbol{A7}$, $\sqrt{n}(\hat{\theta}_n - \theta_0)$ converge in una distribuzione $\mathcal{N}(0, J^{-1} I J^{-1})$ dove J è una matrice definita positiva e I è una matrice semi-definita positiva, definite da

$$I = E\left(\frac{\partial \ell_t(\theta_0)}{\partial \theta}\frac{\partial \ell_t(\theta_0)}{\partial \theta'}\right), \qquad J = E\left(\frac{\partial^2 \ell_t(\theta_0)}{\partial \theta \partial \theta'}\right).$$

3.4 MODELLI GARCH A CORRELAZIONE CONDIZIONALE DINAMICA

Il modello GARCH multivariato proposto assume che la distribuzione dei k rendimenti condizionati siano normali multivariate con media zero e matrice di covarianza H_t. [2]

I rendimenti possono essere o a media zero oppure i residui di serie storiche filtrate[3].

$$r_t | F_{t-1} \sim N(0, H_t)$$

e

$$H_t \equiv D_t R_t D_t$$

[2] *L'ipotesi di normalità multivariata non è richiesta per la consistenza e la normalità asintotica dei parametri stimati. Quando i rendimenti non sono innovazioni gaussiane, lo stimatore DCC può essere interpretato come uno stimatore di quasi-massima verosimiglianza.*

[3] *Gli errori standard del modello non dipendono dal tipo di filtrazione (ARMA, per esempio), come la cross derivata parziale della log-likelihood rispetto ai parametri di media e varianza è attesa nulla quando si utilizza la likelihood normale.*

Dove D_t è una matrice diagonale $k\ x\ k$ che sulla diagonale ha i valori della deviazione standard calcolati da un modello GARCH univariato con $\sqrt{h_{it}}$ sulla diagonale i-esima e R_t è la matrice di correlazione variabile rispetto al tempo.
La log-verosimiglianza di questo stimatore può essere scritta:

$$L = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(klog(2\pi) + \log(|H_t|) + r_t' H_t^{-1} r_t)$$

$$L = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(klog(2\pi) + \log(|D_t R_t D_t|) + r_t' D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} r_t)$$

$$L = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(klog(2\pi) + 2\log(|D_t|) + \log(|R_t|) + \epsilon_t' R_t^{-1} \epsilon_t)$$

dove $\epsilon_t \sim N(0, R_t)$ sono i residui standardizzati dalla loro deviazione standard condizionata.
Nel primo passo della stima del DCC si ipotizza che gli elementi della matrice diagonale D_t seguono un processo GARCH univariato, così che:

$$h_{it} = w_i + \sum_{p=1}^{p_i} \alpha_{ip} r_{it-p}^2 + \sum_{q=1}^{Q_i} \beta_{iq} h_{it-q} \qquad (3.20)$$

per $i = 1,2,\ldots,k$ con le usuali restrizioni del GARCH per la non negatività e la stazionarietà, come per esempio la non negatività delle varianze e $\sum_{p=1}^{P_i} \alpha_{ip} + \sum_{q=1}^{Q_i} \beta_{iq} < 1$.
Gli indici sono presenti sui singoli P e Q per ciascuna serie al fine di indicare che la lunghezza dei ritardi scelti non deve necessariamente essere la stessa. La specificazione del modello GARCH univariato non è limitata allo standard GARCH (p,q) ma può includere qualsiasi processo GARCH con errori distribuiti normalmente che soddisfano condizioni di stazionarietà adeguata e i vincoli di non negatività. La proposta della struttura a correlazione dinamica è del tipo:

$$Q_t = \left(1 - \sum_{m=1}^{M} \alpha_m - \sum_{n=1}^{N} \beta_n\right)\bar{Q} + \sum_{m=1}^{M} \alpha_m (\epsilon_{t-m}\epsilon_{t-m}') + \sum_{n=1}^{N} \beta_n Q_{t-n} \qquad (3.21)$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1}$$

dove $\bar{Q}$ è la matrice di covarianza non condizionata dei residui standardizzati risultanti dal primo passo della stima, e

$$Q_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{11}} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{22}} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & \sqrt{q_{kk}} \end{bmatrix}$$

così che Q_t^* è una matrice diagonale composta dalla radice quadrata degli elementi diagonali di Q_t.

L'elemento tipico di R_t sarà nella forma $\rho_{ijt} = \frac{q_{ijt}}{\sqrt{q_{ii} q_{jj}}}$.

Il seguente utile risultato di algebra lineare semplifica la ricerca delle condizioni necessarie per la definitezza positiva di R_t e quindi di una matrice di correlazione[4].

Proposizione 1 (Definitezza positiva)

Una matrice quadrata, A, è definita positiva se e solo se $B = A^{*-1} A A^{*-1}$, come definita sopra, è definita positiva.

La Proposizione 1 stabilisce che per la definitezza positiva di R_t, abbiamo solamente bisogno di garantire che Q_t è definita positiva. Applicando questa proposizione, possiamo descrivere un insieme di condizioni sufficienti per H_t per essere uniformemente definita positiva.

Proposizione 2 (Definitezza positiva per il DCC)

Se le seguenti restrizioni ai parametri GARCH univariati (3.20) *sono soddisfatte per ogni serie di asset $i \in [1, \dots, k]$:*

a. $\omega_i > 0$
b. α_{ip} $\forall p \in [1, \dots, P_i]$ *e* β_{iq} $\forall q \in [1, \dots, Q_i]$ *sono tali che* h_{it} *sarà positiva con probabilità uno.*[5]
c. $h_{i0} > 0$
d. *Le radici di* $1 - \sum_{p=1}^{P_i} \alpha_{ip} Z^p + \sum_{q=1}^{Q_i} \beta_{iq} Z^q$ *si trovano al di fuori del cerchio unitario.*
e. $\alpha_m \geq 0 \quad \forall_m \in [1, \dots, M_i]$
f. $\beta_n \geq 0 \quad \forall_n \in [1, \dots, N_i]$

[4] *Una matrice di correlazione è definita come una matrice reale, simmetrica semi-definita positiva, con elementi della diagonale unitari.*

[5] *Si veda Nelson e Cao (1992)*

g. $\sum_{m=1}^{M} \alpha_m + \sum_{n=1}^{N} \beta_n < 1$

h. $l'autovalore\ minimo\ di\ \bar{R} > \delta > 0$

Quindi H_t sarà definita positiva per ogni t.

Dimostrazione

Ogni h_{it} sarà strettamente positivo poiché ciascuno è la somma di parti (debolmente) positive. Q_t sarà definita positiva per ogni t in quanto è la media ponderata di una matrice definita positiva ($\bar{Q}$), di matrici semi-definite positive ($\epsilon\epsilon_t'$) e di matrici definite positive Q_{t-1}, e Q_0 è definita positiva dall'assunzione h.

Essenzialmente, i requisiti per la definitezza positiva della covarianza condizionata sono uguali sia per il modello DCC sia per un processo GARCH univariato. Le restrizioni sui parametri nella Proposizione 2 non sono necessari, sono solo sufficienti a garantire la definitezza positiva per H_t.

3.4.1 STIMA E STANDARD ERRORS

Il modello DCC viene stimato utilizzando una procedura a due stadi, dove il primo stadio consiste nella stima di un modelli GARCH univariati per ogni serie di residui, mentre nel secondo stadio i residui, trasformati dalla loro deviazione standard stimata durante il primo stadio, sono utilizzati per stimare i parametri della correlazione condizionata. La verosimiglianza usata nel primo stadio, comporta la sostituzione di R_t con I_k, una matrice identità di dimensione k.

Siano i parametri del modello, Θ, scritti in due gruppi $(\phi_1, \phi_2, \ldots., \phi_k, \Psi) = (\phi, \Psi)$ dove gli elementi di ϕ_i corrispondono ai parametri del modello GARCH univariato per i rendimenti della serie i-esima, $\phi_i = (\omega, \alpha_{1i}, \ldots, \alpha_{P_i i}, \beta_{1i}, \ldots, \beta_{Q_i i})$.

La funzione di quasi-verosimiglianza risultante dal primo step è:

$$QL_1(\phi|r_t) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(klog(2\pi) + \log(|I_k|) + 2\log(|D_t|) + r'D_t^{-1}R_t^{-1}D_t^{-1}r_t) \tag{3.22}$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(klog(2\pi) + 2\log(|D_t|) + r'D_t^{-2}r_t) \tag{3.23}$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(klog(2\pi) + \sum_{n=1}^{k}\left(\log(h_{it}) + \frac{r_{it}^2}{h_{it}}\right)\right) \tag{3.24}$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(Tlog(2\pi) + \sum_{n=1}^{k}\left(\log(h_{it}) + \frac{r_{it}^2}{h_{it}}\right)\right) \tag{3.25}$$

che è la somma delle log-verosimiglianze dei singoli modelli GARCH per ciascun assets. Al termine della stima della prima fase, il secondo passo è una stima usando la verosimiglianza, condizionandola con i parametri stimati nella prima verosimiglianza:

$$QL_2\left(\Psi\middle|\hat{\phi}, r_t\right) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(klog(2\pi) + 2\log|D_t| + \log(|R_t|) + r' D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} r_t) \tag{3.26}$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(klog(2\pi) + 2\log|D_t| + \log(|R_t|) + \epsilon_t' R_t^{-1}\epsilon_t) \tag{3.27}$$

Dal momento che stiamo condizionando a $\hat{\phi}$, l'unica parte di log-verosimiglianza che influenzerà la selezione dei parametri è $\log(|R_t|) + \epsilon_t' R_t^{-1}\epsilon_t$, e nella stima dei parametri DCC, è spesso più semplice escludere i termini costanti e massimizzare semplicemente:

$$QL_2\left(\Psi\middle|\hat{\phi}, r_t\right) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(\log(|R_t|) + \epsilon_t' R_t^{-1}\epsilon_t)$$

Newey e McFadden (1994) hanno fornito una prova per la distribuzione asintotica per gli stimatori GMM a due stadi. Le prove per la consistenza e normalità asintotica delle stime a due passi dei parametri dello stimatore DCC seguono da vicino i risultati presentati per GMM. La seguente serie di ipotesi sono sufficienti a stabilire la consistenza dei parametri stimati utilizzando questa procedura a due fasi in aggiunta alle ipotesi standard, garantendo la completezza dello spazio di probabilità e la misurabilità delle funzioni di quasi-verosimiglianza.

A1 $\theta_0 = (\emptyset_0, \psi_0)$ è interno a $\Theta = \Phi \times \Psi$, e Θ è compatto, e $\emptyset_0$ soddisfa le condizioni della Proposizione 2.

A2 $\emptyset_0$ massimizza unicamente $E[\ln f_1(r, \emptyset)]$ (equazione (3.22)) e ψ_0 massimizza unicamente $E[\ln f_2(r, \emptyset)]$ (equazione (3.26)) dove $r = (r_1, \ldots r_t)$ è una serie ergodica strettamente stazionaria.

A3 ln $f_1(\mathrm{r}, \emptyset)$ e ln $f_2(\mathrm{r}, \emptyset, \psi)$, il primo e il secondo passo di quasi log-verosimiglianza, sono due volte differenziabili continuamente in θ_0.

A4 $E[\sup_{\emptyset \in \Phi} \|\ln f_1(r, \emptyset)\|]$ e $E[\sup_{\emptyset \in \Phi} \|\ln f_2(r, \theta)\|]$ esistono e sono finiti.

Teorema 1 (Consistenza)

Sulla base delle assunzioni A1-A4, $\hat{\emptyset}_n \xrightarrow{p} \emptyset_0$ e $(\hat{\emptyset}_n, \hat{\psi})_n = \hat{\theta}_n \xrightarrow{p} \theta_0$.

I dettagli della dimostrazione si possono trovare in *Newey e McFadden*.
Le condizioni per la consistenza sono molto deboli e saranno soddisfatte da numerosi processi di generazione dei dati.
Ora aggiungeremo sufficienti condizioni di regolarità per permettere la normalità asintotica dei parametri stimati.
Le seguenti due assunzioni aggiuntive sono necessarie per ottenere questo risultato:

A5 $(i) E[\nabla_{\emptyset} \ln f_1(r_t, \emptyset_0)] = 0 \; e \; E[\|\nabla_{\emptyset} \ln f_1(r_t, \emptyset_0)\|^2] < \infty$
$(ii) E[\nabla_{\theta} \ln f_2(r_t, \theta_0)] = 0 \; e \; E[\|\nabla_{\theta} \ln f_2(r_t, \theta_0)\|^2] < \infty$

A6 *(i)* $A_{11} = E[\nabla_{\emptyset\emptyset} \ln f_1(r_t, \emptyset_0)]$ è O (1) e definita negativa.
$(ii) A_{22} = E[\nabla_{\psi\psi} \ln f_2(r_t, \theta_0)]$ è O (1) e definita negativa.

Utilizzando queste ipotesi il seguente teorema stabilisce la distribuzione asintotica dei processi di stima a due passi nella stima di modelli DCC-MVGARCH.

Teorema 2 (Normalità Asintotica)

Sulla base delle assunzioni A1-A6, per $\{\mathrm{f}_{1\mathrm{t}}\}$ e $\{\mathrm{f}_{2\mathrm{t}}\}$,

$$\sqrt{n}(\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_0) \overset{A}{\sim} N(0, A_0^{-1} B_0 A_0'^{-1})$$

dove

$$A_0 = \begin{bmatrix} \nabla_{\emptyset\emptyset} \ln f_1(\emptyset_0) & 0 \\ \nabla_{\emptyset\psi} \ln f_2(\theta_0) & \nabla_{\psi\psi} \ln f_2(\theta_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix}$$

e

$$B_0 = var\left[\sum_{t=1}^{n} (n^{-\frac{1}{2}} \nabla'_{\emptyset} \ln f_1(r_t, \emptyset_0), n^{-1/2} \nabla'_{\psi} \ln f_2(r_t, \emptyset_0, \psi_0))\right] = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 \\ B_{12} & B_{22} \end{bmatrix}$$

Seguendo il teorema, la varianza asintotica di $\hat{\theta}_n$ è data da $A_0^{-1}B_0A_0^{-1}$. Applicando i teoremi inversi per le matrici quadrate, le varianze asintotiche dei parametri GARCH per ogni asset, $\hat{\theta}_n$ sono gli stimatori standard di Bollerslev-Wooldridge della matrice di covarianza robusta dati da ${A_{011}}^{-1}B_{011}{A_{011}}^{-1}$.[6] La varianza asintotica dei parametri del secondo passo DCC è comunque una formula molto più complicata che coinvolge tutti i parametri.

Inoltre, la varianza asintotica dei parametri è (debolmente) superiore in questo caso rispetto al caso in cui $A_{0\emptyset\psi}$ fosse una matrice nulla, a causa della perdita di efficienza dovuta alla stima separata dei parametri.

Oltre ad avere standard errors modificati, un test likelihood-ratio con r restrizioni non sarà tipicamente un χ_r^2. Sia *Foutz e Srivastave (1977)* che *Liang e Self (1996)* hanno discusso test likelihood ratio sia quando l'assunzione distributiva non è corretta sia quando un modello è stimato in più passi. Entrambi i risultati dimostrano che quando l'Information Matrix Equality non regge, per esempio $A_0 - B_0 \overset{p}{\nrightarrow} 0$, allora la distribuzione asintotica sarà una somma pesata di r variabili χ_1^2 indipendenti dove i pesi non saranno necessariamente unitari. In questo caso, dove il limite della distribuzione dei parametri è noto (Teorema 2), *Foutz e Srivastave (1977)* per testare l'ipotesi nulla $H_0: \theta \in \Theta_r$ contro $H_1: \theta \in \Theta$ hanno dimostrato che

$$-2\ln\lambda = -2\ln\frac{\underset{\theta \in}{max}\,\Theta\{\prod_{i-1}^{T} f(r_t,\theta)\}}{\underset{\theta \in}{max}\,\Theta_r\{\prod_{i-1}^{T} f(r_t,\theta)\}} \xrightarrow{d} C$$

dove

$$C \sim c(\theta_0)_1\chi_1^2 + c(\theta_0)_2\chi_1^2 + \ldots + c(\theta_0)_r\chi_1^2$$

dove $c(\theta_0)_i$ è l'i-esimo autovalore di $W(\theta_0)M(\theta_0)$, $W(\theta_0) = (-\tilde{A}_1 + \tilde{A}_1\tilde{A}_4^{-1}\tilde{A}_3)$ e $M(\theta_0)$ è la matrice superiore $r\,x\,r$ di $\tilde{A}^{-1}\tilde{B}\tilde{A}^{-1}$, dove $\tilde{A}$ è A, come definito nel teorema 2, con le righe e le colonne dei parametri ristretti scambiate, così che le prime r righe e le colonne di $\tilde{A}$ corrispondono agli standard errors dei parametri ristretti testati e $\tilde{B}$ è definito in modo simile. Nel testare una restrizione, abbiamo $\left(W(\theta_0)M(\theta_0)\right)^{-1}\hat{\lambda} \sim \chi_1^2$. Un altro risultato utile è che il valore atteso della loglikelihood completa valutata per i parametri stimati dal primo passo di stima è zero, e quindi i parametri del

[6] *${A_{011}}^{-1}B_{011}{A_{011}}^{-1}$ sarà una matrice a blocchi diagonale con la matrice di covarianza per l'i-esimo modello GARCH univariato nell'i-esimo blocco diagonale.*

processo del secondo passo hanno lo stesso limite del processo del primo passo. La proposizione seguente mostra i dettagli di questa affermazione.

Proposizione 3 (Specificazione GARCH univariato)

Se $E_{t-1}(r_{it}^2) = h_{it}$, allora il valore atteso del gradiente parziale rispetto a $\emptyset$ nella valutazione della log-likelihood del secondo passo stimati i parametri usando la log-likelihood del primo passo è pari a zero, per esempio $E\left(\nabla_{\emptyset} \ln f_2 \left(r, \widehat{\emptyset}_1(\cdot), \widehat{\psi}_2(\cdot)\right)\right) = 0$.

Mentre i parametri sono consistenti e asintoticamente normali se hanno covarianza nota, non sono completamente efficienti se entrambe le serie di parametri vengono stimate utilizzando LIML. Tuttavia, grazie ai risultati di *Pagan (1986) e altri*, sappiamo che quando una stima è "root-n consistent", una stima pienamente efficiente è richiesta in un solo passo utilizzando un algoritmo di *Newton-Raphson* che prevede l'uso della likelihood del secondo passo per ottenere stime consistenti delle derivate prime e seconde. Il lemma uno fornisce una dichiarazione esatta dell'efficienza di uno step per lo stimatore DCC.

Lemma 1 (One step Efficiency)

Se $\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_{2S} + \widehat{A_{\theta\theta}}^{-1} \nabla_{\theta} \ln \widehat{f_2(r, \emptyset_0, \psi_0)}$ dove $\widehat{A_{\theta\theta}}$ è una stima consistente della derivata seconda della QL_2 e $\ln \widehat{f_2(r, \emptyset_0, \psi_0)}$ è una stima consistente del gradiente di QL_2, allora $T^{\frac{1}{2}}(\hat{\theta}_1 - \theta_0)$ ha la stessa distribuzione limite di $T^{\frac{1}{2}}(\hat{\theta} - \theta_0)$, dove $\hat{\theta}_1$ è uno stimatore efficiente di un solo passo e $\hat{\theta}$ è uno stimatore standard di un passo.

CAP. 4 ANALISI PER MACROAREE

Lo scopo di questo capitolo è investigare l'integrazione tra i mercati dei *Credit Default Swap* sovrani di 47 Paesi aggregati per area geografica e grado di sviluppo economico utilizzando il modello GARCH multivariato a correlazione condizionale dinamica (DCC) proposto da *Engle e Sheppard (2001).*

Dopo aver filtrato gli indici aggregati per tre diverse specificazioni, un'analisi preliminare verrà effettuata sequenzialmente nel tempo utilizzando il test basato sui coefficienti di correlazione proposto in *Forbes e Rigobon (2002).*

Effetti di contagio verranno ricercati analizzando l'andamento della correlazione dinamica e le date che presentano evidenza di contagio verranno confrontate con la time-line della financial crisis. L'applicazione empirica è sviluppata con i software Eviews e Matlab.

4.1 DATASET CDS A LIVELLO AGGREGATO

4.1.1 Descrizione delle serie storiche

Le serie storiche prese in considerazione fanno riferimento ai CDS[7] a 5 anni[8], sono espresse in basis point, hanno frequenza giornaliera (giorni di borsa aperta), e provengono dal database *Bloomberg* ad eccezione delle serie dei CDS di Stati Uniti e Grecia per i quali non è stato possibile ricavare tutte le osservazioni per il sample preso in considerazione e per questo provengono da *Datastream*.

Il periodo campionario preso in riferimento parte il 08/08/2008 e termina il 10/02/2012 per un totale di 916 osservazioni ed include tutte le osservazioni disponibili per i CDS.

---

[7] Come descritto da Pan e Singleton (2008) e da Longstaff, Pan, Pedersen e Singleton (2011), il credit default swap (CDS) è un derivato sul rischio di credito ampiamente negoziato che, funzionando come un contratto di assicurazione per un obbligazionista, consente agli investitori di proteggersi contro il rischio di insolvenza da parte di imprese o di entità sovrane, denominate entità di riferimento. Spread sui CDS indicano il costo annuo del contratto, espresso in punti base rispetto al valore nominale del prestito. È ampiamente condiviso che i CDS spread riflettono direttamente la valutazione del mercato sul rischio del credito (Longstaff et al., 2007), quindi la valutazione del rischio basata sui rating può essere, di fatto, sostituita con l'analisi di questi derivati creditizi. I CDS Spreads sono legati a fattori di mercato a livello mondiale, da premi per il rischio e da flussi di capitali (Longstaff et al., 2007), il che implica un'elevata suscettibilità alle condizioni finanziarie globali. Il rischio di default viene trasmesso nei CDS, come avvenuto in seguito al crollo di Bear Stearns a marzo 2008, seguito da Lehman Brothers a Settembre: nel periodo compreso tra l'inizio della crisi dei mutui subprime degli Stati Uniti nel mese di agosto 2007 a settembre 2008, i premi sui CDS delle principali banche statunitensi sono aumentati in media un centinaio di volte, e lo shock post Lehman ha causato una grande tendenza al rialzo dei CDS. Lo studio dell'andamento del CDS Spread quindi svolge un ruolo endemico per misurare la profondità di una crisi adattandosi al meglio per lo studio del contagio.

[8] La durata di 5 anni è stata scelta in quanto rappresenta la durata tipica di un contratto CDS Sovrano. Essendo negoziati in mercati OTC, è possibile trovare CDS anche con durate differenti.

Tutte le serie sono state suddivise secondo l'area geografica e un'ulteriore suddivisione è stata fatta tra *Developed Markets* e *Emergin Markets* in base alla classificazione dei Paesi proposta da MSCI. Il totale degli Stati presi in considerazione ammonta a 47 per un totale di indici creati pari a 9, come riportato in Tab. 2.

Tab. 2: Raggruppamento degli Stati secondo l'area geografica e il grado di sviluppo economico

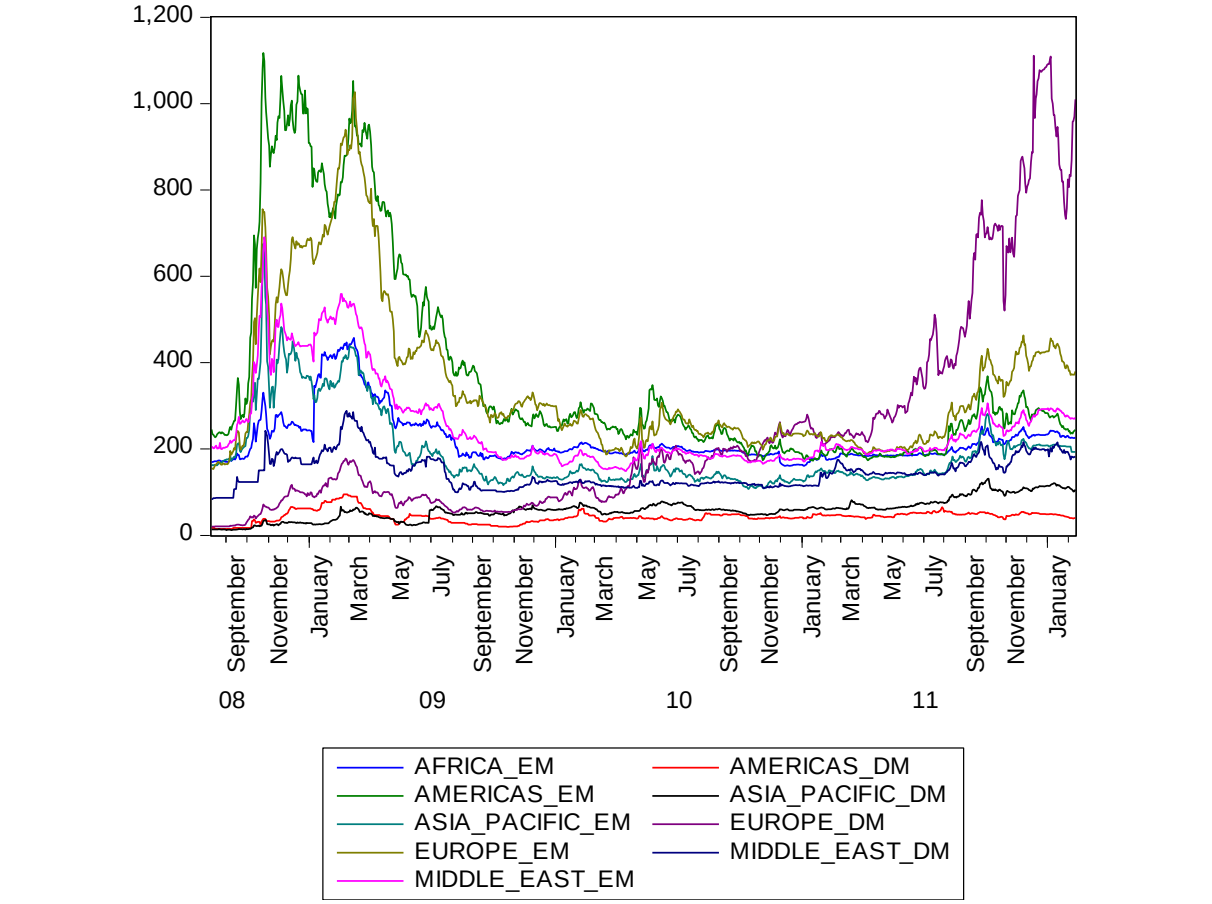
Developed		***Emerging***	
REGION *(index)*	**COUNTRY**	**REGION** *(index)*	**COUNTRY**
AMERICAS *(AMD)*	US	***AMERICAS*** *(AME)*	Brazil
			Colombia
			Argentine
			Mexico
			Chile
			Peru
ASIA/PACIFIC *(ASD)*	Japan	***ASIA/PACIFIC*** *(ASE)*	South_Korea
	Hong_Kong		China
			Indonesia
			Philippines
			Malaysia
			Thailand
			Vietnm
EUROPE *(EUD)*	UK	***EUROPE*** *(EUE)*	Turkey
	France		Hungary
	Germany		Ukraine
	Italy		Poland
	Spain		Croatia
	Portugal		Romania
	Sweden		Bulgaria
	Greece		Czech_Republic
	Ireland		Slovenia
	Belgium		Kazakhstan
	Austria		Lithuania
	Denmmark		
	Finland		
MIDDLE_EAST *(MID)*	Israel	***MIDDLE EAST AND RUSSIA*** *(MIE)*	Qatar
			Lebanon
			Russia
		AFRICA *(AF)*	South_Africa
			Egypt
			Tunisia

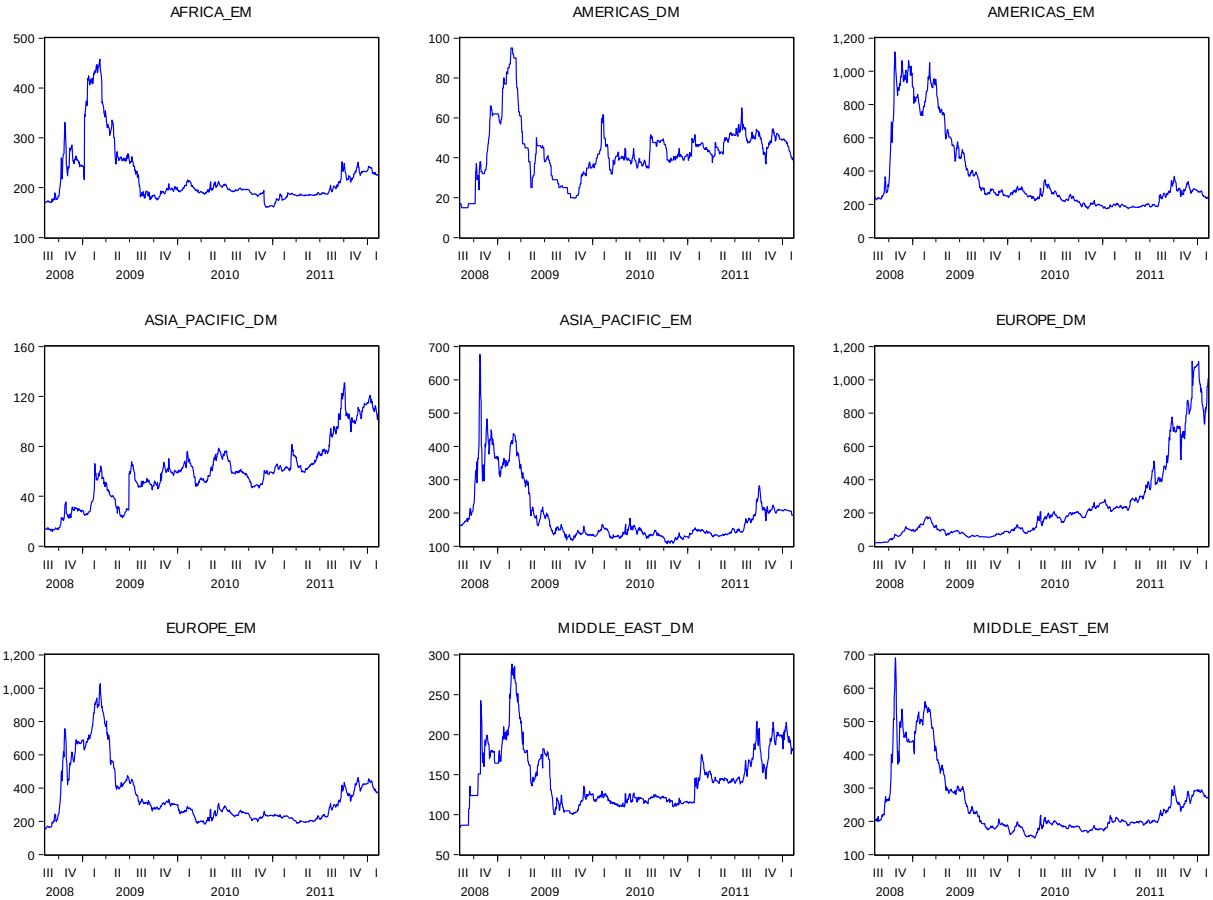
Nota: tra parentesi sono riportate le abbreviazioni utilizzate nei grafici e nelle tabelle.

4.1.2 Analisi delle proprietà statistiche delle serie storiche

Fig. 1 mostra l'andamento dei CDS delle varie regioni; è possibile notare che seppur con intensità diversa, gli indici sono caratterizzati da un primo periodo di crescita del livello dei CDS *Spreads* in particolare degli indici EM ("*Americas_em" (AME), "Europe_em" (EUE), "Middle_east_em" (MIE*)), da un secondo periodo intermedio di sostanziale stabilità dove per nessun indice vengono superati i 400 basis point, e da un terzo periodo dove si nota in particolare un incremento sostanziale dell'indice "*Europe_dm*" (EUD) dovuto ad un incremento generalizzato dei CDS *Spreads* di tutti i Paesi sviluppati europei trainati da Grecia, Irlanda, Portogallo, Belgio, Spagna e Italia. Anche la Germania, i cui titoli di Stato ad oggi sono considerati *risk free*, a partire da Giugno 2011 ha avuto un incremento del livello dei CDS *Spreads* anche se nel sample considerato non hanno mai superato i 120 basis point. Si noti inoltre che fino novembre 2010 l'indice "*Europe_dm*" *(EUD)* non ha mai superato i 208 bp, ed ha avuto un deciso incremento da questo periodo in poi. L'indice "*Americas_dm*" *(AMD)* invece, composto solo dagli Stati Uniti, si mantiene a livelli estremamente bassi in tutto il periodo considerato. Da notare inoltre che gli effetti della crisi del debito sovrano che caratterizzano l'Europa in questo periodo, nell'indice "*Europe_em*" *(EUE)* non sembrano incidere allo stesso modo dell'indice "*Europe_dm*" *(EUD).*

Fig. 1: CDS Spreads (levels)





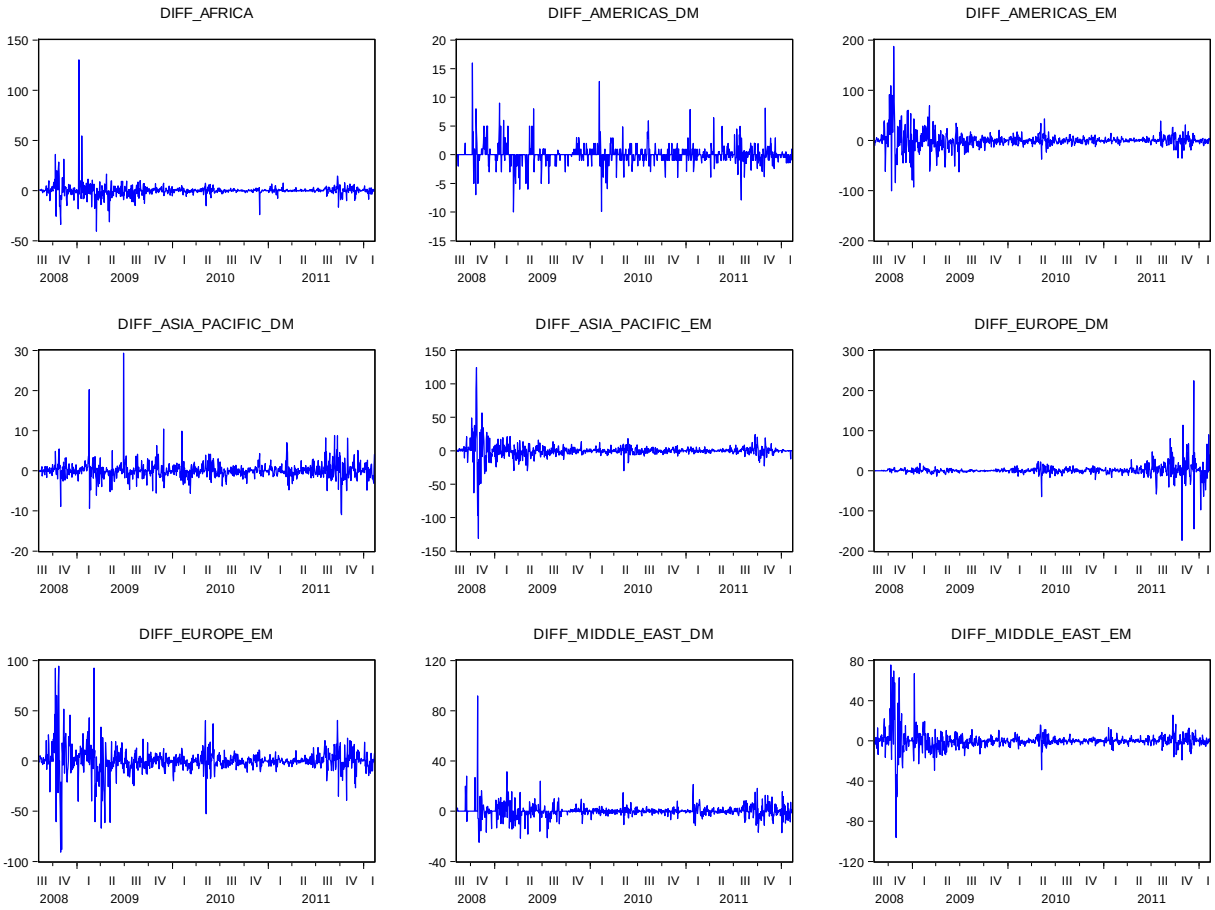
L'analisi delle principali statistiche descrittive dei *CDS Spreads* è riportata in Tab.3.
A conferma di quanto evidenziato sopra, la media dei valori dei CDS varia tra i diversi indici. Il valore medio più basso è registrato per l'"*Americas_dm*" (AMD) con circa 43 basis point, seguito da "*Asia_pacific_dm" (ASD)* con 59 basis point. I valori medi più alti sono registrati da "*Americas_em*" *(AME)* e "*Europe_em*" *(EUE)* con rispettivamente 371 e 346 basis point.
La deviazione standard e le differenze tra i valori massimo e minimo evidenziano che i CDS presentano significative variazioni nelle serie prese in considerazione.
Infine, il test di Jarque-Bera e la relativa probabilità evidenziano che nessuna distribuzione di frequenza segue una normale.

Tab. 3: Analisi delle principali statistiche descrittive dei CDS Spreads (levels)

	AF	**AMD**	**AME**	**ASD**	**ASE**	**EUD**	**EUE**	**MID**	**MIE**
Mean	220.70	43.19	371.01	59.74	191.37	237.83	346.85	145.67	252.72
Median	197.00	42.42	267.58	59.27	150.23	163.58	279.02	139.49	201.77
Maximum	457.37	95.00	1117.10	130.98	675.58	1110.86	1026.97	288.38	690.65
Minimum	160.93	15.00	172.58	11.77	107.39	20.11	153.37	83.93	149.00
Std. Dev.	58.95	14.09	243.07	25.03	89.15	243.64	176.38	37.86	103.80
Skewness	2.23	0.83	1.55	0.45	1.86	1.90	1.63	1.06	1.65
Kurtosis	7.80	5.25	3.99	3.15	6.29	5.88	5.10	4.04	4.87
Jarque-Bera	1638.36	299.01	402.42	32.07	943.47	864.46	575.92	213.21	547.85
Probability	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Observations	916	916	916	916	916	916	916	916	916

La Fig. 2 riporta l'andamento delle differenze prime dei CDS *Spreads* nel tempo. La dinamica evidenzia la presenza di eteroschedasticità, confermata dai risultati di un test ARCH al livello di significatività del 5%. I risultati non sono riportati per motivi di spazio.

Fig. 2: CDS Spreads (differenze prime)



4.2 ANALISI DI INTEGRAZIONE DELLE VARIABILI

Dopo aver costruito le variabili congruenti con il modello teorico ed aver descritto le principali statistiche descrittive delle serie, si procede con l'analisi di integrazione di tali serie storiche.

In particolare, come dimostrato da *Nelson e Plosser (1982)*, le variabili macroeconomiche e finanziarie presentano spesso la proprietà di radice unitaria. L'utilizzo di serie storiche non stazionarie nell'analisi di regressione può portare a risultati fuorvianti, per questo si procede a verificare se le serie sono stazionarie sui livelli o meno, e in quest'ultimo caso quale sia il loro grado di integrazione in quanto tutte le serie devono possedere lo stesso ordine di integrazione.

Sono stati condotti i tre più comuni test di radice unitaria (*unit root test*):

1. Augmented Dickey Fuller (ADF), suggerito da *Dickey e Fuller (1979)* esamina l'ipotesi nulla di presenza di radici unitarie.

2. Philips and Perron (PP), proposto da *Philips e Perron (1988)* esamina l'ipotesi nulla di presenza di radici unitarie.
3. Kwiatkowski, Philips, Schmidt and Shin (KPSS), elaborato da *Kwiatkowski et al. (1992)* esamina l'ipotesi nulla che la serie sia stazionaria contro l'alternativa che sia non stazionaria o presenti radici unitarie.

Tab. 4: Test ADF, PP e KPSS sui livelli e sulle differenze prime dei CDS Spreads

	Values			Differences		
Sovereign CDS Spread	ADF	PP	KPSS	ADF	PP	KPSS
AFRICA	-0.22	-0.27	0.29***	-27.85***	-27.85***	0.10
AMERICAS_DM	-2.59*	-2.74*	0.15**	-26.19***	-26.50***	0.10
AMERICAS_EM	-2.51	-2.37	0.39***	-22.89***	-23.16***	0.18
ASIA_PACIFIC_DM	-2.65	-2.71	0.30***	-28.78***	-28.82***	0.04
ASIA_PACIFIC_EM	-0.66	-0.77	0.56***	-7.99***	-21.02***	0.07
EUROPE_DM	2.34**	2.14**	0.65***	-30.97***	-31.05***	0.06
EUROPE_EM	-0.46	-0.50	0.38***	-21.84***	-21.94***	0.15
MIDDLE_EAST_DM	-2.47	-2.47	0.46*	-29.73***	-29.72***	0.08
MIDDLE_EAST_EM	-0.60	-0.59	0.54***	-21.05***	-21.20***	0.08
*Nota: Le significatività al 10%, 5% e 1% sono indicate rispettivamente con i simboli *,** e ***.*						

Concluderemo che le serie non sono stazionarie sui livelli nel caso in cui almeno due dei tre test presi in considerazione suggeriscono la presenza di radice unitaria con un livello di significatività dell'1%. Per tutte le serie sui livelli i test suggeriscono la presenza di radice unitaria al livello di significatività del 1%.
I test condotti sulle variabili in differenza prima risultano chiaramente tutte stazionarie. Si conclude quindi che le variabili oggetto di analisi sono tutte $I(1)$ (integrate di ordine 1) e hanno quindi lo stesso ordine di integrazione. L'analisi econometrica procederà sulle differenze prime.

4.3 MODELLIZZAZIONE DELLE DINAMICHE IN MEDIA

La stima di un GARCH-DCC richiede che le serie storiche siano o a media zero oppure i residui di serie storiche filtrate. In questa applicazione si procede filtrando le serie dei CDS nelle differenze, utilizzando tre diversi modelli ovvero White Noise, AR e VAR.
Nel modello White Noise, ogni serie storica è stata semplicemente filtrata per la propria media. Per gli altri due modelli, si procede stimando un AR(2) e un VAR(2)

in quanto attraverso l'analisi del correlogramma sono emerse correlazioni significative fino al secondo ritardo.

La Tab. 5 riporta i risultati della stima del modello VAR con in rosso evidenziate le variabili significative al 5% (*critical values* -1,96). Si possono osservare interazioni dinamiche significative tra i diversi regressori. Queste interazioni sono generalmente omesse in molte analisi empiriche presenti in letteratura e la loro esclusione a priori potrebbe portare a distorsioni nella stima di correlazione dinamica.

Tab. 5: Risultati stima Vector Autoregression Estimates (VAR)

Sample (adjusted): 8/13/2008 2/10/2012
Included observations: 913 after adjustments
Standard errors in ( ) *& t-statistics in* [ ]

	D_AF	D_AMD	D_AME	D_ASD	D_ASE	D_EUD	D_EUE	D_MID	D_MIE
D_AF(-1)	0.00	0.02	0.04	0.00	0.07	0.06	0.12	-0.10	0.03
	(0.04)	(0.01)	(0.10)	(0.01)	(0.06)	(0.10)	(0.08)	(0.03)	(0.05)
	[0.08]	[1.53]	[0.38]	[0.26]	[1.15]	[0.59]	[1.51]	[-2.99]	[0.57]
D_AF(-2)	-0.01	0.00	0.04	-0.01	-0.01	0.02	0.15	-0.03	0.04
	(0.04)	(0.01)	(0.10)	(0.01)	(0.06)	(0.10)	(0.08)	(0.03)	(0.05)
	[-0.15]	[0.27]	[0.35]	[-0.69]	[-0.21]	[0.24]	[1.96]	[-0.81]	[0.74]
D_AMD(-1)	0.01	0.08	-0.33	0.16	-0.25	0.30	0.36	0.14	-0.44
	(0.13)	(0.04)	(0.34)	(0.04)	(0.20)	(0.34)	(0.25)	(0.11)	(0.16)
	[0.09]	[2.31]	[-0.98]	[3.71]	[-1.23]	[0.89]	[1.40]	[1.23]	[-2.65]
D_AMD(-2)	0.44	0.00	0.15	0.02	-0.26	0.29	0.29	0.29	0.53
	(0.14)	(0.04)	(0.34)	(0.04)	(0.20)	(0.34)	(0.26)	(0.11)	(0.17)
	[3.26]	[-0.11]	[0.44]	[0.56]	[-1.31]	[0.84]	[1.14]	[2.60]	[3.22]
D_AME(-1)	0.12	0.01	0.28	0.01	0.24	0.03	0.21	-0.01	0.15
	(0.02)	(0.00)	(0.04)	(0.01)	(0.03)	(0.04)	(0.03)	(0.01)	(0.02)
	[6.78]	[2.70]	[6.53]	[2.13]	[9.46]	[0.72]	[6.55]	[-0.70]	[6.98]
D_AME(-2)	-0.06	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	-0.04
	(0.02)	(0.00)	(0.04)	(0.01)	(0.03)	(0.04)	(0.03)	(0.01)	(0.02)
	[-3.28]	[0.11]	[0.14]	[-0.11]	[-0.02]	[0.01]	[0.09]	[0.97]	[-1.83]
D_ASD(-1)	-0.07	-0.04	0.01	-0.04	-0.10	0.24	-0.39	-0.10	-0.19
	(0.11)	(0.03)	(0.27)	(0.04)	(0.16)	(0.27)	(0.20)	(0.09)	(0.13)
	[-0.64]	[-1.27]	[0.02]	[-1.03]	[-0.63]	[0.89]	[-1.92]	[-1.10]	[-1.43]
D_ASD(-2)	-0.13	0.00	-0.54	0.06	-0.03	-0.35	0.13	0.15	-0.20
	(0.11)	(0.03)	(0.27)	(0.03)	(0.16)	(0.26)	(0.20)	(0.09)	(0.13)
	[-1.27]	[-0.08]	[-2.02]	[1.84]	[-0.17]	[-1.31]	[0.66]	[1.68]	[-1.58]
D_ASE(-1)	0.02	0.00	0.22	0.01	0.04	-0.04	-0.11	-0.06	0.06
	(0.03)	(0.01)	(0.07)	(0.01)	(0.04)	(0.07)	(0.06)	(0.02)	(0.04)
	[0.65]	[0.28]	[2.94]	[0.82]	[0.97]	[-0.52]	[-1.99]	[-2.61]	[1.81]
D_ASE(-2)	0.09	0.02	0.19	0.00	0.14	-0.01	0.21	0.05	0.25
	(0.03)	(0.01)	(0.07)	(0.01)	(0.04)	(0.07)	(0.05)	(0.02)	(0.04)
	[3.09]	[3.02]	[2.66]	[0.37]	[3.35]	[-0.11]	[3.83]	[2.32]	[7.19]

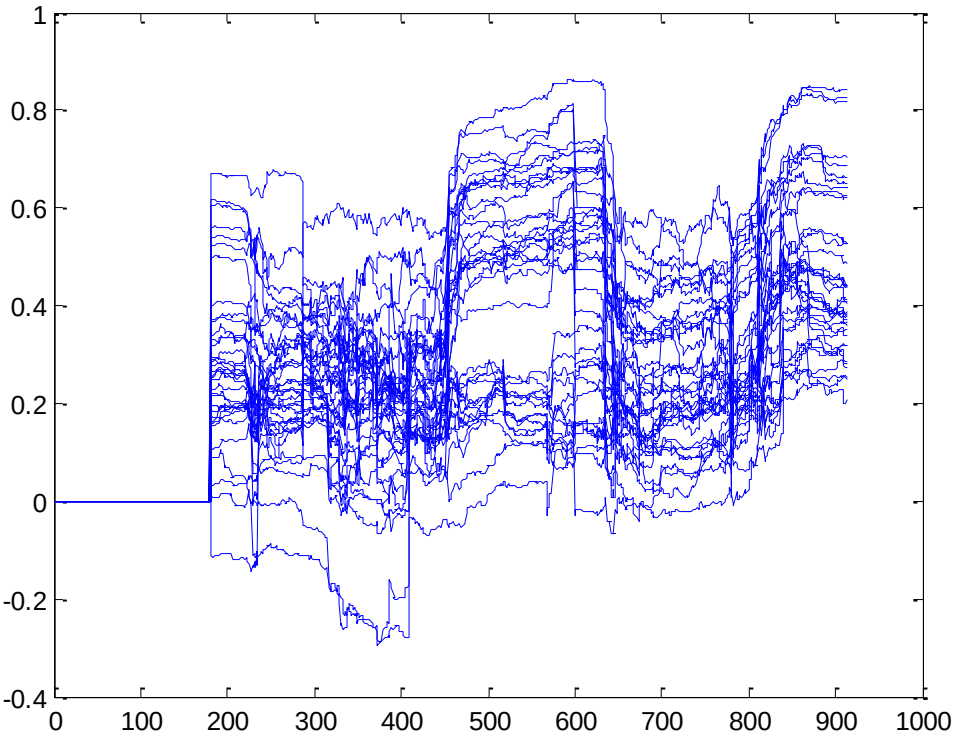
D_EUD(-1)	-0.01	0.00	0.00	0.01	-0.01	-0.05	-0.01	0.00	-0.01
	(0.01)	(0.00)	(0.04)	(0.00)	(0.02)	(0.04)	(0.03)	(0.01)	(0.02)
	[-0.58]	[1.33]	[0.06]	[2.26]	[-0.69]	[-1.37]	[-0.37]	[-0.04]	[-0.54]
D_EUD(-2)	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.02	0.07	0.01	0.00	0.01
	(0.01)	(0.00)	(0.04)	(0.00)	(0.02)	(0.04)	(0.03)	(0.01)	(0.02)
	[0.25]	[-0.79]	[-0.32]	[0.69]	[0.82]	[1.86]	[0.22]	[0.38]	[0.54]
D_EUE(-1)	0.04	0.01	-0.15	0.02	0.07	0.03	0.10	0.03	0.05
	(0.03)	(0.01)	(0.06)	(0.01)	(0.04)	(0.06)	(0.05)	(0.02)	(0.03)
	[1.62]	[1.86]	[-2.30]	[1.83]	[1.94]	[0.48]	[2.08]	[1.43]	[1.74]
D_EUE(-2)	-0.07	0.01	-0.10	0.00	-0.01	-0.06	0.05	-0.09	0.02
	(0.03)	(0.01)	(0.06)	(0.01)	(0.04)	(0.06)	(0.05)	(0.02)	(0.03)
	[-2.79]	[1.77]	[-1.59]	[-0.33]	[-0.30]	[-0.90]	[0.98]	[-4.39]	[0.70]
D_MID(-1)	0.04	0.00	0.18	0.01	0.09	0.02	-0.01	-0.13	-0.03
	(0.04)	(0.01)	(0.11)	(0.01)	(0.06)	(0.11)	(0.08)	(0.04)	(0.05)
	[1.00]	[-0.18]	[1.62]	[0.97]	[1.37]	[0.15]	[-0.13]	[-3.52]	[-0.57]
D_MID(-2)	-0.02	0.01	0.09	-0.03	-0.38	-0.06	-0.20	-0.03	-0.33
	(0.04)	(0.01)	(0.11)	(0.01)	(0.06)	(0.11)	(0.08)	(0.04)	(0.05)
	[-0.58]	[0.62]	[0.83]	[-2.19]	[-6.07]	[-0.53]	[-2.41]	[-0.96]	[-6.36]
D_MIE(-1)	-0.05	-0.03	-0.13	-0.01	0.03	0.01	0.15	0.23	0.08
	(0.04)	(0.01)	(0.10)	(0.01)	(0.06)	(0.10)	(0.08)	(0.03)	(0.05)
	[-1.19]	[-2.97]	[-1.28]	[-0.46]	[0.45]	[0.06]	[2.03]	[6.87]	[1.64]
D_MIE(-2)	-0.04	-0.03	-0.03	0.01	-0.09	0.05	-0.29	0.12	-0.08
	(0.04)	(0.01)	(0.10)	(0.01)	(0.06)	(0.10)	(0.08)	(0.03)	(0.05)
	[-0.86]	[-2.39]	[-0.30]	[1.06]	[-1.52]	[0.44]	[-3.69]	[3.44]	[-1.63]
C	0.08	0.02	0.10	0.08	0.07	1.06	0.24	0.10	0.12
	(0.22)	(0.06)	(0.55)	(0.07)	(0.32)	(0.54)	(0.41)	(0.18)	(0.26)
	[0.37]	[0.36]	[0.18]	[1.10]	[0.20]	[1.97]	[0.58]	[0.57]	[0.45]
R-squared	0.14	0.07	0.10	0.10	0.29	0.02	0.21	0.15	0.31
Adj. R-squared	0.12	0.05	0.08	0.08	0.27	0.00	0.20	0.13	0.29
Sum sq. resids	37635.51	2653.93	240770.80	4010.94	82936.66	236668.40	135970.40	25373.66	56489.81
S.E. equation	6.49	1.72	16.41	2.12	9.63	16.27	12.33	5.33	7.95
F-statistic	7.75	3.78	5.67	5.59	19.96	0.88	13.51	8.45	22.17
Log likelihood	-2993.20	-1782.60	-3840.42	-1971.13	-3353.89	-3832.57	-3579.57	-2813.23	-3178.59
Akaike AIC	6.60	3.95	8.45	4.36	7.39	8.44	7.88	6.20	7.00
Schwarz SC	6.70	4.05	8.55	4.46	7.49	8.54	7.98	6.30	7.10
Mean dependent	0.06	0.03	0.01	0.10	0.03	1.08	0.25	0.11	0.08
S.D. dependent	6.91	1.77	17.15	2.21	11.29	16.25	13.77	5.71	9.46

4.4 TEST DI CORRELAZIONE DINAMICA ROLLING

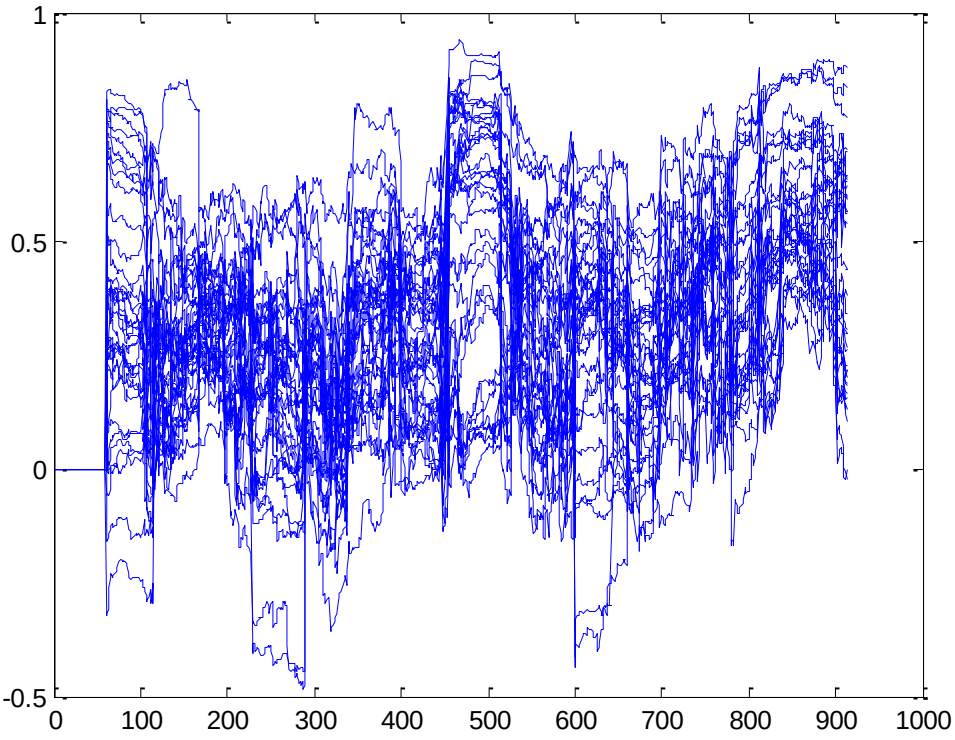
Poiché l'analisi della correlazione è ampiamente utilizzata per misurare il grado di contagio nei mercati finanziari, è opportuno iniziare analizzando la correlazione a coppie tra i CDS *Spreads* delle varie aree geografiche. L'analisi di correlazione, calcolata sui residui delle serie filtrate, consente di valutare il grado di dipendenza lineare tra i CDS.

La stima sequenziale su una finestra mobile (rolling window) consente inoltre di valutare la stabilità delle relazioni lineari tra i CDS.

Fig. 3: Rolling window correlation (residui VAR)



Nota: Rolling window 180 osservazioni



Nota: Rolling window 60 osservazioni

Dai grafici si nota che le correlazioni variano notevolmente nel campione considerato (per la *rolling* a 60 giorni da circa -0,5 a oltre 0,9) e sembrano alternarsi momenti di maggior e minor correlazione che interessano tutte le coppie di indici presi in considerazione.

Tuttavia, i coefficienti di correlazione tra i mercati potrebbero aumentare significativamente durante periodi di alta volatilità e quindi i test sul contagio attraverso il coefficiente di correlazione risultano distorti a causa della presenza di eteroschedasticità nei rendimenti.

Infatti, se la crisi colpisce un'area geografica A, provocherà un incremento della volatilità nei mercati, così, nel caso in cui l'aumento di volatilità venga trasmesso al Paese B, si avrà un aumento della correlazione tra i CDS *Spreads* dei due Paesi.

Forbes e Rigobon (2002) definendo il contagio come un significativo aumento nelle relazioni tra mercati dopo che uno shock ha colpito un paese o un gruppo di paesi, dimostrano che i coefficienti di correlazione sono condizionali alla volatilità del mercato e sotto certe assunzioni è possibile aggiustare questa distorsione.

Il mercato tende ad essere più volatile dopo uno shock o una crisi, pertanto, il coefficiente di correlazione condizionale in questo caso tenderà ad aumentare anche se il coefficiente di correlazione non condizionale (le relazioni sottostanti cross-market) è lo stesso dei periodi più stabili.

Senza correggere la distorsione è impossibile dedurre se questo aumento rappresenta un aumento della correlazione non condizionale o semplicemente un aumento della volatilità del mercato.

Secondo la definizione di contagio utilizzata, solo un aumento del coefficiente di correlazione non condizionale costituirebbe contagio.

Il test assume assenza di endogeneità tra i mercati e assenza di variabili omesse.

Nel presente lavoro si è ritenuto interessante testare, partendo dal test proposto da *Forbes e Rigobon (2002),* un'analisi preliminare che verifichi se nel periodo preso in considerazione vi siano dei cambiamenti di correlazione statisticamente significativi.

Il test è stato opportunamente adattato al fine di renderlo sequenziale in t.

Utilizzando questo metodo abbiamo risolto il problema che hanno i test basati sull'analisi dei coefficienti di correlazione dei rendimenti cross-market, cioè la necessità di dover identificare la fonte del contagio.

Si è provveduto quindi a calcolare non un unico δ ma un vettore di δ rappresentativo dell'incremento della varianza per ogni singolo indice nei diversi istanti di tempo considerati, senza individuare delle date di break strutturali a priori.

Per l'inferenza poi abbiamo utilizzato il test-Z standard. In seguito riportiamo il test proposto da *Forbes e Rigobon (2002).*

Si procede calcolando il coefficiente ρ^* di correlazione corretto per l'eteroschedasticità dove:

$$\rho^* = \frac{\rho}{\sqrt{1 + \delta\,[1 - (\rho)^2]}}$$

con

$$\delta = \left(\frac{Var(r_2)_h}{Var(r_2)_l}\right) - 1$$

dove ρ è il coefficiente di correlazione non aggiustato (che varia in periodi di alta o bassa volatilità)

$$\rho = Corr(r_1, r_2) = \frac{Cov(r_1, r_2)}{\sqrt{Var(r_1)Var(r_2)}} =$$

$$= \frac{\beta_1 Var(r_2)}{\sqrt{[\beta_1^2 Var(r_2) + Var(v_1)]Var(r_2)}} = \left[1 + \frac{Var(v_1)}{\beta_1^2\, Var\,(r_2)}\right]^{-1/2}$$

$r_{1,t}$ e $r_{2,t}$ sono i rendimenti dei titoli nei mercati 1 e 2 al tempo t, rispettivamente, nell'equazione

$$r_{1,t} = \beta_0 + \beta_1 r_{2,t} + v_{1,t}$$

e $v_{1,t}$ è un processo white noise indipendente da $r_{2,t}$; δ è l'incremento relativo alla varianza di r_2; $Var(r_2)_h$ e $Var(r_2)_l$ indicano la varianza di r_2 rispettivamente nei periodi di alta e bassa volatilità.

Morrison (1983) suggerisce la statistica test per misurare l'ipotesi nulla che la correlazione non aumenta:

$$T = \frac{(Z_0 - Z_1)}{\sqrt{[1/(N_0 - 3) + 1/(N_1 - 3)]}}$$

dove Z_o e e Z_1 sono le trasformazioni di Fisher nei coefficienti di correlazione nei due periodi:

$$Z_0 = \frac{1}{2} ln \left[\frac{1+\rho_0}{1-\rho_0}\right]$$

$$Z_1 = \frac{1}{2} ln \left[\frac{1+\rho_1}{1-\rho_1}\right]$$

mentre N_0 e N_1 indicano il numero di osservazioni nei periodi prima e dopo la crisi.
La statistica test è approssimativamente distribuita come una normale ed è robusta per la non-normalità dei coefficienti di correlazione[9].
Nel nostro caso, non conoscendo a priori la fonte del contagio, abbiamo ripetuto il test sequenzialmente comprendendo la possibilità che, per esempio, il Paese A sia fonte di contagio per il Paese B ma anche viceversa, in questo modo la matrice di correlazione aggiustata non è simmetrica.
La formulazione utilizzata è la seguente:

$$\hat{\rho}^*_{12,t} = \frac{\widehat{\rho}_{12,t}}{\sqrt{1+\delta_t\left[1-(\hat{\rho}_{12,t})^2\right]}}$$

$$\delta_t = \left(\frac{\hat{\sigma}^2_{2t,F}}{\hat{\sigma}^2_{2t,B}}\right) - 1$$

$$\hat{\rho}^*_{21,t} = \frac{\hat{\rho}_{21,t}}{\sqrt{1+\delta_t\left[1-(\hat{\rho}_{21,t})^2\right]}}$$

$$\delta_t = \left(\frac{\hat{\sigma}^2_{1t,F}}{\hat{\sigma}^2_{1t,B}}\right) - 1$$

Dove per la correlazione aggiustata vale $\hat{\rho}_{12,t} \neq \hat{\rho}_{21,t}$; in particolare in $\hat{\rho}_{12,t}$ la fonte del contagio deriva dalla colonna 2 mentre in $\hat{\rho}_{21,t}$ deriva dalla colonna 1.
Il numero di osservazioni prese in considerazione è pari a 30.

[9] *Basu (2002) e Corsetti et al. (2005) hanno utilizzato questo test.*

Per motivi di spazio, la Fig. 4 riporta solo i risultati dell' indice "*Europe_dm" (EUD):* la linea blu rappresenta l'andamento della statistica test relativamente alla parte della matrice di correlazione aggiustata che corrisponde al caso in cui l'indice "*Europe_dm" (EUD)* sia fonte di contagio per gli altri indici, la linea rossa riporta i risultati della statistica test dove l'incremento di uno step indica che la variazione della correlazione è significativa al livello del 5% (*critical values* pari a -1,64).

Inoltre, al fine di confrontare i due casi, abbiamo riportato nello stesso grafico anche i risultati della statistica test ottenuta confrontando l'indice "*Europe_dm" (EUD)* con tutti gli altri ma utilizzando nel test la variazione della varianza di questi ultimi, l'andamento è riportato dalla linea nera[10].

È possibile notare che, in entrambi i casi, in diversi periodi temporali si verificano cambiamenti significativi di correlazione.

La Fig. 5 mostra la porzione di indici per i quali c'è un cambiamento significativo di correlazione[11].

Si notano in particolare tre fasce nelle quali si raggiungono dei picchi. La prima che si verifica nei mesi di ottobre/novembre 2008, la seconda tra maggio/giugno 2010 dove i cambiamenti significativi di correlazione sono in tre casi maggiori di 50, e la terza che si verifica a partire da ottobre 2011.

[10] *La linea nera è riportata ad uno step superiore al fine di rendere più leggibile il grafico.*

[11] *L'output restituisce 72 statistiche test (matrice di dimensione 9x9, esclusa la diagonale), i valori sono stati normalizzati.*

Fig. 4: Risultati della statistica test per l'indice "Europe developed"

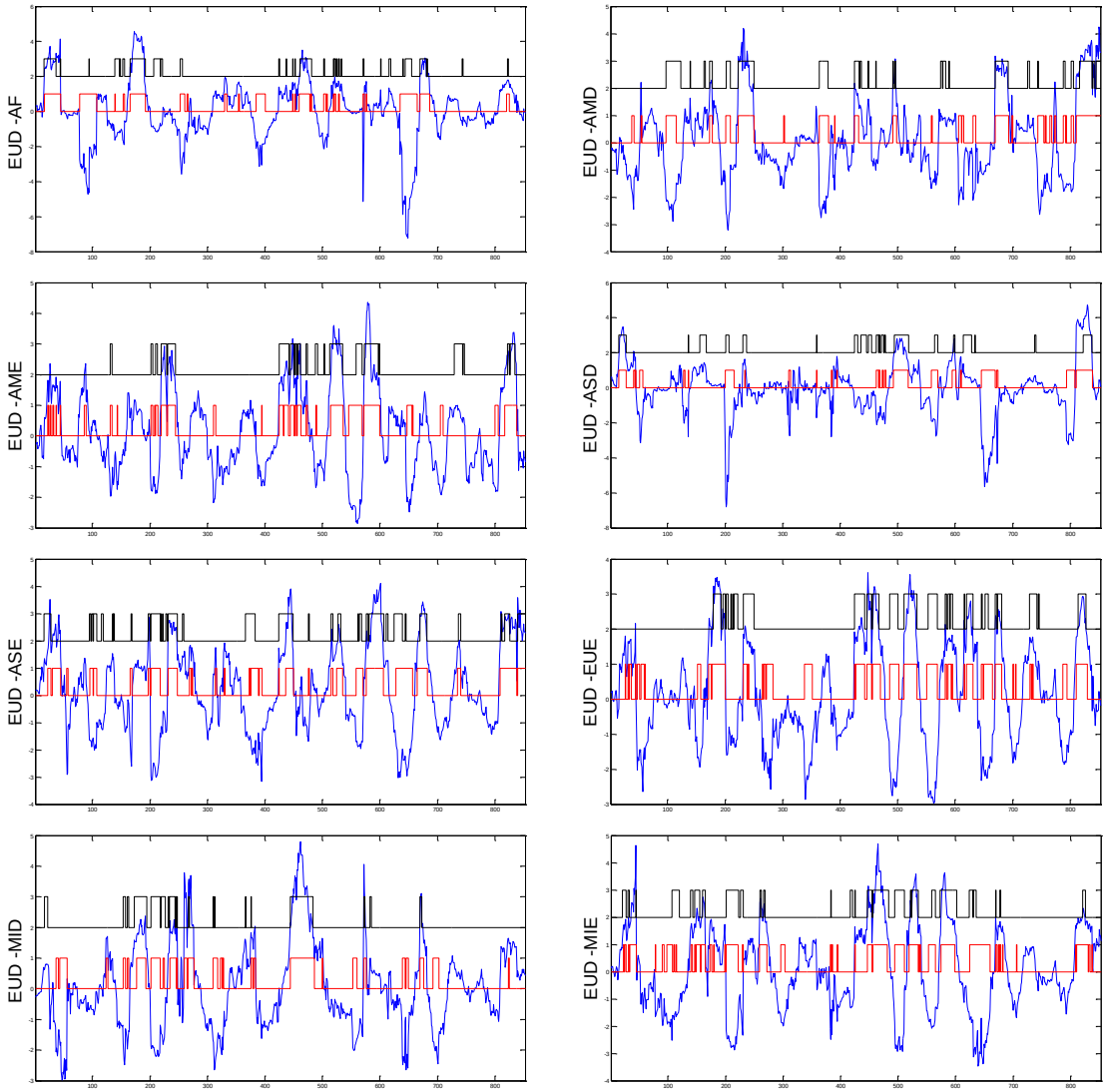
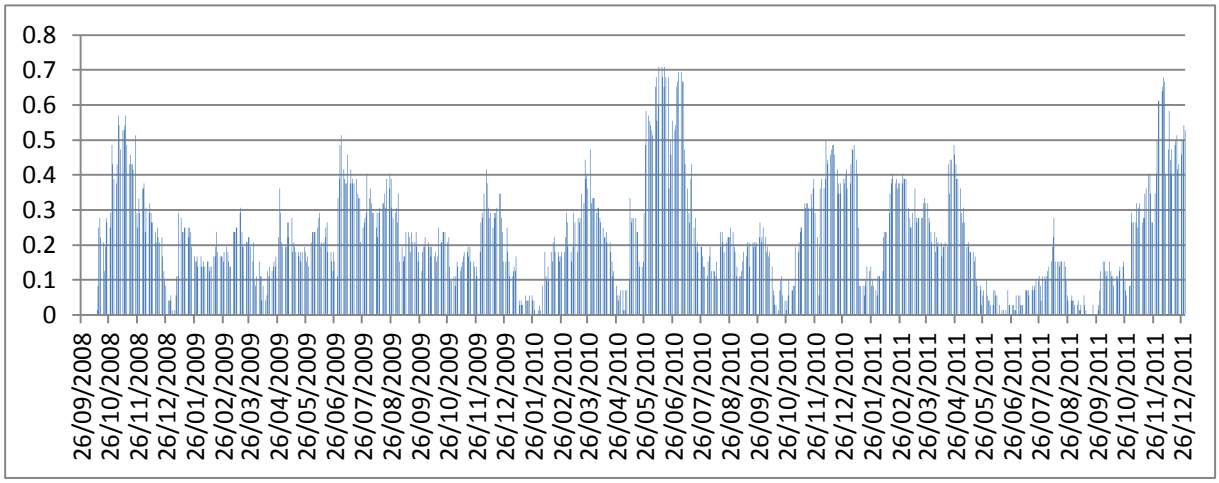


Fig. 5: Porzione di indici con cambiamenti significativi della correlazione



Nel prossimo paragrafo l'analisi si concentra sull'implementazione del modello DCC-GARCH (1,1) al fine di catturare le informazioni delle caratteristiche della matrice di correlazione dinamica.

4.5 METODOLOGIA DEL MODELLO DI ANALISI DCC

Lo scopo dell'analisi è individuare i co-movimenti nei CDS sovrani al fine di misurare il livello di contagio tra gli Stati e di determinarne la natura, infatti, se gli spread dei diversi indici si spostano in modo indipendente si suppone che il rischio di fallimento è trainato da fattori specifici di ogni area.

Al contrario, se si muovono assieme, gli Stati (in questo caso macroaree) potrebbero essere soggetti a rischi comuni. Per questo motivo la dinamica della correlazione é rilevante nello studio del contagio.
Nella nostra analisi la struttura della correlazione dinamica viene stimata attraverso il modello DCC-GARCH (1,1). Come spiegato in dettaglio nella sessione 3, il modello di *Engle e Sheppard (2001)* è costruito in modo da garantire la simmetria e la definitezza positiva della matrice di correlazione stimata. Le varianze condizionali e le correlazioni condizionali sono stimate direttamente.
Modelli GARCH univariati per ogni singolo assets vengono stimati e i residui standardizzati dei modelli per le varianze condizionali vengono poi utilizzati per calcolare la correlazione condizionale.
Nella prima fase, stimiamo la specificazione GARCH delle varianze condizionali dei residui di tutte le serie filtrate. Una generica specificazione del modello GARCH è la seguente:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

dove α_0 è un termine costante, α_i cattura gli effetti ARCH (la volatilità condizionale) e β_i misura la persistenza della volatilità.
Nel secondo passo, con le stime delle equazioni GARCH univariate, la varianza condizionale ε_{t-i}^2 viene utilizzata per ottenere i residui GARCH standardizzati.
Cioè, $u_t = D_t^{-1}\varepsilon_t$; questi residui standardizzati sono necessari per modellare la struttura di correlazione dinamica.

Specificamente, le dinamiche di correlazione sono stimate secondo l'equazione del DCC:

$$Q_t = (1 - q_a - q_b)\overline{Q} + q_a u_{t-1} u'_{t-1} + q_b Q_{t-1}$$

Q_t rappresenta la matrice di covarianza variabile nel tempo dei residui standardizzati, $\overline{Q}$ la matrice di covarianza incondizionata dei residui standardizzati, q_a e q_b i parametri stimati dell' equazione DCC.
Come nell'equazione GARCH, le dinamiche di covarianza dipendono dagli shock e dalle covarianze passate. La matrice di correlazione variabile rispetto al tempo R_t è data da:

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1}$$

dove Q_t^* , l'elemento tipico di R_t, sarà nella forma $\rho_{ijt} = \frac{q_{ijt}}{\sqrt{q_{ii} q_{jj}}}$.

L'effetto della correlazione variabile nel tempo viene catturato dai coefficienti q_a e q_b che misurano l'effetto di precedenti shocks e di precedenti correlazioni dinamiche condizionali. In altre parole, q_a misura la sensitività delle correlazioni dovute a shocks; q_b misura gli effetti autoregressivi di shocks, cioè la persistenza della volatilità.

4.6 RISULTATI DEL MODELLO DCC

L'identificazione del contagio basata sulla correlazione, definisce il contagio come un significativo incremento dei co-movimenti dei CDS Spreads. Questo incremento deve essere temporaneo e quindi i comovimenti non devono rimanere ad un livello superiore altrimenti non si ha contagio ma un diverso livello di interdipendenza.

La Tab. 6 riporta le stime dei parametri del DCC-GARCH(1,1) utilizzando il metodo di quasi-massima verosimiglianza per generare errori standard consistenti.

Tab. 6: Stima del modello GARCH-DCC

		VAR		AR		WN	
Loglikelihood		*-22794.8442*		*-22936.3451*		*-22887.6370*	
		Parameters	**t-stat**	**Parameters**	**t-stat**	**Parameters**	**t-stat**
AF	ω	0.6573**	2.5673	1.0715	0.8679	1.0154	0.8427
	α	0.3854**	53.7966	0.4229**	32.3010	0.4212**	33.3899
	β	0.6146**	169.8174	0.5771**	74.1957	0.5788**	69.4922
AMD	ω	0.4435**	9.8263	0.5637**	6.6140	0.6064**	5.6715
	α	0.2760**	7.0186	0.0862**	36.1253	0.1022**	27.0024
	β	0.6491**	40.3357	0.7343**	95.9153	0.7119**	67.4243
AME	ω	1.7502**	2.6351	1.4546**	2.9058	1.5984**	2.3318
	α	0.2229**	85.2729	0.2114**	107.8693	0.2142**	96.2574
	β	0.7771**	407.8522	0.7886**	539.6155	0.7858**	454.7478
ASD	ω	1.5692	0.9865	1.8317	0.7948	1.8080	0.9218
	α	0.7535**	2.0147	0.1954**	4.9686	0.2141**	5.1516
	B	0.2465**	11.5748	0.4773**	23.5123	0.4726**	31.9295
ASE	ω	0.4725**	2.6599	1.0605**	2.7412	1.0783**	2.2160
	α	0.1688**	10.0440	0.2891**	54.7798	0.2854**	40.3424
	β	0.8312**	68.7608	0.7109**	174.5522	0.7146**	117.0659
EUD	ω	0.3403	1.3077	0.2015	1.2526	0.2149	1.1736
	α	0.1203**	473.5483	0.1159**	344.5043	0.1182**	351.7961
	β	0.8797**	534.3888	0.8841**	513.2998	0.8818**	483.1878
EUE	ω	0.9299	1.5212	3.3217	0.5017	5.2736	0.4933
	α	0.1719**	59.1828	0.3186**	18.3878	0.3918**	30.7730
	β	0.8281**	248.8918	0.6814**	40.7957	0.6082**	41.8346
MID	ω	0.2138**	14.0243	0.1233**	25.9173	0.1216**	26.0511
	α	0.1336**	108.5094	0.0371**	44.4019	0.0357**	45.1881
	β	0.8664**	951.9430	0.9532**	1500.1050	0.9546**	1580.5390
MIE	ω	0.4818**	6.1348	1.3864**	3.8089	1.5906**	3.5149
	α	0.1875**	61.6677	0.3364**	47.9443	0.3594**	51.1583
	β	0.8125**	330.0284	0.6636**	145.3722	0.6406**	133.3067
	qa	0.0110**	651.2246	0.0082**	342.9140	0.0073**	259.3320
	qb	0.9392**	3616.3780	0.9537**	11811.6900	0.9556**	11088.8800

*Tabella 6:I risultati della stima si riferiscono ai tre modi di filtrare le serie storiche e si basano sul modello DCC-GARCH (1,1). ** significa che i parametri sono significativi al 5%, valore critico 1,96.*

Sia i parametri ARCH, indicati con α, che i coefficienti per i ritardi della volatilità condizionale, indicati con β, sono significativi al 5% per tutti i mercati. La significatività dei parametri β suggerisce un'alta persistenza della volatilità.

Gli effetti della correlazione variabile nel tempo sono catturati dai coefficienti q_a e q_b che sono significativi al livello dell'1%.

Inoltre, mentre il coefficiente q_a è molto vicino a zero, ad indicare la scarsa sensitività della correlazione agli shocks, il coefficiente q_b ha un valore molto alto, vicino a uno.

Ciò significa che la correlazione dinamica ha un elevato grado di persistenza.

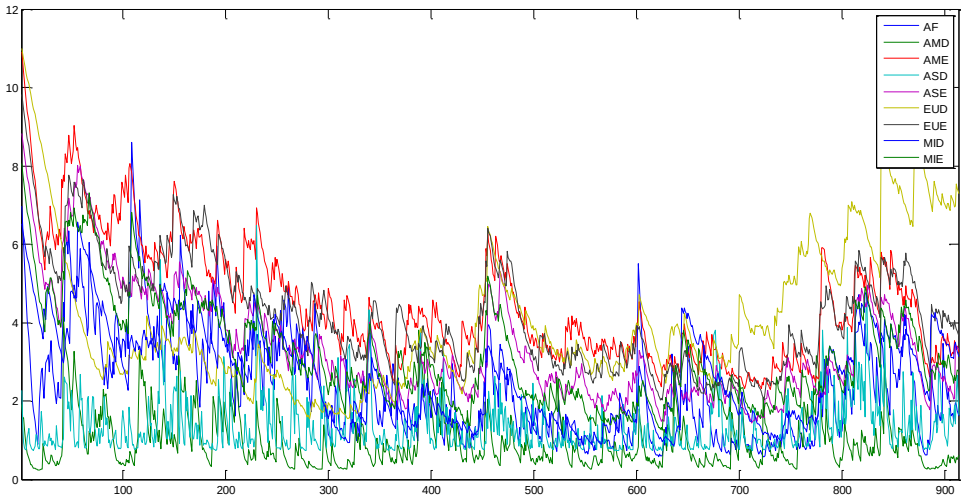
Questi risultati statistici indicano che il data-set esibisce correlazione dinamica significativa.

La filtrazione delle serie con modelli WN e AR restituisce una stima dei parametri molto simili tra di loro. Dal punto di vista econometrico, è più appropriata la modellizzazione congiunta ottenuta filtrando le serie con un modello VAR. Questo risultato è confermato dal valore di loglikelihood per il modello DCC-GARCH che risulta maggiore di quello degli altri modelli.

La Fig. 6 riporta la stima delle volatilità per i residui del modello VAR.

È possibile notare che a partire dall'osservazione 700 (Aprile 2011) c'è stato un incremento significativo della volatilità stimata nell'indice "*Europe developed" (EUD).*

Fig. 6: Stime di volatilità



Dopo aver verificato la significatività dei parametri q_a e q_b, per identificare l'evento contagio è necessario osservare un temporaneo forte incremento nelle correlazioni condizionali dinamiche.

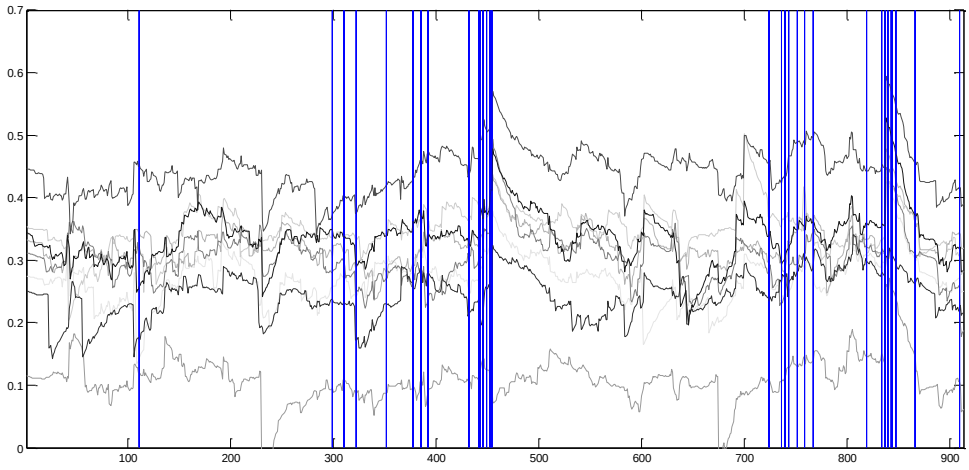
Al contrario, un incremento nelle correlazioni che le porta ad un nuovo livello stabile nel tempo non indica contagio, bensì interdipendenza.

Significativi incrementi non permanenti di correlazione si notano tra l'indice "*Europe Developed" (EUD)* e tutti gli altri indici relativi alle aree aggregate, evidenziando il ruolo determinante svolto dall' Europa in questo andamento.

Gli "event window", in base alla time-line della financial crisis globale[12], corrispondono al primo e al terzo annuncio di pacchetti di salvataggio per la Grecia[13] rispettivamente del 2 Maggio 2010 e del 27 Ottobre 2011.

L'individuazione di questi eventi è concorde alla letteratura: *Missio e Watzka (2011)* individuano il contagio nella zona UE nel primo annuncio di salvataggio della Grecia. La Fig. 7 mostra le correlazioni DCC più un set di variabili dummy che assume valore 1 in corrispondenza di annunci (si veda Tab. 12 in appendice – Timeline: Crisi del debito greco) che coinvolgono la Grecia e che potenzialmente potrebbero generare contagio. La successione di notizie sembra aver alimentato l'effetto contagio e sembra esserci codeterminazione tra contagio e notizie relative alla Grecia.

Fig. 7: Confronto matrici DCC dell'indice "Europe developed" con la timeline della crisi del debito greco



[12] *In appendice la timeline completa della crisi del debito greco.*

[13] *Fonte: http://www.reuters.com/article/2012/02/21/us-greece-events-idUSTRE81K0LH20120221.*

- **1° Annuncio di pacchetti di salvataggio**

2 Maggio 2010: la zona Euro è d'accordo su un pacchetto di salvataggio per la Grecia da 110 miliardi di euro. La Grecia in cambio degli aiuti si impegna a tagli per 30 miliardi di euro per i prossimi tre anni.

- **2° Annuncio di pacchetti di salvataggio**

21 Luglio 2011: La Ue vara il secondo piano salva-Grecia da 109 miliardi di euro che arriveranno dall'Efsf e dal Fmi. Gli obbligazionisti del settore privato contribuiranno con circa 50 miliardi di euro entro metà del 2014.

- **3° Annuncio di pacchetti di salvataggio**

27 Ottobre 2011: I leader della zona euro rinforzano l'accordo di salvataggio a circa 130 miliardi di euro. Convincono banche e assicurazioni private ad accettare una perdita del 50 per cento sui loro titoli greci.

I risultati per l'indice "*Europe Developed" (EUD)* e i relativi commenti sono riportati in Fig. 8[14] .
Per ogni coppia di indici la prima Fig. si riferisce alla stima delle matrici di correlazioni dinamiche DCC.
La seconda Fig. evidenzia i risultati della statistica test suggerita da *Morrison (1983)* effettuata sui risultati del DCC che ci aspettiamo dia segnali più accurati sul cambiamento di correlazione rispetto all'analisi sulla rolling[15].
Il livello di significatività è del 5% e l'analisi viene effettuata sequenzialmente nel tempo. La linea blu mostra l'andamento della statistica test effettuata tra il tempo t e il tempo $t-1$; l'incremento di uno step della linea rossa significa che c'è stato un cambiamento significativo della correlazione. Qui si nota che quando il test mostra cambiamenti significativi di correlazione, questi avvengono per ogni coppia di indici nella stessa osservazione, ovvero la 455 per il primo annuncio di salvataggio e la 838 per il terzo, entrambe sono comprese nei 5 giorni successivi alla notizia dei

[14] *I grafici della matrice di correlazione dinamica DCC di tutti gli altri indici sono riportati negli allegati.*
[15] *Si osservi che questa procedura è approssimata. Lasciamo come possibile sviluppo di questo lavoro il calcolo di bande di confidenza asintotiche o bootstrap della correlazione.*

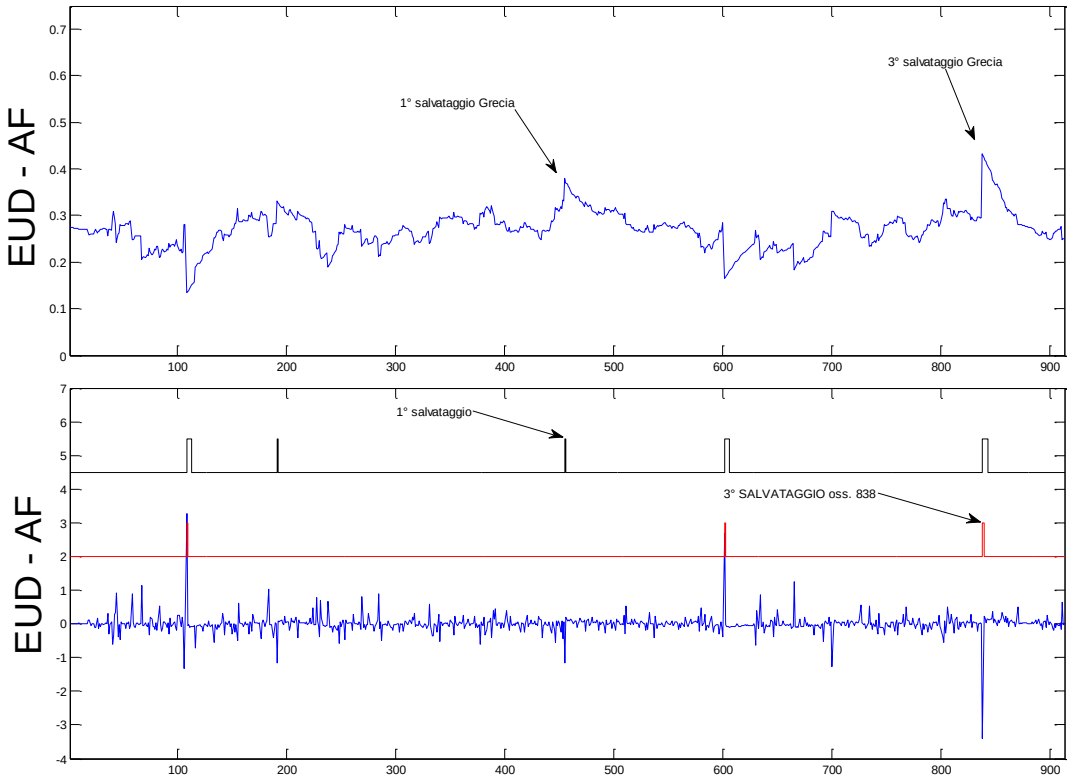
salvataggi ed indicano che il forte incremento di correlazione in questi casi si è manifestato in maniera significativa in un preciso giorno. Questo incremento è ben evidenziato anche dalla netta variazione positiva del DCC che raggiunge il suo picco in queste osservazioni.

Si nota inoltre che il test di *Morrison (1983)* non è in grado di catturare le manifestazioni di contagio graduali, dove gli incrementi significativi di correlazione si manifestano nel giro di qualche giorno.

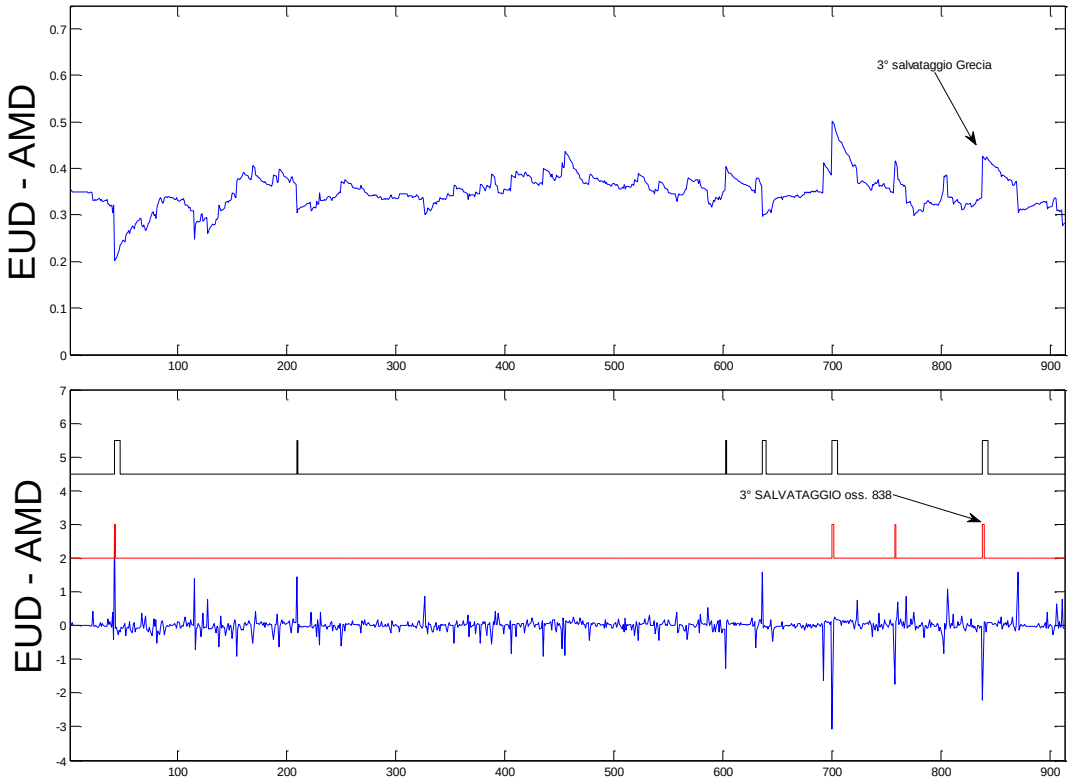
Questo aspetto, oltre ad essere evidenziato graficamente dalle matrici di correlazione dinamiche, trova conferma nella linea nera sui grafici dei test di *Morrison (1983)*, dove l'aumento di uno step significa che c'è stato un cambiamento significativo della correlazione tra il tempo t e il tempo $t-5$.

Per esempio, per gli indici "*Europe_dm" (EUD) e "Africa_em" (AF)*, il test tra t e $t-5$ rileva l'incremento di correlazione verificato dopo il primo annuncio di salvataggio, non rilevato nel test tra t e $t-1$. Lo stesso avviene per la coppia "*Europe_dm" (EUD)* e "*Europe_em" (EUE) e tra "Europe_dm" (EUD) e "Middle_east_dm" (MID).*

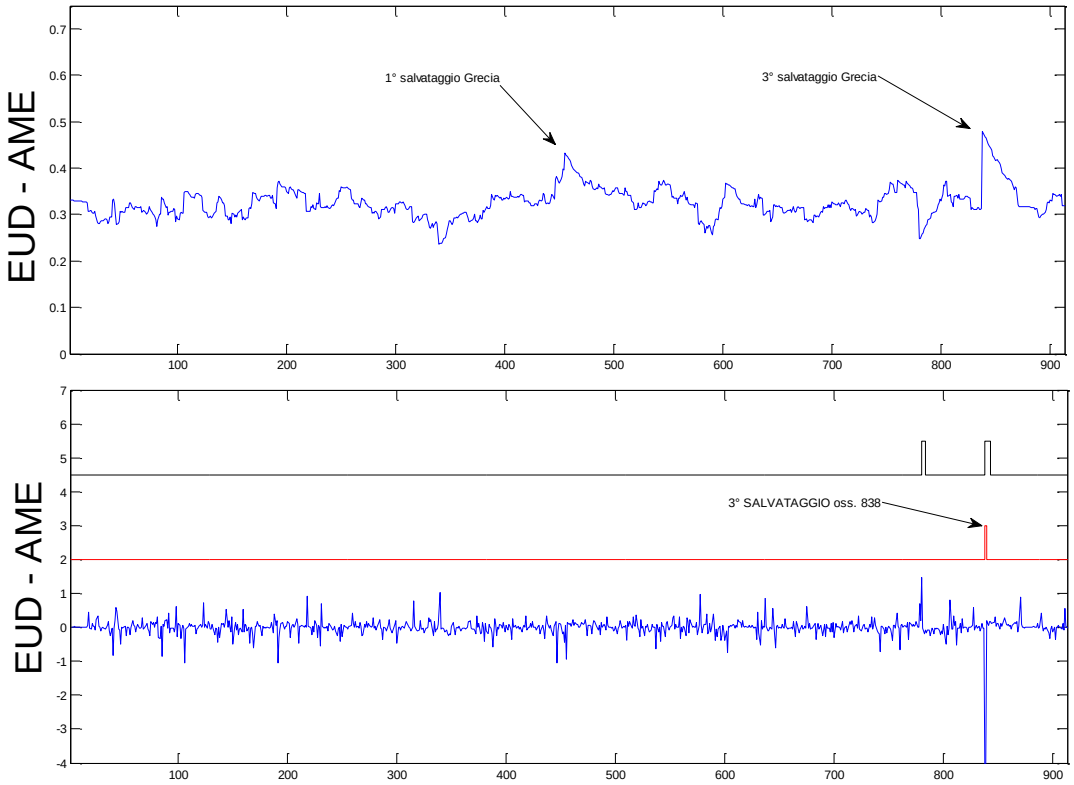
Fig. 8: Matrici di correlazione dinamiche DCC per l'indice "Europe developed" (primo grafico) e risultati della statistica test sequenziale (secondo grafico)



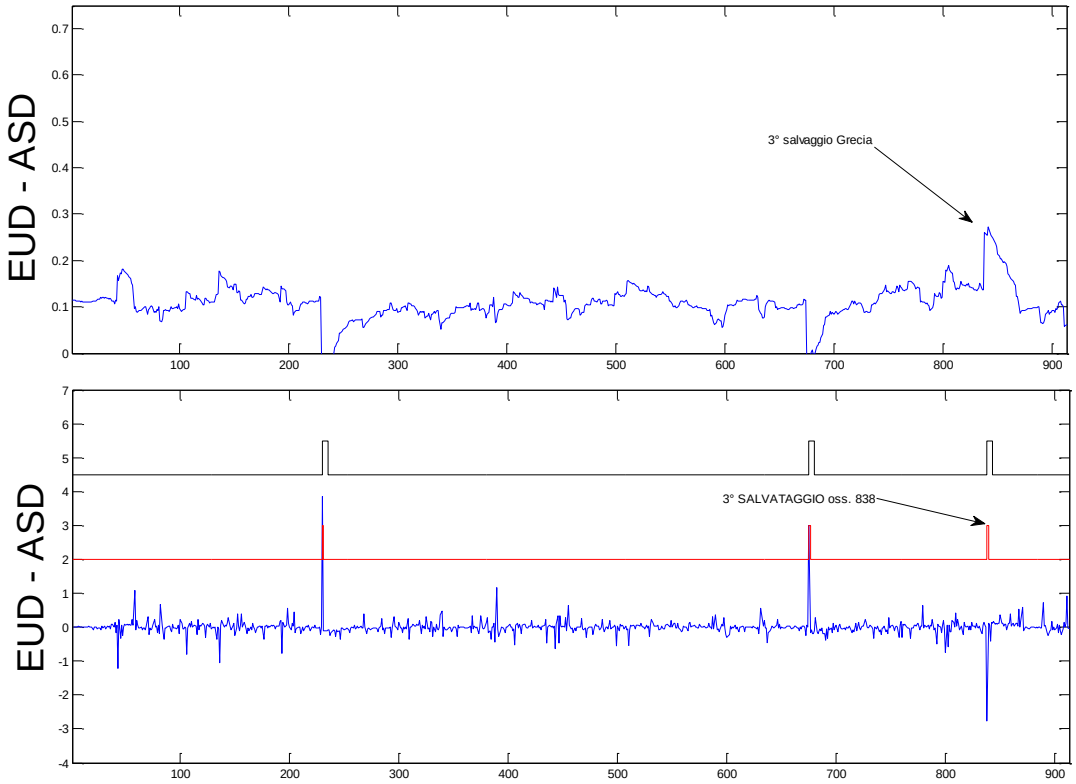
EUD-AF: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo e nel terzo annuncio di salvataggio.



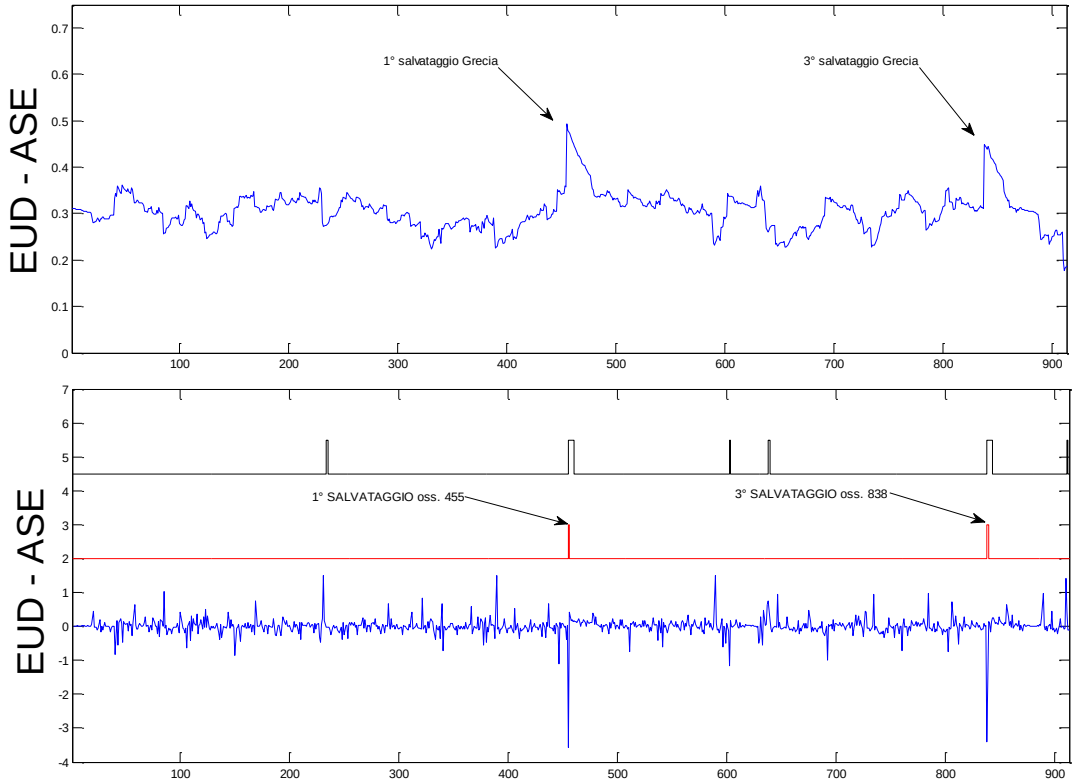
EUD-AMD: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel terzo annuncio di salvataggio.



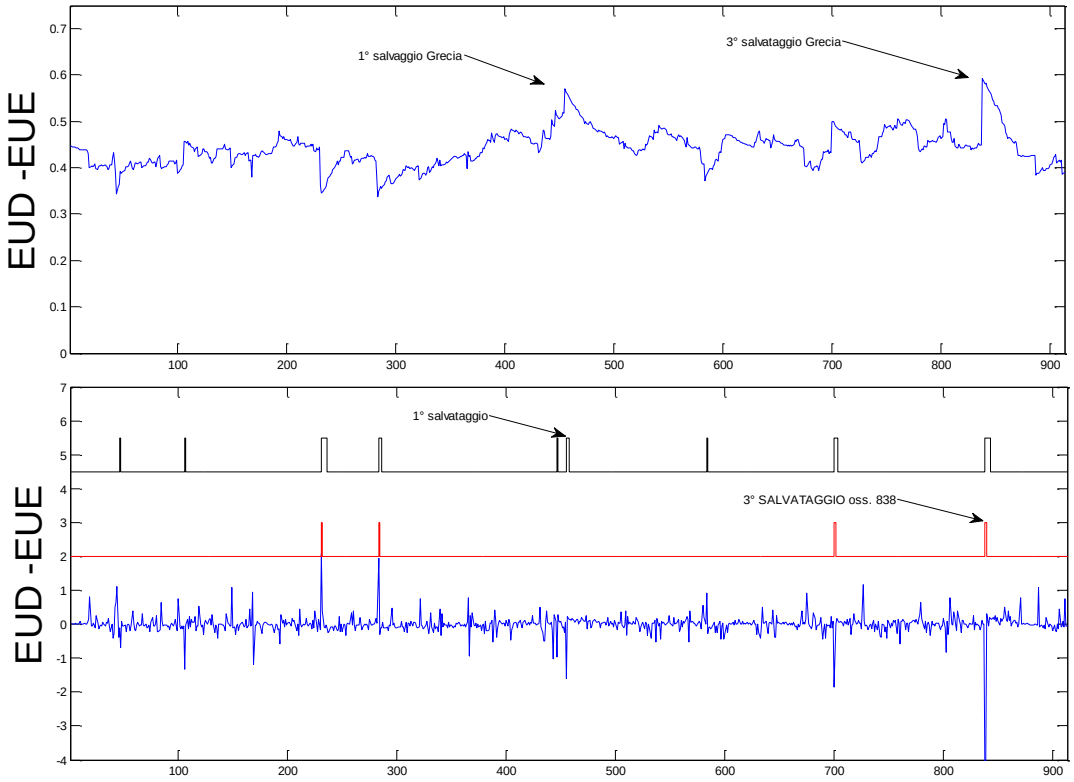
EUD-AME: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo e nel terzo annuncio di salvataggio.



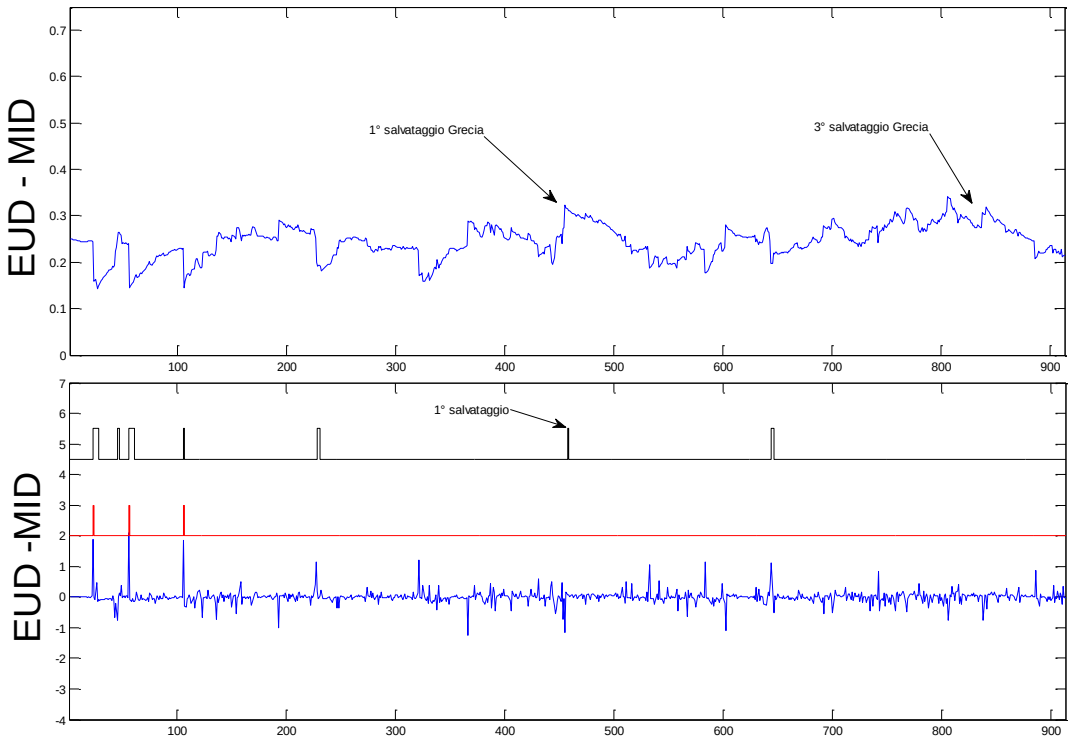
EUD-ASD: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel terzo annuncio di salvataggio.



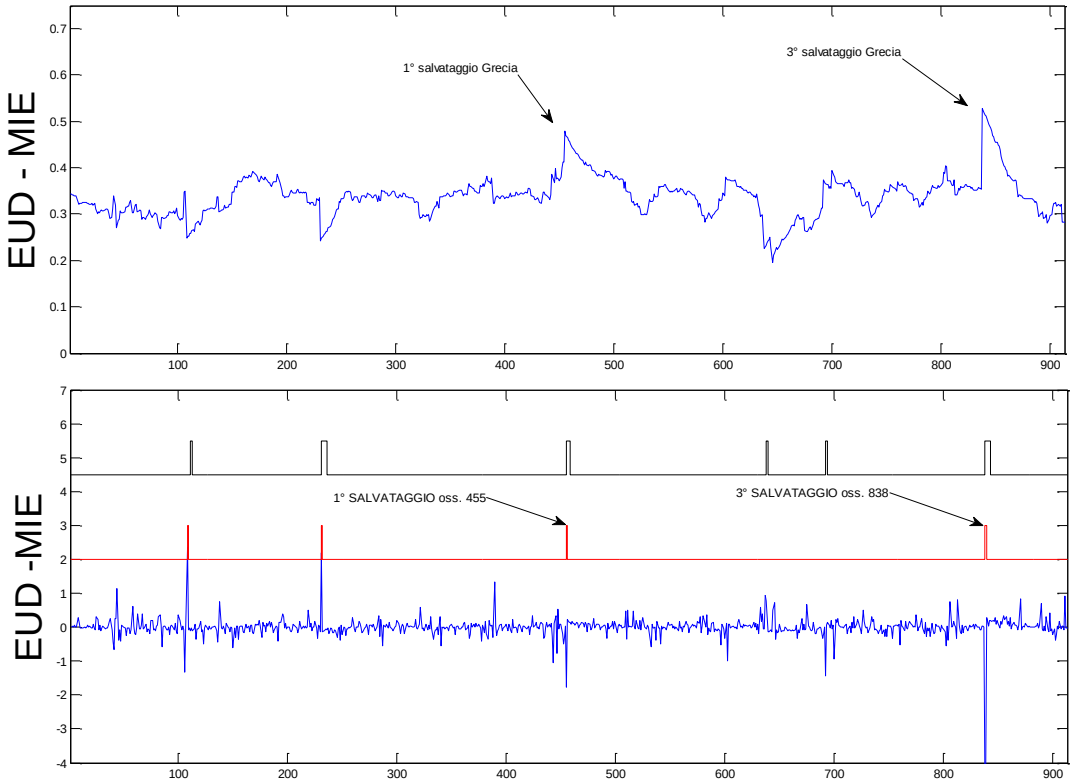
EUD-ASE: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo e nel terzo annuncio di salvataggio.



EUD-EUE: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo e nel terzo annuncio di salvataggio.



EUD-MID: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo annuncio di salvataggio.



EUD-MIE: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo e nel terzo annuncio di salvataggio.

Concludendo, i risultati dello studio del DCC-GARCH per macroaree indicano presenza di contagio durante gli "event window" del 2 Maggio 2010 e del 27 Ottobre 2011.

Per questi eventi, significativi incrementi della correlazione che non rimane stabile a questo più alto livello si verificano tra l'indice "*Europe_dm" (EUD)* e *"Africa_em" (AF), "Americas_em" (AME), "Asia_Pacific_em" (ASE), "Europe_em" (EUE), "Middle_east_em" (MIE);* solo per l'event window del 2 Maggio 2010 tra *"Europe_dm" (EUD) e "Middle_east_dm"(MID)* e solo per l'event window del 27 Ottobre 2011 t*ra "Europe_dm" (EUD)* e *"Americas_dm" (AMD)* e tra *"Europe_dm" (EUD)* e *"Asia_Pacific_dm" (ASD).*

I risultati ottenuti ci portano, nel Cap. 5, ad effettuare un'analisi a livello disaggregato per gli Stati Europei, dove ci aspettiamo una maggiore evidenza di contagio rispetto a quanto evidenziato dalla correlazione dinamica stimata a livello di macroaree.

4.7 COMPARAZIONE DI MODELLI

Scopo della sessione 4.7 è confrontare la bontà previsiva delle tre specificazioni utilizzate per la stima del modello DCC-GARCH.

Analizziamo il valore previsionale della "predictive densities" delle tre diverse specificazioni, relativamente alle 916 osservazioni giornaliere del sample (dal 08/08/2008 al 10/02/2012) utilizzando il "model pooling approach" di *Geweke e Amisano (2008).*

Questo approccio riconosce che nessuno dei modelli può essere il vero processo generatore dei dati e sostiene un pool di previsione lineare basato sulla log score function (predictive likelihood) da un insieme di modelli.

Dato un insieme di densità predittive $\{f(y_t|y_1,\dots,y_{t-1},M_i)\}_{i=1}^{K}$ dal set di modelli $\{M_i\}_{i=1}^{K}$ consideriamo la densità predittiva combinata della forma

$$\sum_{i=1}^{K} w_i f(y_t|y_1,\dots,y_{t-1},M_i),$$

$$\sum_{i=1}^{K} w_i = 1, w_i \geq 0, i = 1,\dots,K.$$

I pesi sono scelti per massimizzare il logaritmo della densità predittiva combinata

$$\max_{w_i, i=1,\dots,K} \sum_{t=\tau_1}^{\tau_2} \log\left[\sum_{i=1}^{K} w_i f(y_t|y_1,\dots,y_{t-1},M_i)\right] \tag{4.1}$$

Dove le densità predittive sono valutate nelle serie ricavate y_t.

Il pool di modelli considerato comprende tre modelli DCC (K=3) per le serie residui ottenute filtrando le serie originarie con modelli WN, AR e VAR.

Utilizziamo i residui dei modelli DCC per ogni tipo di specificazione per stimare le matrici di covarianza del DCC fino al tempo $t-1$, cioè $H_1,\dots,H_{t-1}$ dove $t=\tau_1,\dots\tau_2$.

Queste stime sono quindi utilizzate per stimare la predictive likelihood $f(y_t|y_1,\dots,y_{t-1},M_i)$, dove

$$y_t \sim N_9\,(\underline{0}, H_{t|t-1})$$

Avendo la serie dei valori di predictive likelihood per ogni modello stimiamo i pesi nell'equazione (4.1).

Il procedimento da noi utilizzato prevede di calcolare il punteggio della funzione log pooled predittiva per il periodo 09/05/2011 ($\tau_1 = 717$) al 10/02/2012 ($\tau_2 = 916$)

condizionatamente alle serie delle matrici di covarianza che partono dal 08/08/2008 (t=1).

La Tab. 7 mostra il log score ottimale e i pesi per il pool lineare di modelli. Utilizzando tutti e 3 i modelli il log score è -1275.10. Il modello che domina con un peso del 63.58% è il VAR seguito dal WN con 36.42%.

Ognuna delle voci della Tab. 7 elimina uno dei modelli dal pool per valutare l'importanza per la previsione del modello eliminato misurata dal contributo del modello per il log score.

Finché il modello VAR è nel pool, è raggiunto un punteggio di log score simile, ma una volta che questo modello è eliminato, il punteggio di log score scende a ben -1288.80.

Tab. 7: Log predictive score function ottimale e vettore dei pesi ottimale

Log score	**Var**	**Ar**	**Wn**
-1275.10	63.58%	0.00%	36.42%
-1283.30	94.42%	5.58%	X
-1275.10	63.58%	X	36.42%
-1288.80	X	51.54%	48.46%

Nota: Log predictive score function ottimale $\max_w f(w)$ e vettore dei pesi ottimale $w^* = \arg\max f$ dove $f(w) \equiv \sum_t \log[\sum_i w_i f(y_t|y_1,\ldots,y_{t-1},M_i)]$, con t che somma sulle combinazioni ponderate di ogni modello la likelihoods predittiva di un giorno avanti dal 09/05/2011 (t = 717) al 10/02/2012 (t = 916) condizionatamente alle serie delle matrici di covarianza che partono dal 08/08/2008 (t = 1). La X denota l'eliminazione del modello dal predictive pool.

Come dimostrato nella sessione 4.6 dai valori di loglikelihood restituiti dal modello DCC-GARCH, anche il "model pooling approach" di *Geweke e Amisano (2008)* conferma che è più appropriata la modellizzazione congiunta ottenuta filtrando le serie con un modello VAR. Nel Cap. 5 le serie storiche vengono filtrate secondo la specificazione VAR.

CAP. 5 ANALISI PER ZONA UE

In questo capitolo ricerchiamo l'evidenza del contagio tra gli Stati Europei. In particolare misureremo gli effetti di contagio dei paesi dell'UE soggetti a piani di salvataggio (Spagna, Irlanda, Portogallo e attualmente Cipro).
I CDS Sovrani presi in considerazione fanno riferimento sia ai Paesi della zona euro che non. La scelta dei paesi da analizzare, è stata quindi fatta sia in base alla rilevanza dello Stato all'interno dell'Europa sia in base al fatto che lo Stato è stato soggetto a piani di salvataggio da parte dell'UE.

5.1 DATASET CDS A LIVELLO DISAGGREGATO

5.1.1 Descrizione delle serie storiche

Data la disponibilità dei dati, abbiamo provveduto ad aggiornare il periodo preso in considerazione nel Cap. 4 considerando un periodo che parte sempre dal 08/08/2008 e termina il 27/03/2013 per un totale di 1209 osservazioni.

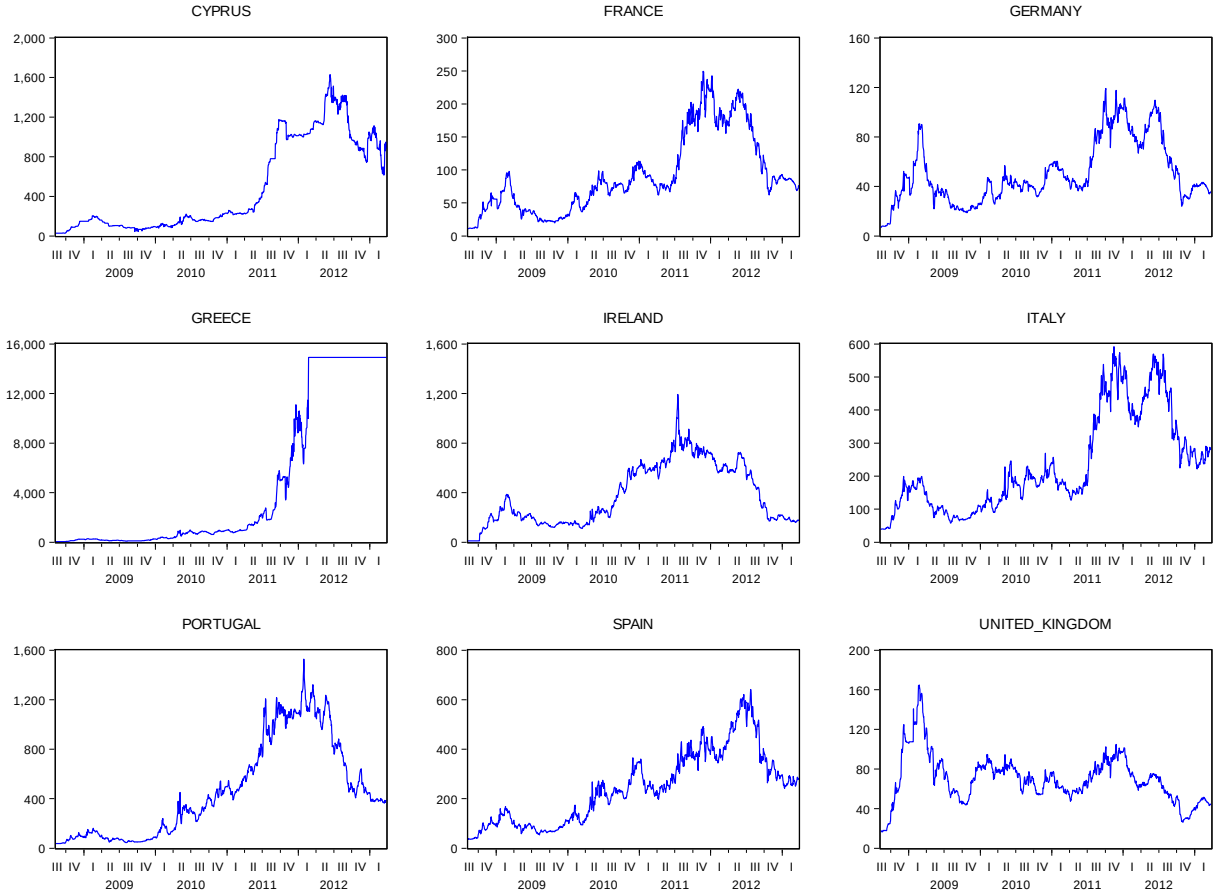
Le serie storiche hanno le stesse caratteristiche delle serie analizzate nel Cap. 4 e provengono dal database *Bloomberg* ad eccezione delle serie dei CDS della Grecia[16] che provengono da *Datastream.*
I CDS Sovrani fanno riferimento a 9 Stati. Quelli della zona euro sono: Cipro *(CIPR)*, Francia *(FRA)*, Germania *(GER)*, Grecia *(GRE),* Irlanda *(IRE),* Italia *(ITA)*, Portogallo *(POR)* e Spagna *(SPA)* mentre lo Stato che non appartiene alla zona euro è il Regno Unito *(UK)*.

5.1.2 Analisi delle proprietà statistiche delle serie storiche

La Fig. 9 mostra l'andamento dei CDS; come si è notato nel Cap. 4 anche in queste serie è evidente un aumento significativo del livello dei CDS *Spreads* a partire dal 2011 coincidente con la crisi del debito sovrano. Tutti gli indici in questo periodo raggiungono il loro picco ad eccezione del Regno Unito, dove l'incremento risulta meno accentuato e il picco viene raggiunto a Febbraio 2009. Da notare inoltre che per Germania, Francia e Inghilterra i basis point si attestano a livelli inferiori.

[16] *Per quanto riguarda la serie storica dei CDS della Grecia, il database fornisce un valore costante dal 27/02/2012.*

Fig. 9: CDS Spreads (levels)



L'analisi delle principali statistiche descrittive dei *CDS Spreads* è riportata in Tab. 8. A conferma di quanto evidenziato sopra, la media dei valori dei CDS varia tra le diverse serie. Il valore più basso di media e mediana è registrato per la Germania con rispettivamente 50 e 43 basis point, seguito dal Regno Unito e dalla Francia. I valori medi più alti sono registrati dai CDS della Grecia, seguiti da Cipro, Portogallo e Irlanda.

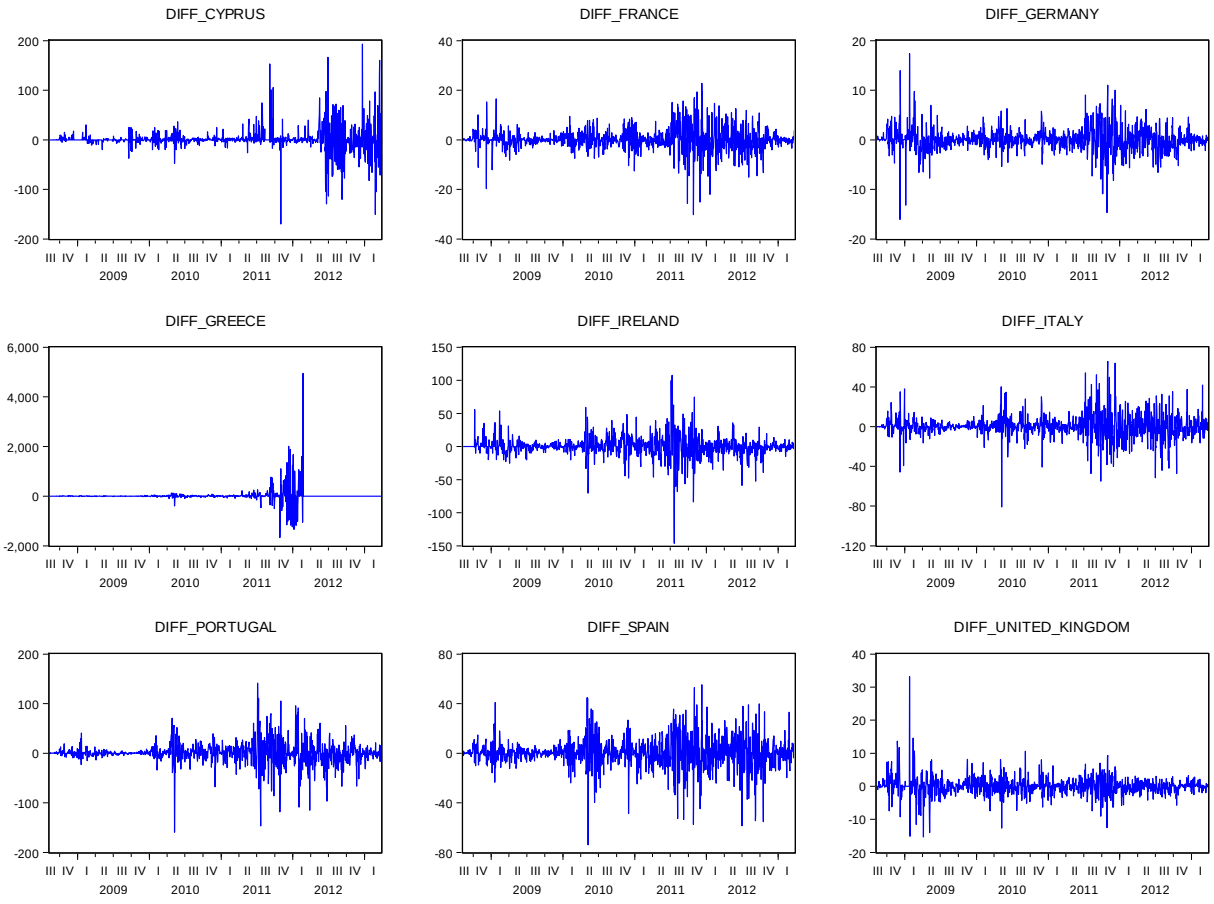
Il Regno Unito ha la deviazione standard minore. Infine, il test di Jarque-Bera e la relativa probabilità evidenziano che nessuna distribuzione di frequenza segue una distribuzione normale.

Tab. 8: Analisi delle principali statistiche descrittive dei CDS Spreads (levels)

	CYPRUS	FRANCE	GERMANY	GREECE	IRELAND	ITALY	PORTUGAL	SPAIN	UNITED_KINGDOM
Mean	481.57	91.63	50.30	4625.15	378.85	232.73	466.43	245.51	69.73
Median	208.93	78.22	42.50	871.76	269.17	183.94	387.08	241.19	68.32
Maximum	1630.73	249.63	119.16	14911.74	1191.50	591.54	1526.95	640.97	164.92
Minimum	28.25	11.00	7.00	49.75	11.00	39.25	37.00	36.17	16.50
Std. Dev.	458.67	58.74	25.04	6083.14	243.93	145.10	386.89	146.22	24.20
Skewness	0.74	0.83	0.77	0.96	0.48	0.80	0.67	0.50	0.72
Kurtosis	1.95	2.65	2.71	2.09	2.02	2.46	2.16	2.41	4.71
Jarque-Bera	166.49	145.78	124.17	227.88	94.47	142.73	125.98	67.77	252.11
Probability	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Observations	1209	1209	1209	1209	1209	1209	1209	1209	1209

La Fig. 10 riporta l'andamento delle differenze prime dei CDS *Spreads* nel tempo. La dinamica dell'andamento delle differenze nel tempo evidenzia la presenza di eteroschedasticità, confermata dai risultati di un test ARCH al livello di significatività del 5%. I risultati non sono riportati per motivi di spazio.

Fig. 10: CDS Spreads (differenze prime)



5.2 ANALISI DI INTEGRAZIONE DELLE VARIABILI

Dopo aver costruito le variabili congruenti con il modello teorico ed aver descritto le principali statistiche descrittive delle serie, si procede con l'analisi di integrazione di tali serie storiche allo stesso modo di quanto descritto nella sessione 4.2. I risultati dei test di radice unitaria (*unit root test*) sono riportati in Tab. 9.

Tab. 9: Test ADF, PP e KPSS sui livelli e sulle differenze prime dei CDS Spreads

	Values			Differences		
Sovereign CDS Spread	ADF	PP	KPSS	ADF	PP	KPSS
CYPRUS	0.004	0.17	0.54***	-14.61***	-37.79***	0.14
FRANCE	-0.67	-0.54	0.35***	-30.48***	-30.22***	0.20
GERMANY	-2.25	-2.13	0.29***	-29.95***	-29.87***	0.16
GREECE	0.93	1.16	0.94***	-10.52***	-43.39***	0.27
IRELAND	-0.74	-0.67	0.67***	-26.03***	-25.90***	0.31
ITALY	-1.82	-0.39	0.30***	-24.27***	-27.39***	0.10
PORTUGAL	-0.54	-0.57	3.07***	-20.71***	-26.53***	0.23
SPAIN	-0.29	-0.24	0.28***	-20.53***	-28.98***	0.14
UNITED KINGDOM	-3.18*	-3.16*	0.13*	-31.53***	-31.57***	0.20

*Nota: Le significatività al 10, 5 e 1% sono indicate rispettivamente con i simboli *,** e ****

Per tutte le serie sui livelli i test suggeriscono la presenza di radice unitaria al livello di significatività del 1%.
I test condotti sulle differenze prime delle variabili, mostrano che queste sono tutte stazionarie. Si conclude quindi che le variabili oggetto di analisi sono $I(1)$ (integrate di ordine 1). L'analisi econometrica procederà sulle differenze prime. Un'analisi di cointegrazione viene lasciata come possibile sviluppo a questa tesi.

5.3 MODELLIZZAZIONE DELLE DINAMICHE IN MEDIA

Avendo dimostrato nel Cap. 4 che i risultati migliori si ottengono filtrando le serie per il VAR, procediamo stimando un VAR(2) in quanto attraverso l'analisi del correlogramma sono emerse correlazioni significative per alcune serie fino al secondo ritardo.

Tab. 10 riporta le stime del modello VAR. In rosso evidenziate le variabili significative al 5% che colgono la presenza di interazione nei ritardi tra i CDS.

Tab.10: Risultati stima Vector Autoregression Estimates (VAR)

Sample (adjusted): 8/13/2008 3/27/2013
Included observations: 1206 after adjustments
Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

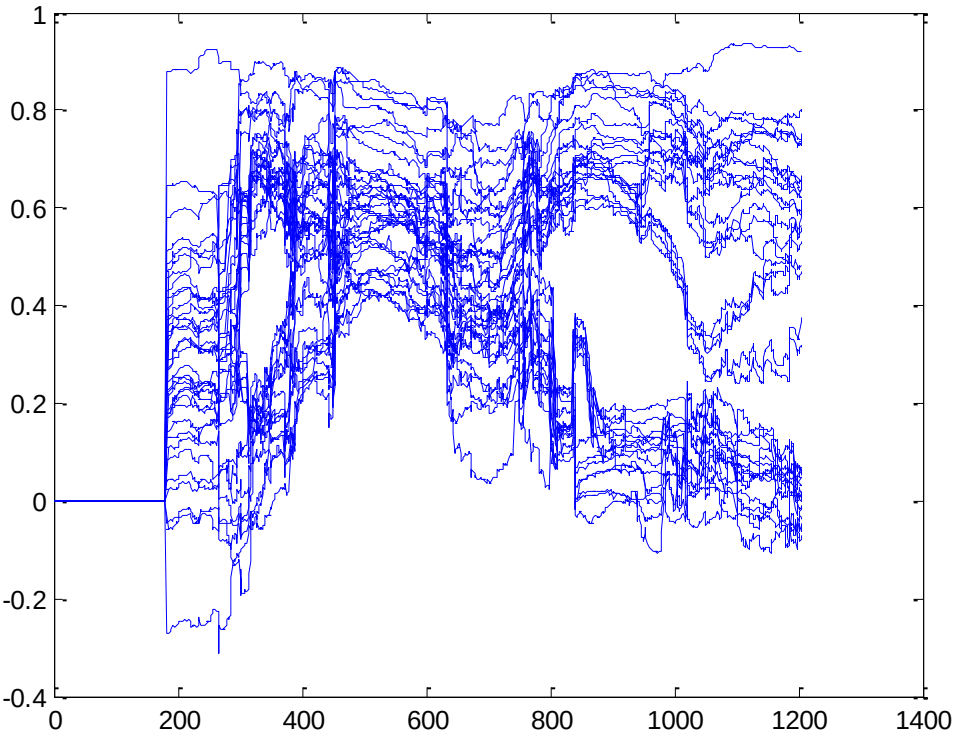
	D_CYPR	D_FRA	D_GER	D_GRE	D_IRE	D_ITA	D_POR	D_SPA	D_UK
D_CYPR(-1)	-0.11	0.00	0.00	0.01	-0.01	-0.04	0.00	-0.05	0.00
	(0.03)	(0.01)	(0.00)	(0.32)	(0.02)	(0.01)	(0.03)	(0.02)	(0.00)
	[-3.69]	[-0.36]	[0.91]	[0.02]	[-0.76]	[-2.44]	[-0.08]	[-3.03]	[0.08]
D_CYPR(-2)	-0.01	0.01	0.00	0.20	0.03	0.03	0.03	0.03	0.00
	(0.03)	(0.01)	(0.00)	(0.32)	(0.02)	(0.02)	(0.03)	(0.02)	(0.00)
	[-0.51]	[0.90]	[0.91]	[0.61]	[1.56]	[1.72]	[1.00]	[2.02]	[-0.42]
D_FRA(-1)	-0.12	0.00	0.01	8.65	-0.03	0.05	0.04	-0.11	-0.02
	(0.26)	(0.05)	(0.03)	(2.84)	(0.17)	(0.13)	(0.24)	(0.14)	(0.03)
	[-0.48]	[-0.04]	[0.36]	[3.05]	[-0.18]	[0.38]	[0.16]	[-0.79]	[-0.48]
D_FRA(-2)	0.48	0.10	0.03	1.99	0.08	0.34	0.07	0.30	-0.04
	(0.26)	(0.05)	(0.03)	(2.84)	(0.17)	(0.13)	(0.24)	(0.14)	(0.03)
	[1.84]	[1.97]	[1.27]	[0.70]	[0.43]	[2.59]	[0.29]	[2.19]	[-1.38]
D_GER(-1)	0.66	0.14	0.04	-6.97	0.08	-0.02	-0.29	0.06	0.21
	(0.46)	(0.09)	(0.05)	(5.09)	(0.31)	(0.24)	(0.43)	(0.25)	(0.06)
	[1.42]	[1.48]	[0.91]	[-1.37]	[0.26]	[-0.08]	[-0.68]	[0.25]	[3.67]
D_GER(-2)	-0.52	-0.04	0.05	5.43	-0.15	-0.43	-0.26	-0.66	0.08
	(0.46)	(0.09)	(0.05)	(5.09)	(0.31)	(0.24)	(0.43)	(0.25)	(0.06)
	[-1.13]	[-0.45]	[0.93]	[1.07]	[-0.48]	[-1.83]	[-0.60]	[-2.65]	[1.41]
D_GRE(-1)	0.00	0.00	0.00	-0.27	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.00
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	[0.00]	[-0.60]	[-1.53]	[-9.33]	[-1.84]	[-0.94]	[-2.71]	[-1.14]	[-0.72]
D_GRE(-2)	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.00
	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.03)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
	[-0.24]	[-1.78]	[-1.61]	[-0.22]	[-0.98]	[-2.89]	[-2.72]	[-1.37]	[-0.52]
D_IRE(-1)	-0.07	0.00	0.00	1.04	0.27	0.03	0.16	0.04	0.01
	(0.07)	(0.01)	(0.01)	(0.74)	(0.05)	(0.03)	(0.06)	(0.04)	(0.01)
	[-1.04]	[0.23]	[0.18]	[1.42]	[5.93]	[1.00]	[2.57]	[1.18]	[0.68]
D_IRE(-2)	0.03	-0.02	-0.01	-0.07	0.02	-0.04	-0.18	-0.04	0.00
	(0.07)	(0.01)	(0.01)	(0.74)	(0.05)	(0.03)	(0.06)	(0.04)	(0.01)
	[0.39]	[-1.75]	[-1.20]	[-0.10]	[0.37]	[-1.11]	[-2.84]	[-1.06]	[-0.15]
D_ITA(-1)	-0.10	-0.02	-0.02	1.75	-0.15	0.02	-0.12	0.04	0.00
	(0.11)	(0.02)	(0.01)	(1.21)	(0.07)	(0.06)	(0.10)	(0.06)	(0.01)
	[-0.88]	[-0.95]	[-1.43]	[1.45]	[-1.97]	[0.33]	[-1.18]	[0.74]	[0.18]
D_ITA(-2)	0.13	-0.06	-0.02	-2.12	-0.09	-0.11	-0.20	-0.08	0.01
	(0.11)	(0.02)	(0.01)	(1.20)	(0.07)	(0.06)	(0.10)	(0.06)	(0.01)
	[1.17]	[-2.62]	[-1.58]	[-1.77]	[-1.23]	[-1.94]	[-1.98]	[-1.33]	[0.65]
D_POR(-1)	0.06	-0.01	0.00	-0.39	0.02	-0.01	0.12	-0.01	0.00
	(0.05)	(0.01)	(0.00)	(0.50)	(0.03)	(0.02)	(0.04)	(0.02)	(0.01)
	[1.41]	[-1.34]	[-0.62]	[-0.79]	[0.52]	[-0.64]	[2.85]	[-0.32]	[-0.39]
D_POR(-2)	0.02	-0.01	0.00	0.13	-0.02	-0.02	0.17	-0.02	-0.01
	(0.05)	(0.01)	(0.00)	(0.49)	(0.03)	(0.02)	(0.04)	(0.02)	(0.01)
	[0.39]	[-0.67]	[-0.97]	[0.26]	[-0.61]	[-0.88]	[4.01]	[-0.88]	[-0.95]

D_SPA(-1)	0.24	0.07	0.03	-0.55	0.17	0.25	0.34	0.18	0.01
	(0.10)	(0.02)	(0.01)	(1.11)	(0.07)	(0.05)	(0.09)	(0.05)	(0.01)
	[2.38]	[3.64]	[2.99]	[-0.50]	[2.48]	[4.78]	[3.60]	[3.32]	[0.67]
D_SPA(-2)	-0.13	0.05	0.01	-0.27	0.00	0.01	0.00	-0.02	-0.01
	(0.10)	(0.02)	(0.01)	(1.11)	(0.07)	(0.05)	(0.09)	(0.05)	(0.01)
	[-1.28]	[2.45]	[0.55]	[-0.24]	[0.00]	[0.23]	[0.03]	[-0.33]	[-0.95]
D_UK(-1)	-0.09	0.02	0.07	-2.19	-0.02	-0.04	-0.24	-0.06	-0.03
	(0.30)	(0.06)	(0.03)	(3.30)	(0.20)	(0.15)	(0.28)	(0.16)	(0.04)
	[-0.31]	[0.31]	[2.10]	[-0.66]	[-0.11]	[-0.28]	[-0.88]	[-0.38]	[-0.84]
D_UK(-2)	-0.03	0.02	0.04	0.23	0.18	0.19	0.23	0.27	0.05
	(0.30)	(0.06)	(0.03)	(3.29)	(0.20)	(0.15)	(0.28)	(0.16)	(0.04)
	[-0.09]	[0.38]	[1.25]	[0.07]	[0.90]	[1.22]	[0.83]	[1.72]	[1.43]
C	0.74	0.06	0.03	15.32	0.16	0.23	0.36	0.24	0.02
	(0.63)	(0.13)	(0.07)	(6.94)	(0.43)	(0.32)	(0.59)	(0.34)	(0.08)
	[1.16]	[0.45]	[0.40]	[2.21]	[0.37]	[0.73]	[0.61]	[0.70]	[0.31]
R-squared	0.03	0.05	0.05	0.09	0.09	0.10	0.11	0.07	0.04
Adj. R-squared	0.02	0.04	0.04	0.08	0.08	0.08	0.10	0.05	0.03
Sum sq. resids	569201.20	22946.82	6325.47	68408662.00	258244.30	147209.90	488178.90	161767.60	8903.952
S.E. equation	21.90	4.40	2.31	240.07	14.75	11.14	20.28	11.67	2.74
F-statistic	2.24	3.49	3.53	6.78	6.84	7.11	8.06	4.73	2.81
Log likelihood	-5423.87	-3487.60	-2710.58	-8311.65	-4947.30	-4608.38	-5331.27	-4665.25	-2916.75
Akaike AIC	9.03	5.82	4.53	13.82	8.24	7.67	8.87	7.77	4.87
Schwarz SC	9.11	5.90	4.61	13.90	8.32	7.75	8.95	7.85	4.95
Mean dependent	0.71	0.05	0.02	12.32	0.14	0.20	0.29	0.20	0.02
S.D. dependent	22.10	4.48	2.35	250.21	15.38	11.63	21.32	11.99463	2.78

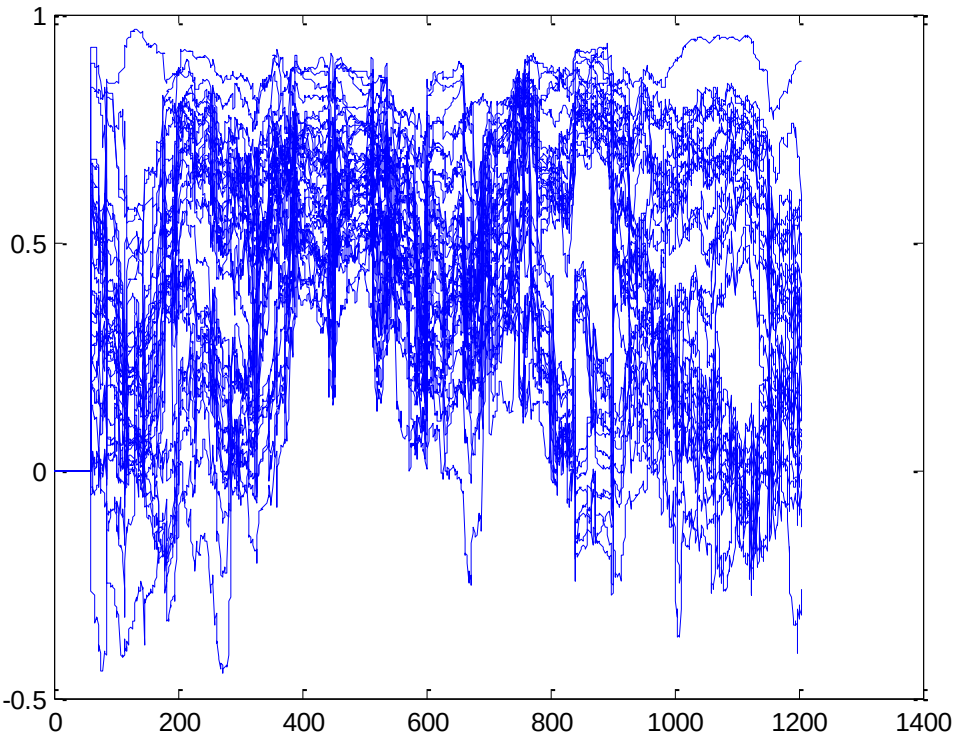
5.4 TEST DI CORRELAZIONE DINAMICA ROLLING

Come svolto nel Cap. 4, una prima valutazione della relazione di correlazione lineare tra i CDS e della loro stabilità viene effettuata considerando la *rolling correlation* calcolata facendo la correlazione dei residui delle serie filtrate con un numero di osservazioni pari a 60 e 180.

Fig. 11: Rolling window correlation (residui VAR)



Nota: Rolling window 180 osservazioni



Nota: Rolling window 60 osservazioni

Dai grafici si nota che le correlazioni variano notevolmente nel campione considerato (per la *rolling* a 60 giorni da circa -0,5 a circa 1) e sembrano alternarsi momenti di maggior e minor correlazione che interessano tutte le coppie di indici presi in considerazione.

Come nel precedente Cap. 4 si procede effettuando un'analisi preliminare che verifichi se nel periodo preso in considerazione vi siano dei cambiamenti di correlazione statisticamente significativi. Anche in questo caso ripetiamo il test sequenzialmente in t, con la conseguenza che non è necessario individuare delle date di break strutturali a priori ma è possibile osservare dove sono presenti cambiamenti di correlazione significativi e in un secondo momento confrontarli con gli eventi macroeconomici e finanziari che ne hanno influenzato l'andamento.

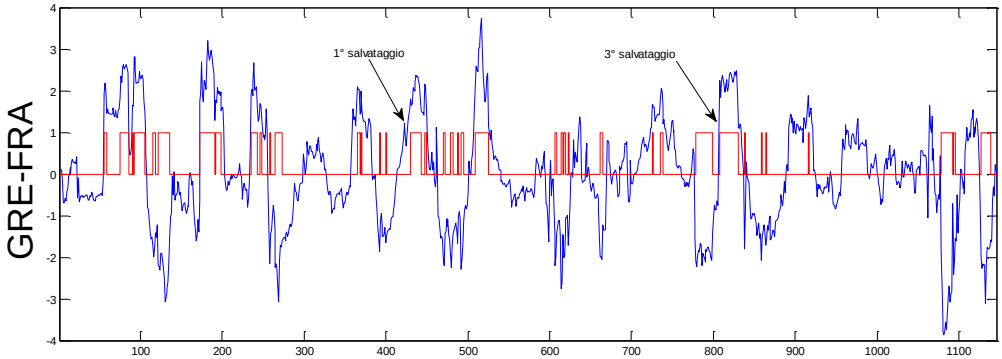
Il numero di osservazioni prese in considerazione è pari a 30 e per l'inferenza viene utilizzato il test-Z standard.

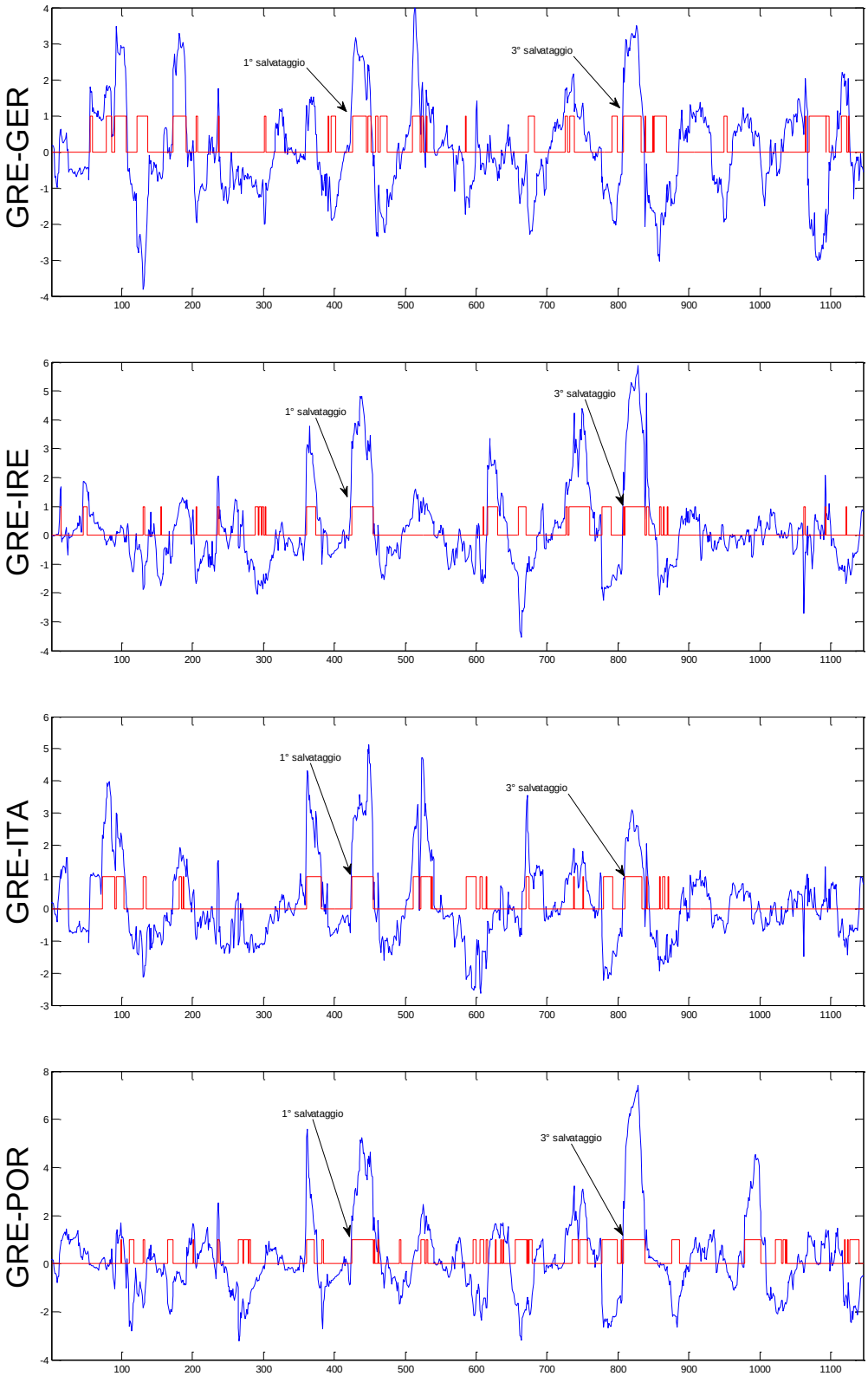
Nella Fig. 12 si riportano i risultati del test: la linea blu rappresenta l'andamento della statistica test relativamente al caso in cui la Grecia sia fonte di contagio per gli altri Paesi, la linea rossa riporta i risultati della statistica test dove l'incremento di uno step indica che la variazione della correlazione è significativa al livello del 5% (*critical values* pari a -1,64).

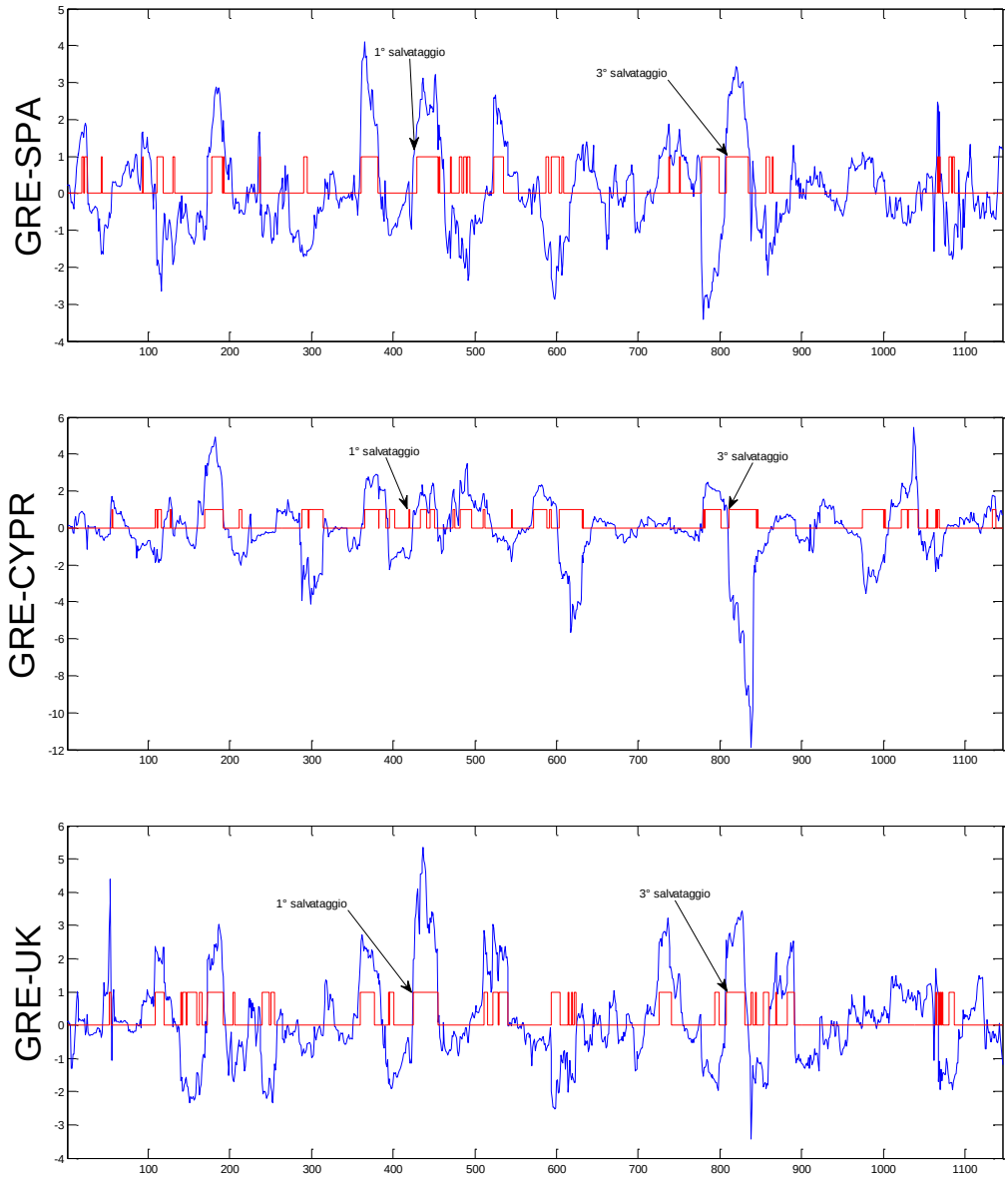
I grafici evidenziano significativi cambiamenti di correlazione in diverse date.

Inoltre è interessante notare un significativo cambiamento della correlazione per tutte le serie successivamente al 27 Ottobre 2011 che sembra confermare il principale risultato ottenuto nel Cap. 4. Anche in prossimità dell'annuncio del primo salvataggio i cambiamenti sono sempre significativi.

Fig. 12: Risultati della statistica test per la Grecia



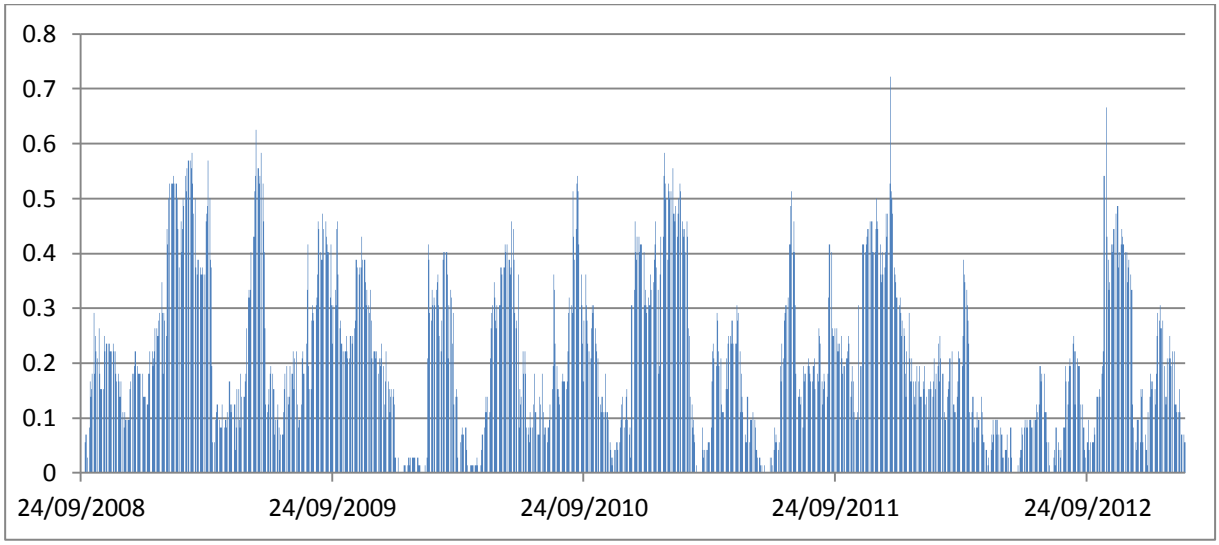

GRE-GER
1° salvataggio
3° salvataggio
GRE-IRE
1° salvataggio
3° salvataggio
GRE-ITA
1° salvataggio
3° salvataggio
GRE-POR
1° salvataggio
3° salvataggio



In Fig. 13 riportiamo la porzione di Paesi per i quali c'è un cambiamento significativo di correlazione[17] che denota periodi nei quali la correlazione sembra stabile alternati ad altri dove cambia significativamente.

[17] *L'output restituisce 72 statistiche test (matrice di dimensione 9x9, si esclude la diagonale), i valori sono stati normalizzati.*

Fig. 13: Porzione di paesi con cambiamenti significativi della correlazione



5.5 RISULTATI DEL MODELLO DCC

La metodologia del modello è la stessa della sessione 4.5. La Tab. 11 riporta le stime dei parametri del DCC-GARCH(1,1) utilizzando il metodo della quasi-massima verosimiglianza per generare consistenti errori standard.

Tab. 11: Stima del modello GARCH-DCC

Loglikelihood = -36058.4376			
		Parameters	**t-stat**
GRE	ω	10022.0918	0.0005
	α	1.0000**	15.2081
	β	0.0000	0.0000
CYPR	ω	14.8532	0.1037
	α	0.3871**	59.8163
	β	0.6129**	52.9139
FRA	ω	0.0989**	14.4643
	α	0.1388**	83.0186
	β	0.8612**	435.9066
GER	ω	0.0343**	49.6840
	α	0.1208**	95.7280
	β	0.8792**	637.5522
IRE	ω	1.4682	1.6401
	α	0.1320**	312.2803
	β	0.8680**	2018.7900
ITA	ω	1.6491	0.7405
	α	0.2208**	105.8698

	β	0.7792**	221.0919
POR	ω	1.3205	0.2004
	α	0.2470**	56.6281
	β	0.7530**	84.6094
SPA	ω	1.9796	1.3267
	α	0.2548**	200.5009
	β	0.7452**	370.9637
UK	ω	1.1193	1.4726
	α	0.1327**	25.7650
	β	0.7250**	52.5662
	qa	0.0193**	467.1429
	qb	0.9492**	3722.5100

*Tabella 11:I risultati della stima si riferiscono alla stima del modello VAR DCC-GARCH (1,1). ** significa che i parametri sono significativi al 5%, valore critico 1,96*.

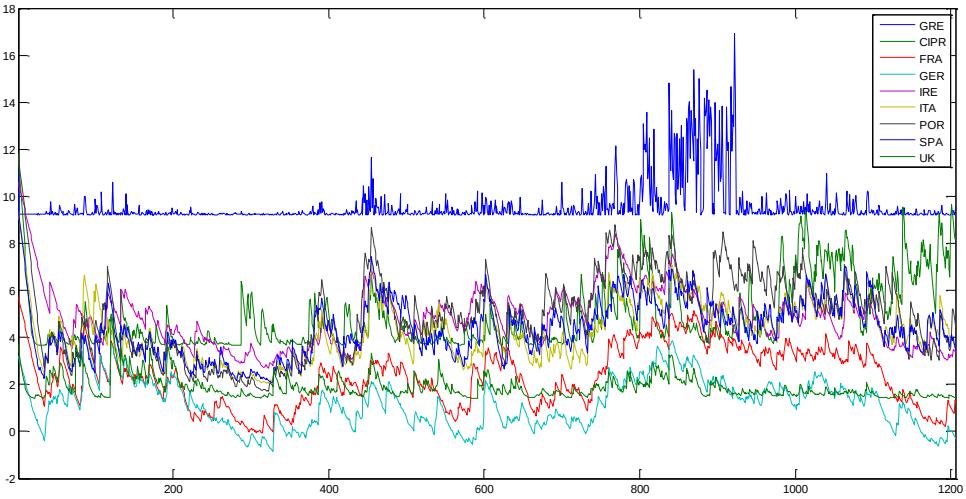
I parametri ARCH, indicati con α, sono significativi al 5% per tutti i mercati. I coefficienti per i ritardi della volatilità condizionale, indicati con β, sono significativi al 5% per tutti i mercati ad esclusione della Grecia.

Gli effetti della correlazione variabile nel tempo catturati dai coefficienti q_a e q_b sono significativi al livello dell'1%.

Inoltre, mentre il coefficiente q_a è molto vicino a zero, ad indicare la scarsa sensitività della correlazione agli shocks, il coefficiente q_b ha un valore molto alto, vicino a uno. Ciò significa che la correlazione dinamica ha un elevato grado di persistenza.

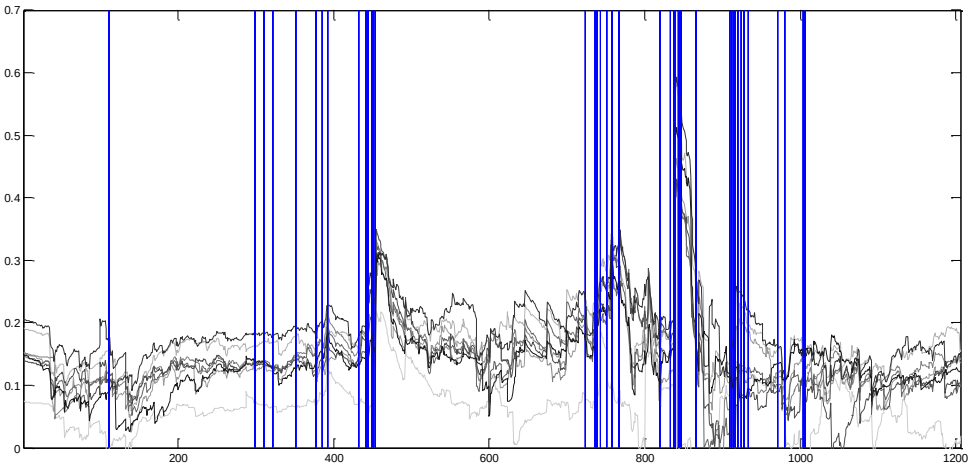
Questi risultati statistici indicano che il data-set esibisce correlazione dinamica significativa. La Fig. 14 riporta le stime della volatilità.

Fig. 14: Stime di volatilità



I valori maggiori sono raggiunti dalla Grecia, i minori dalla Germania seguita da Francia e Regno Unito. Per identificare il contagio è necessario osservare un temporaneo incremento nelle correlazioni condizionali dinamiche. Al contrario, un incremento nelle correlazioni che le porta ad un nuovo livello stabile nel tempo non indica contagio, bensì interdipendenza. Incrementi non permanenti dei comovimenti cross-market si notano tra la Grecia e gli altri Stati dell'UE. La Fig. 15 mostra le matrici DCC della Grecia più un set di variabili dummy che assume valore 1 in corrispondenza di annunci (si veda Tab. 12 in Appendice – Timeline: Crisi del debito greco) che coinvolgono la Grecia e che potenzialmente potrebbero generare contagio. La successione di notizie sembra aver alimentato l'effetto contagio e sembra esserci codeterminazione tra contagio e notizie relative alla Grecia.

Fig. 15: Confronto matrici DCC della Grecia con la timeline della crisi del debito greco



La Fig. 16 riporta la stima delle matrici di correlazione dinamica tra la Grecia e gli altri Stati[18] e i relativi commenti.

Per tutte queste coppie di Stati, il maggiore incremento del coefficiente di correlazione si verifica nella finestra temporale del 27 Ottobre 2011. Incrementi del coefficiente si osservano per tutti gli Stati anche attorno alle altre due date relative ad annunci di piani di salvataggio della Grecia, ovvero 2 Maggio 2010 e 21 Luglio 2011, qui si nota che il DCC è in grado di cogliere il contagio graduale.

L'incremento è breve nel tempo ed avviene per tutti gli Stati nello stesso periodo, quindi le notizie hanno provocato effetti di contagio.

La statistica test suggerita da *Morrison (1983)* effettuata sui risultati del DCC ci fornisce segnali più accurati sul cambiamento di correlazione rispetto allo stesso test effettuato sulla rolling[19].

Il livello di significatività è del 5% e l'analisi viene effettuata sequenzialmente nel tempo. La linea blu mostra l'andamento della statistica test effettuata tra il tempo t e il tempo $t-1$; l'incremento di uno step della linea rossa significa che c'è stato un cambiamento significativo della correlazione.

Qui si nota che quando il test mostra cambiamenti significativi di correlazione, questi avvengono per ogni coppia di indici nelle stesse osservazioni che si sono verificate per l'analisi delle macroaree. Esse sono la 455 per il primo annuncio di salvataggio e la 838 per il terzo e sono entrambe comprese entro i 5 giorni successivi alla notizia.

Questo incremento è ben evidenziato anche dalla netta variazione positiva del DCC che raggiunge il suo picco in queste osservazioni.

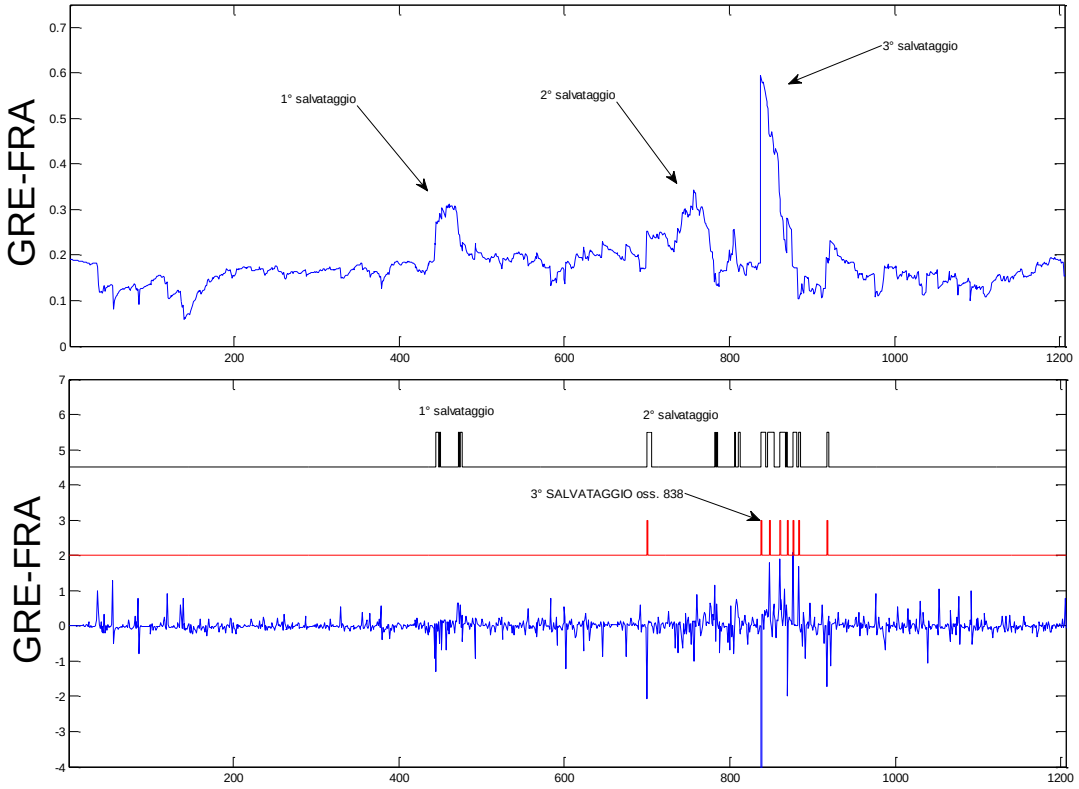
Come nel Cap. 4, anche qui si nota inoltre che il test di *Morrison (1983)* effettuato tra t e $t-1$, non è in grado di catturare le manifestazioni di contagio graduali, ben evidenziate nel DCC.

Effettuando il test tra il tempo t e il tempo $t-5$ questi cambiamenti di correlazione vengono rilevati anche dal test di *Morrison (1983),* come è facile notare relativamente a tutte le coppie di indici nel secondo salvataggio.

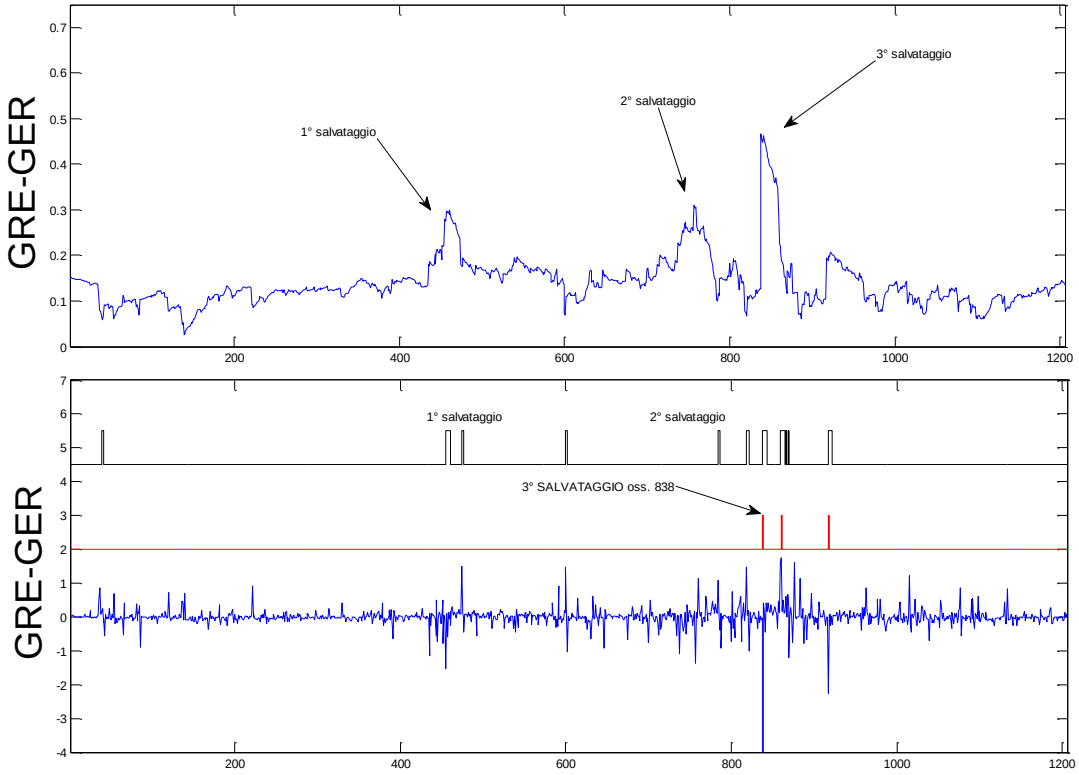
[18] *I grafici della matrice di correlazione dinamica DCC di tutti gli altri Stati sono riportati negli allegati.*

[19] *Si osservi che questa procedura è approssimata. Lasciamo come possibile sviluppo di questo lavoro il calcolo di bande di confidenza asintotiche o bootstrap della correlazione.*

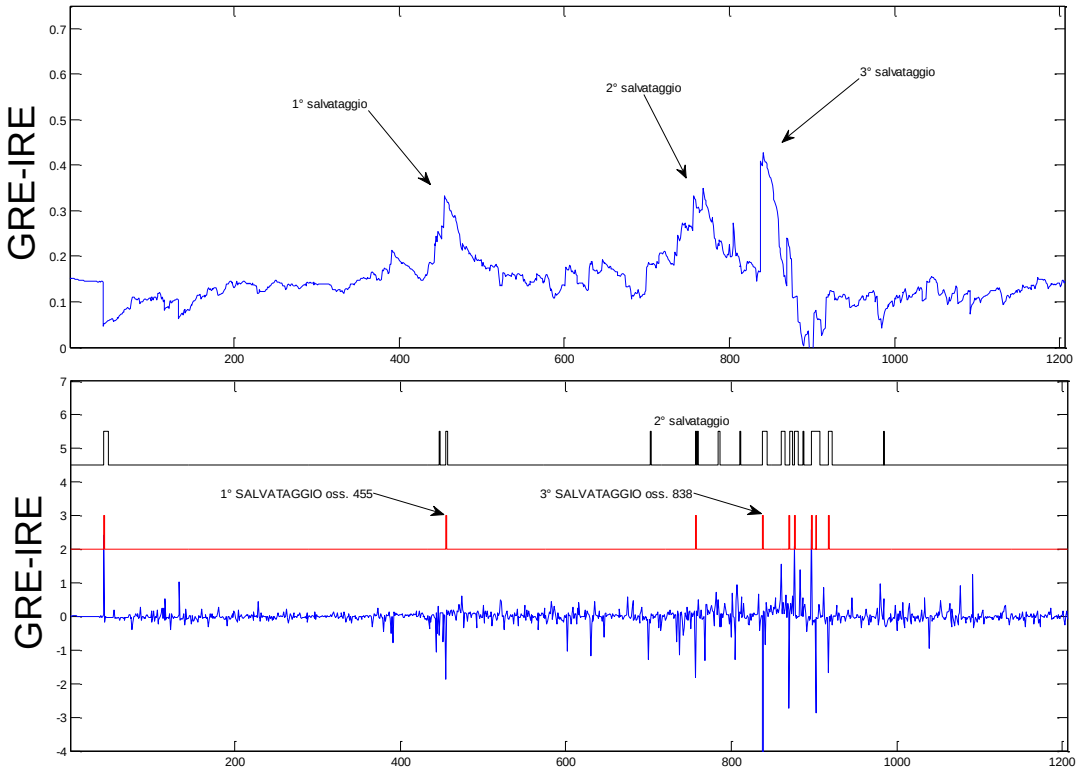
Fig. 16: Matrici di correlazioni dinamiche per la Grecia (primo grafico) e risultati della statistica test sequenziale (secondo grafico)



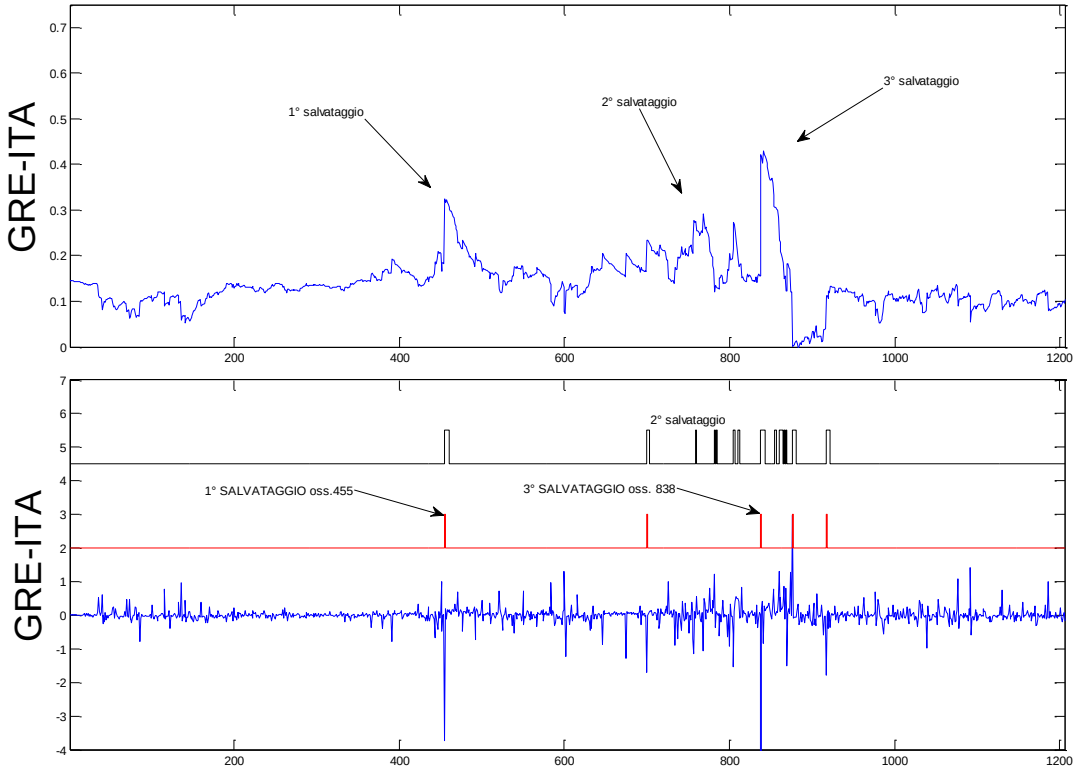
GRE-FRA: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo,secondo e terzo annuncio di salvataggio.



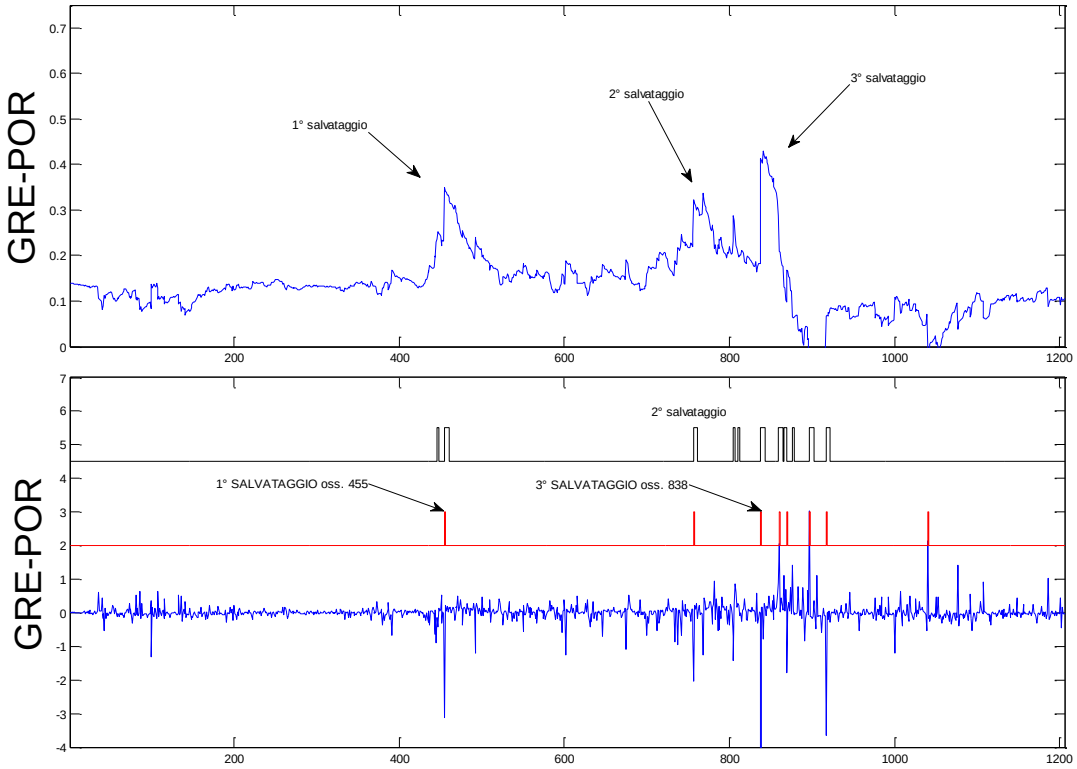
GRE-GER: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo, secondo e terzo annuncio di salvataggio.



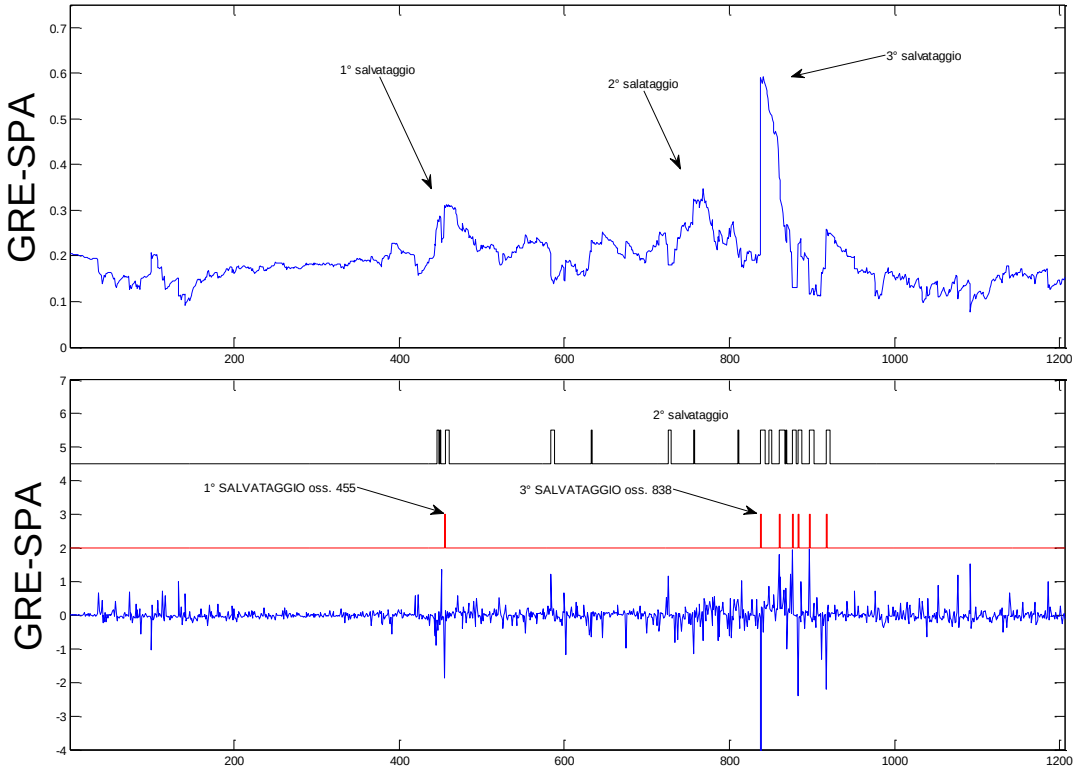
GRE-IRE: *incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo, secondo e terzo annuncio di salvataggio.*



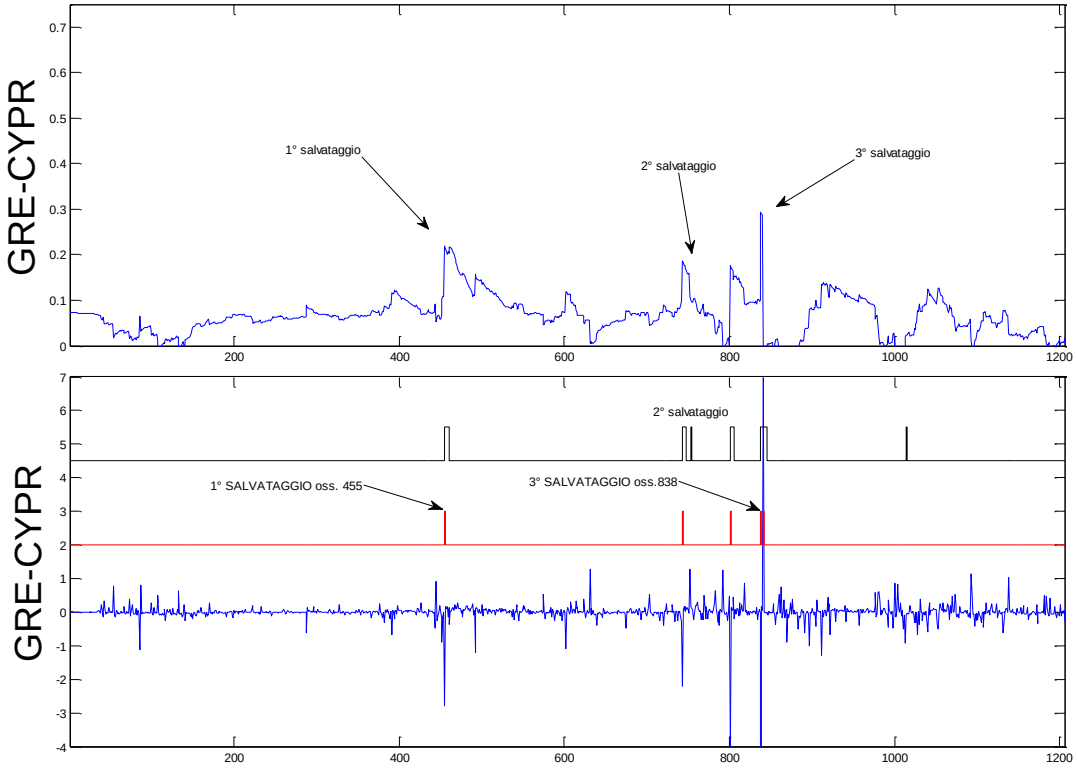
GRE-ITA: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo, secondo e terzo annuncio di salvataggio.



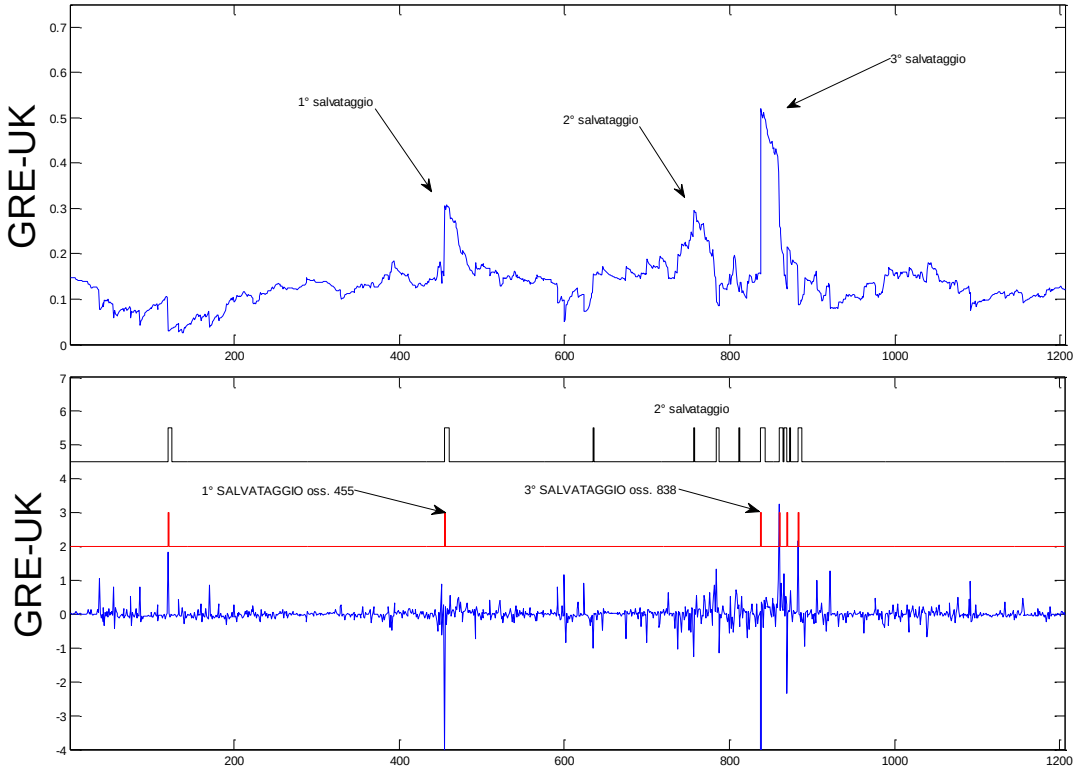
GRE-POR: *incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo, secondo e terzo annuncio di salvataggio.*



GRE-SPA: *incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo, secondo e terzo annuncio di salvataggio.*



GRE-CYPR: *incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo, secondo e terzo annuncio di salvataggio.*



GRE-UK: incremento non permanente della correlazione dinamica condizionale nel primo, secondo e terzo annuncio di salvataggio.

CONCLUSIONI

Lo scopo dell'analisi empirica condotta in questa tesi è quello di investigare la correlazione condizionale dinamica tra i mercati dei *Credit Default Swap* sovrani utilizzando modelli GARCH multivariati a correlazione condizionale dinamica (DCC).
Lo studio è stato svolto sia a livello aggregato costruendo degli indici in grado di aggregare 47 Paesi per area geografica e grado di sviluppo economico, sia a livello disaggregato includendo i principali Stati europei e quelli soggetti a misure di salvataggio.
Un'analisi preliminare è stata effettuata con il test basato sui coefficienti di correlazione aggiustata proposto da *Forbes e Rigobon (2002).*
La novità di questa analisi consiste nell'applicazione sequenziale nel tempo del test *Forbes e Rigobon,* che consente l'individuazione di episodi di contagio senza che vi sia indicazione a priori delle date in cui vi è un sospetto di contagio.
Il "*model pooling approach*" di *Geweke e Amisano (2008)* è stato implementato al fine di confrontare quale delle tre specificazioni utilizzate per la stima del modello DCC-GARCH è più appropriata. I risultati stabiliscono che è più appropriata la modellizzazione congiunta ottenuta filtrando le serie con un modello VAR.
Dopo aver stimato il modello VAR DCC-GARCH e verificato la significatività dei parametri, effetti di contagio sono stati ricercati analizzando l'andamento della correlazione dinamica e confrontando le date che presentano evidenza di contagio con la *time-line* della *financial crisis*.
Identificando l'effetto contagio come un temporaneo incremento nelle correlazioni condizionali dinamiche, dai risultati per macroaree sono emersi con intensità diverse effetti di contagio causati da annunci relativi a pacchetti di salvataggio per la Grecia del 2 Maggio 2010 e del 27 Ottobre 2011.
L'analisi a livello disaggregato ha confermato per tutti gli stati Europei considerati l'effetto contagio in un intorno di tempo del primo, del secondo e del terzo annuncio di pacchetti di salvataggio per la Grecia.
Un altro contributo originale di questo lavoro di tesi è l'applicazione del modello DCC per cogliere il contagio graduale e l'utilizzo del DCC come metodo di *Early-Warning*. La decisione della soglia sulla base della quale dare il segnale di *warning* può essere determinata con funzioni di perdita, per la quali si rinvia al lavoro di *Casu, Clare e Saleh (2011)* "Towards a New Model for Early Warning Signals for Systemic Financial Fragility and Near Crises: An Application to OECD Countries" e *Consigli, Pianeti e Urga (2012)* "A Systemic Risk Indicator and Monetary Policy".

APPENDICE

Tab. 12: Timeline: Crisi del debito greco

Anno: 2009	
14/1	S & P taglia il rating della Grecia da A a A-.
4/10	George Papandreou conduce il Partito socialista Pasok ad una shiacciante vittoria nelle elezioni greche.
20/10	Il nuovo ministro delle Finanze greco Papaconstantinou annuncia che il deficit di bilancio raggiungerà almeno il 12,5% del PIL nel 2009,più del doppio rispetto alle stime del precedente governo. I rendimenti a 10 anni dei titoli di Stato greci sono al 4.58 per cento.
5/11	Papandreou annuncia il bilancio del 2010 che punta a ridurre il deficit al 9,4 per cento del PIL.
16/12	S & P taglia il rating della Grecia portandolo a BBB+.
Anno: 2010	
21/1	Papaconstantinou annuncia che la Grecia non avrà bisogno di un pacchetto di salvataggio. Il rendimento dei bond a 10 anni della Grecia raggiunge il 6.248%, il più alto dell'era euro.
2/2	Il governo greco annuncia un pacchetto di austerità per ridurre il deficit al 3% del PIL nel 2012.
11/2	I leader europei tengono il primo summit di emergenza sulla Grecia. L' UE accetta di intraprendere "un'azione decisa e coordinata" per proteggere la stabilità finanziaria della zona euro, senza comunicare ulteriori dettagli.
8/4	Il rendimento dei titoli a 10 anni della Grecia raggiunge il 7.4%, spingendo lo spread sui bund tedeschi a un massimo per l'era-euro di 442 punti base.
21/4	La Grecia, di fronte a 8.5 miliardi di euro in rimborsi obbligazionari nel mese successivo, inizia i colloqui con l'UE, la BCE e il FMI.
22/4	L'UE rivede il deficit di bilancio del 2009 della Grecia al 13,6% del PIL, superiore a quello della precedente previsione del governo (12,9%).
23/4	La Grecia richiede ufficialmente sostegno finanziario ai paesi dell'area dell'euro e all'FMI per 45 miliardi di euro.
27/4	S & P taglia il rating della Grecia portandolo a BB+.
2/5	La zona Euro è d'accordo su un pacchetto di salvataggio per la Grecia da 110 miliardi di euro. La Grecia in cambio degli aiuti si impegna a tagli per 30 miliardi di euro per i prossimi tre anni.
6/5	Il parlamento greco approva tagli al deficit. I rendimenti dei titoli greci a 10 anni il giorno successivo raggiungono il 12%.
10/5	I leader dell'UE durante la notte a Bruxelles convengono di istituire un meccanismo di salvataggio di 750 miliardi di euro per i paesi colpiti da difficoltà finanziarie. La BCE comprerà il debito pubblico e privato nel tentativo di porre fine alla crisi del debito sovrano. Dall'incontro nasce il Fondo europeo di stabilità finanziaria, meccanismo di salvataggio temporaneo della regione, con un capitale iniziale di 440 miliardi di euro.
Anno: 2011	
23/5	La Grecia presenta un programma di privatizzazioni al fine di raccogliere 50.000.000.000 € entro il 2015 per ridurre i debiti.
8/6	Atene accetta le misure di austerità supplementari e risparmi fino al 2015 per ridurre il deficit e per continuare a ricevere gli aiuti.
13/6	La Grecia ottiene il credit rating più basso nel mondo, dopo il declassamento di S&P da B a CCC.
17/6	Papandreou nomina come nuovo ministro delle finanze Evangelos Venizelos.
29/6	Papandreou ottiene una maggioranza parlamentare a favore del piano di austerità quinquennale, garantendo in tal modo un nuovo finanziamento.
8/7	Il Fondo Monetario Internazionale (Fmi) concede il via libera alla quinta tranche di aiuti da 3.2 miliardi di euro del prestito alla Grecia.

21/7	La Ue vara il secondo piano salva-Grecia da 109 miliardi che arriveranno dall'Efsf e dal Fmi. Gli obbligazionisti del settore privato contribuiranno con circa 50 miliardi di euro entro metà del 2014.
2/10	La Grecia non riuscirà a rispettare i target di bilancio per 2011 e 2012 concordati per il proprio salvataggio con la Commissione europea e il Fondo monetario. Atene prevede ora un deficit dell'8,5%, contro la stima precedente del 7,6%.
21/10	La Grecia approva ulteriori misure di austerità, sfidando le violente proteste ad Atene e uno sciopero generale.
27/10	I leader della zona euro rinforzano l'accordo di salvataggio a circa € 130.000.000.000. Convincono banche e assicurazioni private ad accettare una perdita del 50 per cento sui loro titoli greci, cifra che nei negoziati successivi salirà al 70 per cento.
31/10	In maniera inaspettata, Papandreou indice un referendum sul piano di salvataggio più recente, senza consultare i leader europei. - Il presidente francese Nicolas Sarkozy e il cancelliere tedesco Angela Merkel comunicano a Papandreou che Atene non riceverà più aiuti fino a quando la Grecia non avrà rispettato gli impegni del 27 ottobre sottoscritti da tutti i membri dell'Eurozona.
4/11	Dopo un'intensa pressione da parte dei leader europei, il governo greco abbandona l'idea del referendum.
5/11	Papandreou ottiene la fiducia parlamentare, evitando le elezioni anticipate.
6/11	I leader dei due più grandi partiti politici decidono di formare un governo di unità nazionale per approvare il piano di salvataggio prima di tenere le elezioni anticipate.
10/11	Lucas Papademos, ex vicepresidente della Banca centrale europea (Bce), presta giuramento come primo ministro di un nuovo esecutivo. Egli comunica che la Grecia attuerà il piano di salvataggio prima di indire le elezioni.
7/12	Il governo di coalizione della Grecia approva il bilancio di austerità del 2012 che punta a ridurre il deficit al 5,4% del PIL.
Anno: 2012	
6/2	Il cancelliere tedesco Merkel chiede alla Grecia di decidere in fretta relativamente all'accettazione delle condizioni per il nuovo piano di salvataggio UE/FMI.
9/2	«Accordo generale» tra i tre partiti politici che sostengono il governo greco sulle misure di austerità supplementari e le riforme richieste da Unione europea e Fondo monetario internazionale in cambio di nuovi aiuti. È stato raggiunto poco prima della riunione dell'Eurogruppo tenuto la sera stessa. Accordo necessario, assieme alla ristrutturazione del debito pubblico in mano alle banche, per sbloccare il piano di aiuti Ue-Fmi stimato intorno ai 130 miliardi di euro. I principali sindacati greci hanno indetto un nuovo sciopero di 48 ore, il secondo della settimana, contro le misure di austerità.
12/2	I legislatiori greci sanciscono un nuovo piano di austerità che impegna il paese al pacchetto di riforme richieste dalla troika (Commissione europea, Bce e Fondo monetario internazionale) in cambio del via libera al nuovo piano di salvataggio da 130 miliardi di euro. Migliaia di proteste ad Atene.
15/2	Il partito greco Nea Democratia, che insieme ai socialisti sostiene il governo tecnico in carica, ha inviato una lettera al Fondo Monetario Internazionale e all'Unione europea in cui si impegna, per iscritto, a rispettare, in caso di vittoria alle elezioni, le misure di austerità contenute nel piano di salvataggio. L'impegno per iscritto era stato posto come condizione dall'Europa affinchè potesse essere versata nella case di Atene la liquidità prevista dal secondo pacchetto di aiuti.
21/2	I ministri della zona euro si riuniscono a Bruxelles e dopo 13 ore di colloqui, i ministri concordano i 130.000.000.000 € di piano di salvataggio, e finalizzano le misure per tagliare il debito della Grecia al 120,5% del PIL entro il 2020.
27/2	Standard & Poor's taglia nuovamente il rating del debito della Grecia a livello di "default selettivo".
1/3	Il Parlamento della Grecia completa il voto sui tagli necessari per il piano di salvataggio
2/3	I leader dell'UE dichiarano la fine della crisi finanziaria, e rivolgono l'attenzione alla crescita.
9/3	La Grecia raggiunge target di ristrutturazione del debito con un tasso di partecipazione tra gli investitori privati del 95,7%.
2/5	Standard & Poor's comunica di aver rivisto al rialzo il giudizio sul merito di credito dell'emittente sovrano Repubblica ellenica, portando il rating a 'CCC' dal precedente 'SD'.
15/5	Le trattative per trovare una coalizione di governo falliscono, portando a nuove elezioni.

17/6	Nea Dimokratia (Nuova Democrazia) di Antonis Samaras, il partito conservatore greco, ottiene la maggioranza relativa
20/6	Il leader del partito conservatore Nea Dimokratia (Nuova Democrazia), Antonis Samaras, giura come nuovo primo ministro del paese davanti al presidente della repubblica. Il nuovo governo può contare sull'appoggio dei socialisti del Pasok e della sinistra moderata di Dimar. In termini numerici, l'esecutivo ha una maggioranza di 179 voti al Parlamento su 300.
Fonti: http://www.reuters.com/article/2012/02/21/us-greece-events-idUSTRE81K0LH20120221; http://www.bloomberg.com/news/2012-09-05/greek-crisis-timeline-from-maastricht-treaty-to-ecb-bond-buying.html	

Fig. 17: Matrici di correlazioni dinamiche DCC – Analisi per macroaree

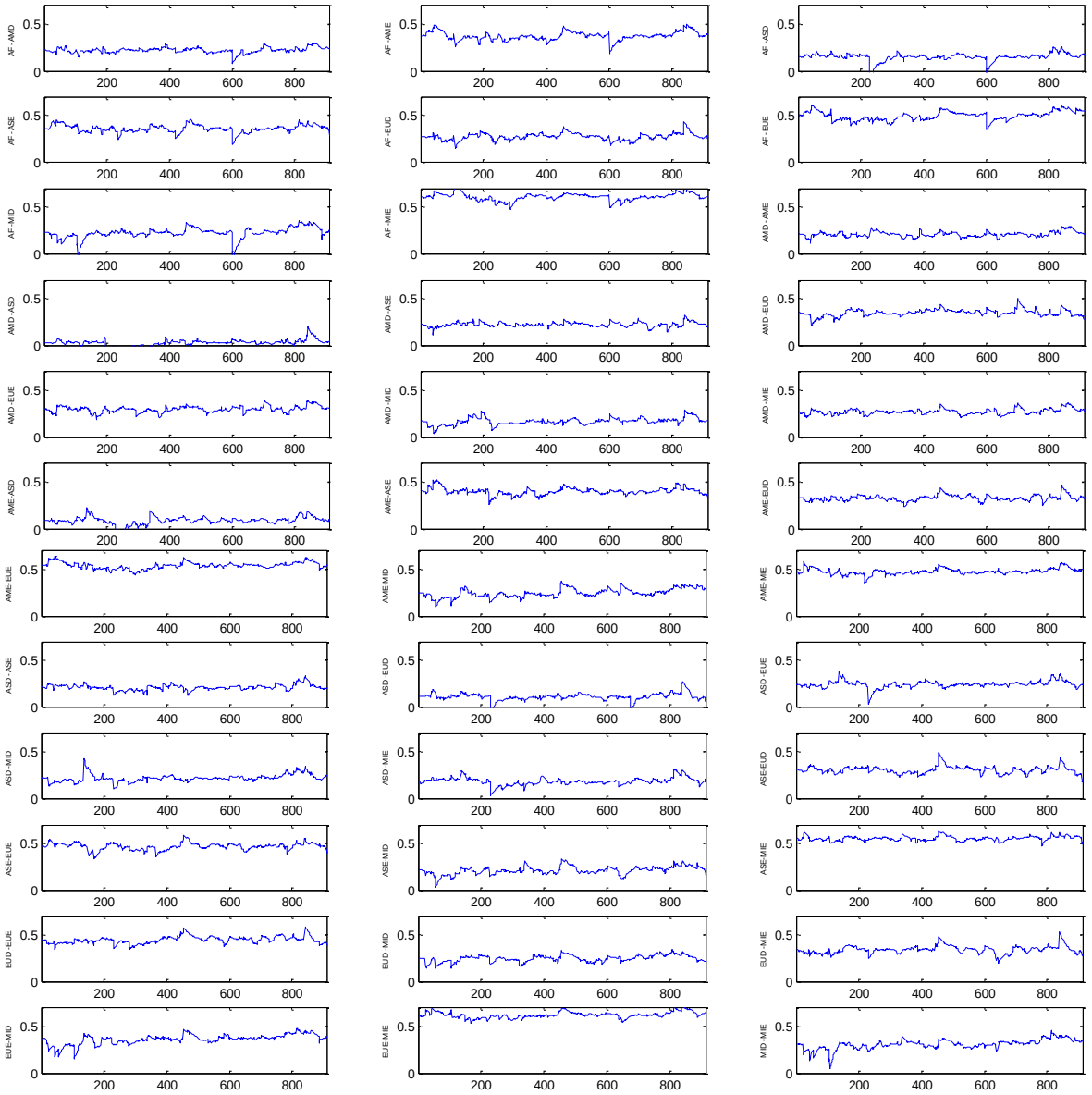
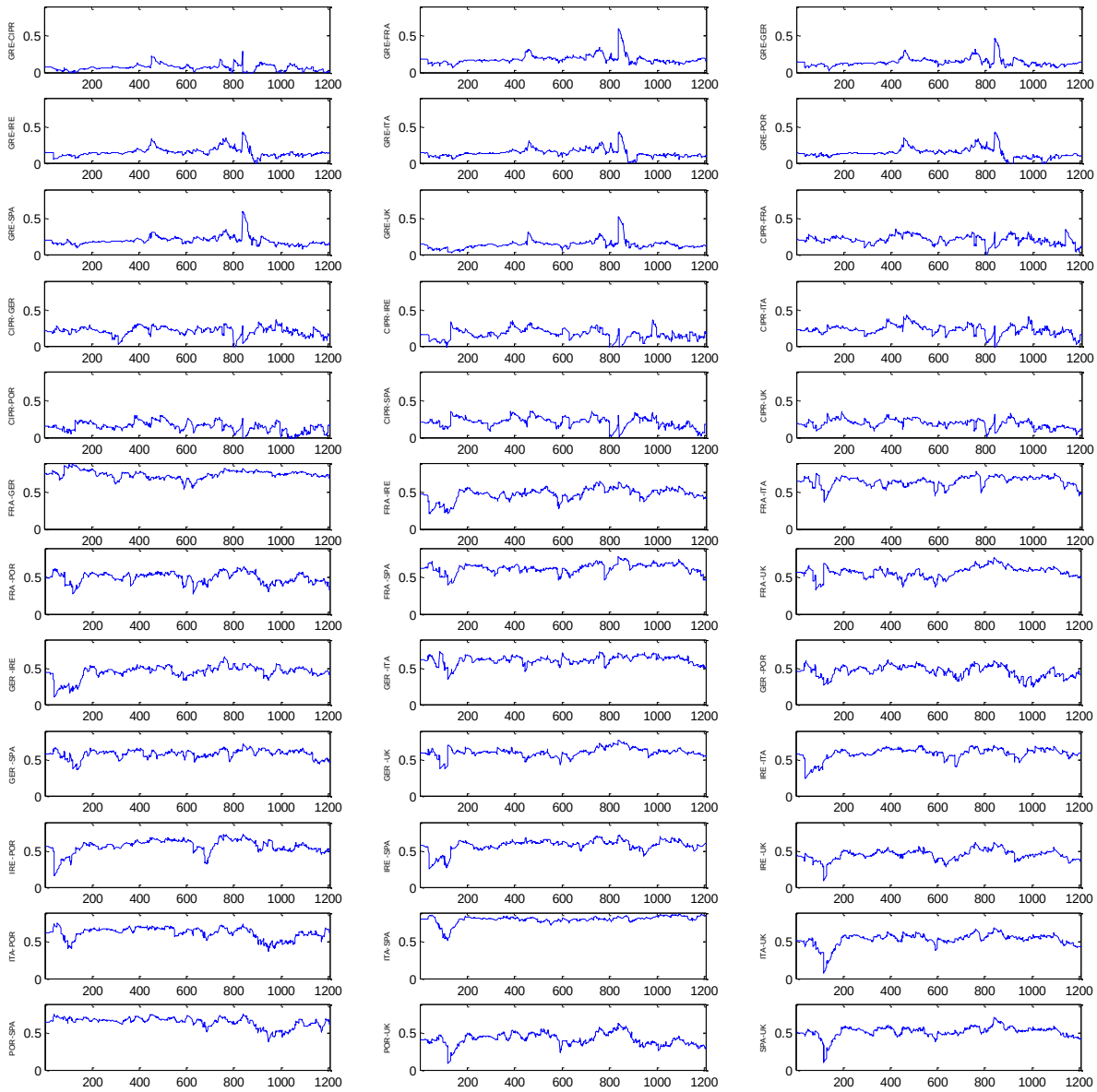


Fig. 18: Matrici di correlazioni dinamiche DCC – Analisi per zona UE



CODICI MATLAB

A titolo d'esempio riportiamo parte dei codici MatLab utilizzati. Per la stima del DCC-GARCH è stato utilizzato il Toolbox di K. Sheppard (http://www.kevinsheppard.com/wiki/UCSD_GARCH).
I seguenti codici sono stati creati personalmente.

ROLLING WINDOW 60 osservazioni

```
clc;
%% Load data
X=xlsread('C:\Users\Desktop\tesi_laurea_magistrale\analisi_per_zona_
UE\resid.xlsx','resid','B2:J1210')

T=size(X,1)
n=size(X,2)
cordyn=zeros(T,n,n);
tau=60;
for t=tau+1:T
    for j=1:n
        for i=1:j
            cordyn(t,i,j)=corr(X(t-tau:t,i),X(t-tau:t,j));
        end
    end
end

%%
plot(squeeze(cordyn(:,1,2)));
hold on;
for i=3:n
    plot(squeeze(cordyn(:,1,i)));
end
for i=2:n
    for j=i+1:n
        plot(squeeze(cordyn(:,i,j)));
    end
end
hold off
```

TEST FORBES RIGOBON + STATISTICA TEST MORRISON SEQUENZIALE

```
clc;
clear all;

%% Load data
X=xlsread(''C:\Users\Desktop\tesi_laurea_magistrale\analisi_per_zona
_UE\resid.xlsx','resid','B2:J1210')
tau=30;
T=size(X,1);
n=size(X,2);
Tst=NaN(n,n,T-2*tau);
```

```
cor_h=NaN(n,n);
cor_l=NaN(n,n);
cor_adj_h=NaN(n,n);
cor_adj_l=NaN(n,n);
Z_l=NaN(n,1);
Z_h=NaN(n,1);
varianza_h=NaN(n,1);
varianza_l=NaN(n,1);
delta=NaN(n,1);
verifica=NaN(n,n,T-2*tau);

for t=(tau+1):(T-tau)

    for i=1:n
        for j=1:(i-1)
            cor_l(i,j)=corr(X(t-tau:t,i),X(t-tau:t,j));
            cor_h(i,j)=corr(X(t:t+tau,i),X(t:t+tau,j));
        end

        for j=(i+1):n
            cor_l(i,j)=corr(X(t-tau:t,i),X(t-tau:t,j));
            cor_h(i,j)=corr(X(t:t+tau,i),X(t:t+tau,j));
        end
        varianza_l(i)=var(X(t-tau:t,i));
        varianza_h(i)=var(X(t:tau+t,i));
        delta(i)=(varianza_h(i)/varianza_l(i))-1;
    end

    for i=1:n
        for j=1:(i-1)
            cor_adj_l(i,j)=cor_l(i,j)/sqrt(1+delta(i)*(1-
(cor_l(i,j))^2));
            cor_adj_h(i,j)=cor_h(i,j)/sqrt(1+delta(i)*(1-
(cor_h(i,j))^2));
        end
        for j=(i+1):n
            cor_adj_l(i,j)=cor_l(i,j)/sqrt(1+delta(i)*(1-
(cor_l(i,j))^2));
            cor_adj_h(i,j)=cor_h(i,j)/sqrt(1+delta(i)*(1-
(cor_h(i,j))^2));
        end
    end

    for i=1:n
        for j=1:(i-1)
            Z_l(i,j)=0.5*log((1+cor_adj_l(i,j))/(1-cor_adj_l(i,j)));
            Z_h(i,j)=0.5*log((1+cor_adj_h(i,j))/(1-cor_adj_h(i,j)));
        end
        for j=(i+1):n
            Z_l(i,j)=0.5*log((1+cor_adj_l(i,j))/(1-cor_adj_l(i,j)));
            Z_h(i,j)=0.5*log((1+cor_adj_h(i,j))/(1-cor_adj_h(i,j)));
        end
    end

    for i=1:n
        for j=1:(i-1)
```

```
            Tst(i,j,t-tau)=(Z_l(i,j)-Z_h(i,j))/sqrt(1/(tau-
3)+1/(tau-3));
            if abs(Tst(i,j,t-tau))>=1.64;
                verifica(i,j,t-tau)=1;
            else
                verifica(i,j,t-tau)=0;
            end
        end
        for j=(i+1):n
            Tst(i,j,t-tau)=(Z_l(i,j)-Z_h(i,j))/sqrt(1/(tau-
3)+1/(tau-3));
            if abs(Tst(i,j,t-tau))>=1.64;
                verifica(i,j,t-tau)=1;
            else
                verifica(i,j,t-tau)=0;
            end
        end
    end

end
%%
% plot
lab={'GRE','CYPR','FRA ','GER ','IRE ','ITA','POR','SPA','UK'};
k=0;
for i=1:n
    for j=1:(i-1)
        k=k+1;
        figure(k)
        plot(squeeze(Tst(i,j,:)));
        hold on;
        stairs(squeeze(verifica(i,j,:)),'-r');
        stairs(2+squeeze(verifica(j,i,:)),'-k');
        hold off;
        xlim([1,T-2*tau]);
        ylabel(strcat(lab(j),'-',lab(i)),'Fontsize',30);
    end
end

%% break nelle serie per ogni tempo
k=k+1;
comn=zeros(T-2*tau,1);
for i=1:n
    for j=1:(i-1)
        comn=comn+(squeeze(verifica(i,j,:)));
    end
    for j=(i+1):n
        comn=comn+(squeeze(verifica(i,j,:)));
    end
end

figure(k)
stairs(comn,'-r');
xlim([1,T-2*tau]);
legend('Numero di relazioni di contagio');

xlswrite ('export.xls', comn)
```

STIMA DCC-GARCH + GRAFICI

```
clc;
clear all;
%% Load data
y=xlsread('C:\Users\Desktop\tesi_laurea_magistrale\analisi_per_zona_
UE\resid.xlsx','resid','B2:J1210')

%% DCC GARCH
dccP=1;
dccQ=1;
archP=1;
garchQ=1;
[parameters, loglikelihood, Ht, Qt,  stdresid, likelihoods,
stderrors, A,B, jointscores]=dcc_mvgarch(y,dccP,dccQ,archP,garchQ)

%%  Compute Volatility & Correlation matrixs
T=size(likelihoods,1);
Crr=zeros(9,9,T);
vrn=zeros(T,9);
for i=1:T

Crr(:,:,i)=inv(diag(sqrt(diag(Qt(:,:,i+1)))))*Qt(:,:,i+1)*inv(diag(s
qrt(diag(Qt(:,:,i+1)))));
vrn(i,:)=diag(Ht(:,:,i))';
end

%% Graphical Correlation Matrix all

lab={'GRE','CYPR','FRA ','GER ','IRE ','ITA','POR','SPA','UK'};
figure(1)
l=0;
for j=1:9;
    for k=1:9;
        if (k>j)
            l=l+1;
            if l<=18
                figure(1)
                subplot(6,3,l);
                plot(squeeze(Crr(j,k,:)));
                xlim([1 T]);
                ylim([0 0.90]);
                ylabel(strcat(lab(j),'-',lab(k)),'Fontsize',6);
            else
                figure(2)
                subplot(6,3,l-18);
                plot(squeeze(Crr(j,k,:)));
                xlim([1 T]);
                ylim([0 0.90]);
                ylabel(strcat(lab(j),'-',lab(k)),'Fontsize',6);
            end
        end
    end
end
xlim([1 T])
```

```
hold off;

%% Volatility Graphs

figure(3)
plot(log(vrn))
xlim([1 T]);
legend(lab);

%% Graphical Correlation Matrix Greece

lab={'GRE','CYPR','FRA ','GER ','IRE ','ITA','POR','SPA','UK'};
k=4;
for i=1:9
    for j=1
        k=k+1;
        figure(k)
        plot(squeeze(Crr(i,j,:)));
        xlim([1 T]);
        ylim([0 0.75]);
        ylabel(strcat(lab(j),'-',lab(i)),'Fontsize',30);
    end
end
xlim([1 T])
hold off;

%% parameters

test_dcc = parameters./diag(stderrors)
verifica_dcc = abs(parameters./diag(stderrors))>1.96
xlswrite ('parameters.xls', parameters)
xlswrite ('test_dcc.xls', test_dcc)
xlswrite ('verifica_dcc.xls', verifica_dcc)
xlswrite ('loglikelihood.xls', loglikelihood)
```

COMPARAZIONE DI MODELLI

```
clc;
clear all;
%% Load data
Yt=xlsread('C:\Users\Desktop\tesi\comparazione_di_modelli\residui_va
r.xlsx','residui_var','B2:J917')

t=197
k=9
Ht1=zeros(k,k,t)
pred_var=zeros(t,1)

clc;
for t=1:197
    y=Yt(1:716+t,:);

    %% DCC GARCH
    dccP=1;
    dccQ=1;
```

```
    archP=1;
    garchQ=1;
    [parameters, loglikelihood, Ht, Qt,  stdresid, likelihoods,
stderrors, A,B, jointscores]=dcc_mvgarch(y,dccP,dccQ,archP,garchQ);

   %%  Compute Volatility & Correlation matrixs
  T=size(likelihoods,1);

  vrn=zeros(T,9);

  vrn=diag(Ht(:,:,T))';

    omega= parameters(1:3:27,:)
    alfa= parameters(2:3:27,:)
    beta= parameters(3:3:27,:)
    qa=parameters([28],:)
    qb=parameters([29],:)

    Qbar=cov(stdresid)

    % calcolo Dt
    Dt=zeros(k,k)
    Dt(:,:)=diag(sqrt(vrn))

    %stima Dt1

Dt1(:,:)=diag(omega)+diag(alfa)*diag(diag((stdresid.^2)))+diag(beta)
*Dt(:,:)

Qt1(:,:)=Qbar*(1-qa-
qb)+qa*(stdresid(end,:)'*stdresid(end,:))+qb*Qt(:,:,T);

Qt1_star(:,:)= chol(diag(diag(Qt1(:,:))))

Rt1(:,:)=inv(Qt1_star(:,:))*Qt1(:,:)*inv(Qt1_star(:,:))

Rt2(:,:)=(chol(diag(diag(Qt1(:,:)))))^(0.5)*Qt1(:,:)*(chol(diag(diag
(Qt1(:,:))))^(-0.5))

Ht1(:,:,t)=Dt1(:,:)*Rt1(:,:)*Dt1(:,:)

% pred

    pred_var(t,1)= mvnpdf(y(t,:),zeros(1,9),Ht1(:,:,t));
end

xlswrite ('pred_var.xls', pred_var)

%%
K=3;
%pred=load.... vettore 197 (da tau1 a tau2) per 3 (modelli, VAR, AR,
WN)
pred=xlsread('C:\Users\Desktop\tesi_sample_10_febbraio\forecast\pred
.xlsx','pred','A2:C198')

%%%%%%%%%%%
```

```
x0=random('normal',0,10,K); % inizializzazione algoritmo ricerca min
optimset('MaxIter',5000);
[x,fval,exitflag,output]=fminsearch(@(x) mar(x,pred),x0);
w=(exp(x)/sum(exp(x)))'
logscore=-fval

%% mar
function logpool=mar(x,pred)
w=exp(x)/sum(exp(x));
logpool=-sum(log(pred*w));
```

TEST MORRISON SU RISULTATI DCC

```
clc;

clear all;
%% Load data
y=xlsread('C:\Users\Desktop\tesi_laurea_magistrale\test_morrison_su_d
cc\resid.xlsx','resid','B2:J1210')

 %% DCC GARCH
dccP=1;
dccQ=1;
archP=1;
garchQ=1;
[parameters, loglikelihood, Ht, Qt,  stdresid, likelihoods, stderrors, A,B,
jointscores]=dcc_mvgarch(y,dccP,dccQ,archP,garchQ)

%%  Compute Correlation matrixs
T=size(likelihoods,1);
Crr=zeros(9,9,T);
vrn=zeros(T,9);
for i=1:T

Crr(:,:,i)=inv(diag(sqrt(diag(Qt(:,:,i+1)))))*Qt(:,:,i+1)*inv(diag(sqrt(dia
g(Qt(:,:,i+1)))));
end


n=9;
Tst=NaN(n,n,T);
cor_din_h=NaN(n,n,T);
cor_din_l=NaN(n,n,T);
Z_l=NaN(n,1,T);
Z_h=NaN(n,1,T);
verifica=NaN(n,n,T);

  for i=1:T-1
            cor_din_l(:,:,i+1)=Crr(:,:,i)
  end

  for i=1:T-1
            cor_din_h(:,:,i+1)=Crr(:,:,i+1)
  end

Tst_2=NaN(n,n,T);
cor_din_h_2=NaN(n,n,T);
```

```
cor_din_l_2=NaN(n,n,T);
Z_l_2=NaN(n,1,T);
Z_h_2=NaN(n,1,T);
verifica_2=NaN(n,n,T);

  for i=1:T-5
            cor_din_l_2(:,:,i+5)=Crr(:,:,i)
  end

  for i=1:T-5
            cor_din_h_2(:,:,i+5)=Crr(:,:,i+5)
  end


%%
for t=1:T

    for i=1:n
        for j=1:(i-1)
            Z_l(i,j,t)=0.5*log((1+cor_din_l(i,j,t))/(1-cor_din_l(i,j,t)));
            Z_h(i,j,t)=0.5*log((1+cor_din_h(i,j,t))/(1-cor_din_h(i,j,t)));
        end
        for j=(i+1):n
            Z_l(i,j,t)=0.5*log((1+cor_din_l(i,j,t))/(1-cor_din_l(i,j,t)));
            Z_h(i,j,t)=0.5*log((1+cor_din_h(i,j,t))/(1-cor_din_h(i,j,t)));
        end
    end

    for i=1:n
        for j=1:(i-1)
            Tst(i,j,t)=(Z_l(i,j,t)-Z_h(i,j,t))/sqrt(1/(T-3)+1/(T-3));
            if abs(Tst(i,j,t))>=1.64;
                verifica(i,j,t)=1;
            else
                verifica(i,j,t)=0;
            end
        end
        for j=(i+1):n
            Tst(i,j,t)=(Z_l(i,j,t)-Z_h(i,j,t))/sqrt(1/(T-3)+1/(T-3));
            if abs(Tst(i,j,t))>=1.64;
               verifica(i,j,t)=1;
            else
                verifica(i,j,t)=0;
            end
        end
    end

end
%%

for t=1:T

    for i=1:n
        for j=1:(i-1)
            Z_l_2(i,j,t)=0.5*log((1+cor_din_l_2(i,j,t))/(1-
cor_din_l_2(i,j,t)));
            Z_h_2(i,j,t)=0.5*log((1+cor_din_h_2(i,j,t))/(1-
cor_din_h_2(i,j,t)));
        end
        for j=(i+1):n
```

```
            Z_l_2(i,j,t)=0.5*log((1+cor_din_l_2(i,j,t))/(1-
cor_din_l_2(i,j,t)));
            Z_h_2(i,j,t)=0.5*log((1+cor_din_h_2(i,j,t))/(1-
cor_din_h_2(i,j,t)));
        end
    end

    for i=1:n
        for j=1:(i-1)
            Tst_2(i,j,t)=(Z_l_2(i,j,t)-Z_h_2(i,j,t))/sqrt(1/(T-3)+1/(T-3));
            if abs(Tst_2(i,j,t))>=1.64;
                verifica_2(i,j,t)=1;
            else
                verifica_2(i,j,t)=0;
            end
        end
        for j=(i+1):n
            Tst_2(i,j,t)=(Z_l_2(i,j,t)-Z_h_2(i,j,t))/sqrt(1/(T-3)+1/(T-3));
            if abs(Tst_2(i,j,t))>=1.64;
                verifica_2(i,j,t)=1;
            else
                verifica_2(i,j,t)=0;
            end
        end
    end

end
%%
% Plot
lab={'GRE','CYPR','FRA ','GER ','IRE ','ITA','POR','SPA','UK'};
k=0;
for i=1:n
    for j=1:(i-1)
        k=k+1;
        figure(k)
        plot(squeeze(Tst(i,j,:)));
        hold on;
        stairs(2+squeeze(verifica(i,j,:)),'-r');
        hold off;
        hold on;
        stairs(4.5+squeeze(verifica_2(i,j,:)),'-k');
        hold off;
        xlim([1,T]);
        ylim([-4,7]);
        ylabel(strcat(lab(j),'-',lab(i)),'Fontsize',30);

    end
end
```

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

1. Alexander C. (2000): "*A Primer on the Orthogonal GARCH Model*", Working Paper, University of Reading.

2. Basu R. (2002): "*Financial contagion and investor 'learning': an empirical investigation*", IMF Working Paper No. 02/218.

3. Billio M., Pelizzon L. (2003): *"Contagion and interdependence in stock markets: have they been misdiagnosed?",* Journal of Economics and Business, 55, pp. 405-426.

4. Bollerslev T. (1990): "*Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model"*, Review of Economics and Statistics, 72, pp. 498-505.

5. Bollerslev T., J. M. Wooldridge J.M. (1992): "*Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances"*, Econometric Reviews, 11, pp. 143–172.

6. Caporale G.M., Cipollini A., Spagnolo N. (2005): "*Testing for Contagion: A Conditional Correlation Analysis"*, Journal of Empirical Finance, 12, pp. 476-489.

7. Casu B., Clare A., Saleh N. (2011): "*Towards a New Model for Early Warning Signals for Systemic Financial Fragility and Near Crises: An Application to OECD Countries*", MPRA Paper No. 37043.

8. Chiang T.C., Jeon B.N., Li H. (2010): "*Dynamic Correlation Analysis of Financial Contagion: Evidence from Asian Markets",* Journal of International Money and Finance, 26, pp.1206-1228.

9. Consigli G., Pianeti R., Urga G. (2012): "*A systemic risk indicator and monetary policy*", Working Paper, University of Bergamo, Italy; Cass Business School, London, UK.

10. Corsetti G., Pericoli M., Sbracia M. (2005): "*Some Contagion, Some Interdependence: More Pitfalls in Test of Financial Contagion*", Journal of International Money and Finance, 24, pp. 1177-1199.

11. Corsetti G., Pericoli M., Sbracia M. (2010): "*Correlation Analysis of Financial Contagion*", Kolb, R.W. (ed), "Financial Contagion: The Viral Threat to the Wealth of Nations", Wiley, New Jersey.

12. Dickey D.A., Fuller W.A. (1979): "*Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root*", Journal of the American Statistical Association, pp. 427-431.

13. Dungey M., Zhumabekova D. (2001): "*Testing for Contagion Using Correlations: Some Words of Caution*", Pacific Basin Working Paper PB01-09, Federal Reserve Bank of San Francisco.

14. Engle R.F. (2002): "*Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models*", Journal of Business and Economic Statistics, 20, pp. 339-350.

15. Engle R.F., Kroner K.F. (1995): "*Multivariate Simultaneous Generalized ARCH*", Econometric Theory, 11, pp. 122-150.

16. Engle R.F., Ng V.K., Rothschild M. (1990): "*Asset Pricing with a Factor ARCH Covariance Structure: Empirical Estimates for Treasury Bills*", Journal of Econometrics, 45, pp. 213–238.

17. Engle R.F., Sheppard K. (2001): "*Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH*", NBER Working Paper No. w8554.

18. Forbes K., Rigobon R. (2002): "*No Contagion, only Interdependence: Measuring Stock Market Co-movements*", Journal of Finance, 57, pp. 2223-2261.

19. Foutz R.V., Srivastava R.C. (1977): "*The Performance of the Likelihood Ratio Test When the Model is Incorrect*", The Annals of Statistics, 5, pp. 1183–1194.

20. Franq C., Zakoian J.M. (2010): "*GARCH Models: Structure, Statistical Inference and Financial Applications",* Wiley, United Kingdom.

21. Geweke J., Amisano G. (2008): "*Comparing and evaluating Bayesian predictive distributions of asset returns*", European Central Bank Working Paper No. 969.

22. Heij C., De Boer P., Franses P.H., Kloek T., Van Dijk H.K. (2004): "*Econometric Methods With Applications in Business and Economics*", Oxford University Press, New York.

23. Hong Y. (2001): "*A Test for Volatility Spillover with Application to Exchange Rates"*, Journal of Econometrics, 103, pp. 183-224.

24. Jensen M.J., Maheu J.M. (2010): "*Bayesian semiparametric stochastic volatility modeling*", Journal of Econometrics, 157, pp. 306-316.

25. King M.A., Wadhwani S. (1990): *"Transmission of Volatility between Stock Markets",* Review of Financial Studies, 3, pp. 5-33.

26. Kwiatkowski D., Philips P., Schmidt P., Shin Y. (1992): "*Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root : How sure are we that economic time series have a unit root?*", Journal of Econometrics, 54, pp. 159-178.

27. Liang K.Y., Self S.G. (1996) : "*On the Asymptotic Behavior of the Pseudolikelihood Ratio Test Statistic*", Journal of the Royal Statistical Society B, 58, pp. 785–796.

28. Longstaff F.A., Pan J., Pedersen L.H., Singleton K.J. (2007): *"How sovereign is sovereign credit risk?",* NBER Working Paper No. 13658.

29. Missio S., Watzka S. (2011): *"Financial Contagion and the European Debt Crisis",* CESifo Working Paper No. 3554.

30. Morrison D. (1983): *"Applied Linear Statistical Methods",* Prentice-Hall, New Jersey.

31. Naoui K., Liouane N., Brahim S. (2010): *"A Dynamic Conditional Correlation Analysis of Financial Contagion: The Case of the Subprime Credit Crisis",* International Journal of Economics and Finance, 2.

32. Nelson C.R., Plosser C.R. (1982): "*Trends and random walks in macroeconomic time series: Some evidence and implications*", Journal of Monetary Economics, 10, pp. 139-162.

33. Nelson D., Cao C. (1992): "*Inequality Constraints in the Univariate GARCH Model*", Journal of Business and Economic Statistics, 10, pp. 229–235.

34. Pagan A. (1986): "*Two stage and related estimators and their applications",* Review of Economic Studies, 53, pp. 517–538.

35. Pan J., Singleton K.J. (2008): *"Default and Recovery Implicit in the Term Structure of Sovereign CDS Spreads"* Journal of Finance, 63, pp. 2345-2384.

36. Pericoli M., Sbracia M. (2003): *"A Primer on Financial Contagion",* Journal of Economic Surveys, 17, pp. 571-608.

37. Phillips P.C.B., Perron P. (1988): "*Testing for a unit root in time series regression*", Biometrika, 75, pp. 335-346.

38. Salloy S. (2012): "*Contagion during the subprime crisis: Evidence from bank credit default swap spreads and abnormal returns*", Wor*k*ing Paper, University Paris East Créteil.

39. Silvennoinen A., Teräsvirta T. (2008): "*Multivariate GARCH Models*", Andersen T.G., Davis R.A., Kreiss J.P., Mikosch T. (eds), "Handbook of Financial Time Series", Springer, New York.

40. Tse Y.K., Tsui A.K. (1998): "*A Multivariate GARCH Model with Time-Varying Correlations*", Working Paper, National University of Singapore.

41. Wang P., Moore T. (2012): *"The integration of the credit default swap markets during the US subprime crisis: Dynamic correlation analysis",* Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 22, pp. 1-15.

42. White H. (1994): "*Estimation, Inference, and Specification Analysis*", Cambridge University Press, Cambridge. Econometric Society Monographs.

SITOGRAFIA

1. http://www.bloomberg.com/news/2012-09-05/greek-crisis-timeline-from-maastricht-treaty-to-ecb-bond-buying.html

2. http://www.bloomberg.com

3. http://www.mapreport.com/subtopics/b/f.html

4. http://www.reuters.com

5. http://www.reuters.com/article/2012/02/21/us-greece-events-idUSTRE81K0LH20120221