



Università
Ca' Foscari
Venezia



Corso di Laurea Magistrale in Economia e Finanza

Joint Degree in Financial Analytics con Stevens
Institute of Technology

Tesi di Laurea

Modellazione del Rischio Sistemico e della Volatilità

Una Analisi Empirica del US
Stock Market con ETFs
Settoriali

Relatrice

Ch.ma Prof.ssa Monica Billio

Supervisore Tesi

Ch.mo Prof Zhenyu Cui

Supervisore dell'attività svolta all'estero

Ch.mo Prof. Ionut Florescu

Laureando

Valeriano Palmieri
Matricola 898960

Anno Accademico

2023 / 2024

Modellazione del Rischio Sistemico e della Volatilità: Una Analisi Empirica del US Stock Market con ETFs Settoriali

Contents

Capitolo 1: Introduzione	2
Capitolo 2: Exploratory Data Analysis	4
Rendimenti storici 2018-2023	4
Rendimenti storici 2006-2011	4
Visualizzazione Rendimenti Cumulati	5
Density Plots	7
Statistiche Descrittive	9
Matrici di correlazione	10
Ulteriore Exploratory Data Analysis	12
Volatility Rolling Window	12
Distribuzione dei rendimenti	14
Autocorrelazione dei Rendimenti	16
Capitolo 3: VaR	22
Capitolo 4: VaR Rolling Window	25
Capitolo 5: CoVaR	28
Capitolo 6: Delta CoVaR	30
Capitolo 7: Analisi Comparata	32
Capitolo 8: CoVaR Rolling Window	36
Capitolo 9: Costruzione del Portafoglio ETF	39
Diversificazione e Sharpe Ratio	39
VaR Rolling Window	41
VaR vs CoVaR	43
CoVaR Rolling Window	43
Capitolo 10: Copula	45
Conclusioni	
Bibliografia	

Capitolo 1: Introduzione

Nel contesto dell'analisi finanziaria e della gestione del rischio, la comprensione delle dinamiche dei vari settori di mercato e delle loro interazioni è cruciale per assumere decisioni informate. Il presente lavoro esamina i settori dello Standard & Poor 500, come definiti dal Global Industry Classification Standard (GICS), attraverso la lente degli Exchange-Traded Funds (ETF). In particolare, l'analisi si focalizza sugli SPDR ETF che rappresentano 11 settori distinti, ciascuno dei quali fornisce una panoramica dettagliata ed esaustiva delle dinamiche e delle performance relative al mercato di riferimento. Coprendo il periodo dal 2018 al 2023 con frequenza giornaliera, ho analizzato questi anni recenti caratterizzati da volatilità e incertezza economica dovute alla pandemia globale e alle conseguenze del conflitto ucraino. Inoltre, ho considerato il periodo 2006-2011 corrispondente alla Grande Recessione, una fase di significativa instabilità finanziaria causata dalla crisi dei mutui subprime. Questi due intervalli di tempo sono stati scelti per comprendere meglio come i settori del mercato reagiscono e si comportano in condizioni di elevato stress economico e per confrontare le dinamiche del rischio e del rendimento in due contesti di crisi economiche differenti.

Il presente elaborato si articola in diverse fasi: inizialmente i dati storici degli ETF e dello SPY (un fondo Exchange Traded Fund che replica le performance dell'indice di riferimento S&P 500) relativi ai nostri due periodi di riferimento vengono aggregati e analizzati. Gli ETF presi in esame sono i seguenti:

- XLC (Communication Services Select Sector SPDR Fund): Rappresenta il settore dei servizi di comunicazione, che include aziende di media, intrattenimento e telecomunicazioni.
- XLY (Consumer Discretionary Select Sector SPDR Fund): Si concentra sul settore dei beni di consumo discrezionali, includendo aziende che producono beni e servizi considerati non essenziali, come automobili, beni di lusso e intrattenimento.
- XLP (Consumer Staples Select Sector SPDR Fund): Rappresenta il settore dei beni di consumo di prima necessità, includendo aziende che producono e distribuiscono alimenti, bevande e altri beni di consumo quotidiano.
- XLE (Energy Select Sector SPDR Fund): Rappresenta il settore energetico, includendo aziende che operano nell'esplorazione, produzione e distribuzione di energia, come petrolio, gas e combustibili rinnovabili.
- XLF (Financial Select Sector SPDR Fund): Si focalizza sul settore finanziario, includendo banche, compagnie assicurative, società di servizi finanziari e immobiliari.
- XLV (Health Care Select Sector SPDR Fund): Rappresenta il settore sanitario, includendo aziende farmaceutiche, biotecnologiche, fornitori di servizi sanitari e produttori di dispositivi medici.
- XLI (Industrial Select Sector SPDR Fund): Si concentra sul settore industriale, includendo aziende che producono beni capitali, macchinari, apparecchiature elettriche, e forniscono servizi di trasporto e logistica.
- XLB (Materials Select Sector SPDR Fund): Rappresenta il settore dei materiali, includendo aziende che producono prodotti chimici, materiali da costruzione, metalli e minerali.
- XLRE (Real Estate Select Sector SPDR Fund): Si focalizza sul settore immobiliare, includendo società di investimento immobiliare (REIT) e altre aziende coinvolte nella gestione e sviluppo di proprietà immobiliari.
- XLK (Technology Select Sector SPDR Fund): Rappresenta il settore tecnologico, includendo aziende che operano nei settori del software, hardware, semiconduttori e servizi informatici.
- XLU (Utilities Select Sector SPDR Fund): Si concentra sul settore dei servizi pubblici, includendo aziende che forniscono servizi essenziali come elettricità, gas e acqua.
- SPY (SPDR S&P 500 ETF Trust): Rappresenta l'intero indice S&P 500, fornendo esposizione a 500 delle maggiori società quotate negli Stati Uniti.

Successivamente, l'analisi si avventura nel campo della valutazione del rischio, utilizzando la metrica del Value at Risk (VaR) per stimare le perdite potenziali su un orizzonte di dieci giorni. Il Value at Risk (VaR) è stato calcolato per ciascun ETF settoriale e per l'ETF SPY, fornendo una misura del rischio potenziale di perdita per ciascun settore e per il mercato complessivo. Successivamente, a partire dalla base dei dati sui rendimenti degli SPDR ETF, è stata sviluppata una rolling window con finestra mobile di 100 giorni per analizzare in dettaglio le dinamiche del rischio. La rolling window VaR consente di osservare come il rischio si evolve nel tempo, evidenziando le variazioni nel rischio associato a ciascun settore durante i periodi di analisi

(2018-2023 e 2006-2011).

Successivamente, ho esplorato il concetto di CoVaR (Conditional Value at Risk), che misura il rischio sistemico e l'interdipendenza tra l'ETF SPY e gli ETF settoriali. Il CoVaR quantifica il valore a rischio dell'ETF SPY condizionato al fatto che un determinato ETF settoriale sia in condizioni di stress. Questo fornisce una prospettiva sulle interdipendenze e sugli effetti di contagio all'interno dell'ecosistema di mercato. Il Delta CoVaR è stato calcolato per quantificare l'incremento del rischio sistemico dovuto a un cambiamento nelle condizioni di un ETF settoriale specifico.

Per una visione più completa, è stata implementata una rolling window CoVaR, che consente di osservare l'evoluzione del rischio sistemico nel tempo. Questo approccio aiuta a identificare periodi di maggiore vulnerabilità e a comprendere meglio come le condizioni di mercato variabili influenzino le interdipendenze tra l'ETF SPY e gli ETF settoriali. I risultati ottenuti evidenziano come i settori influenzino il rischio complessivo del mercato e forniscono indicazioni utili per la gestione del portafoglio e la mitigazione del rischio.

In sintesi, reputo che l'analisi congiunta di VaR, CoVaR e Delta CoVaR e il contestuale utilizzo di finestre mobili possa offrire una comprensione dettagliata e dinamica del rischio e delle interdipendenze tra i vari settori del mercato, sia in condizioni di mercato normali che durante periodi di crisi economica.

Le misure tradizionali di rischio, come il Value at Risk (VaR) e il Conditional Value at Risk (CoVaR), forniscono informazioni preziose sulle potenziali perdite e sulle interdipendenze sistemiche. Tuttavia, tali misure spesso si basano su assunzioni di normalità e linearità che potrebbero non catturare adeguatamente le dipendenze non lineari e le code di distribuzione osservate nei mercati finanziari.

Per superare queste limitazioni, si è scelto di implementare una copula analysis, un potente strumento statistico che permette di modellare e analizzare le dipendenze tra variabili randomiche senza fare assunzioni restrittive sulle loro distribuzioni marginali. Le copule consentono di separare la struttura di dipendenza tra le variabili dalle loro distribuzioni marginali, offrendo una maggiore flessibilità nel modellare le interrelazioni complesse presenti nei dati finanziari.

Per ciò che strettamente concerne la struttura del presente lavoro, ho ritenuto opportuno conservare la scrittura di codice sviluppata attraverso il linguaggio di programmazione R così da consentire al lettore interessato di conoscere la metodologia computazionale sottostante ed eventualmente replicare le analisi effettuate su ulteriori periodi temporali di interesse.

Come da consuetudine, ho iniziato caricando le librerie di R comunemente utilizzate nell'analisi finanziaria e nella modellazione statistica. Queste librerie saranno impiegate nelle successive fasi dell'elaborato per supportare le analisi e le modellazioni presentate.

```
library(quantmod)
library(ggplot2)
library(PerformanceAnalytics)
library(MASS)
library(quantreg)
library(RColorBrewer)
library(corrplot)
library(reshape2)
library(zoo)
library(moments)
library(FinTS)
library(rugarch)
library(RColorBrewer)
library(PortfolioAnalytics)
library(ROI.plugin.glpk)
library(ROI.plugin.quadprog)
library(purrr)
library(copula)
```

Capitolo 2: Exploratory Data Analysis

Rendimenti storici 2018-2023

Il seguente codice recupera i dati storici dei prezzi delle azioni dei nostri ETF e dello SPY dal 1° gennaio 2018 al 31 dicembre 2023. È importante notare che il periodo selezionato include la pandemia e la crisi dell'approvvigionamento energetico. I prezzi di chiusura corretti vengono estratti da ogni serie temporale e uniti in un unico dataframe di dati. I valori mancanti vengono rimossi e vengono calcolati i rendimenti logaritmici e cumulativi. Particolare enfasi va data alla rimozione dei valori nulli poichè il nostro database iniziale è caratterizzato dalla mancanza di dati relativa al ETF XLC (Communication Services Select Sector SPDR Fund) antecedenti il 19 giugno 2018 poichè quotato proprio in quella data. Infatti prima del 2018, il settore delle comunicazioni non era rappresentato come un settore separato nel Global Industry Classification Standard (GICS) ma in seguito l'organismo competente ha effettuato una significativa revisione che ha portato alla creazione del settore dei servizi di comunicazione, separandolo dai settori dei beni voluttuari (consumer discretionary) e della tecnologia dell'informazione (information technology).

Pertanto, qualsiasi analisi che richieda dati relativi all'ETF XLC dovrà necessariamente iniziare dal 19 giugno 2018, data del suo lancio.

```
tics <- c("XLC", "XLY", "XLP", "XLE", "XLF", "XLV", "XLI", "XLB", "XLRE",
         "XLK", "XLU", 'SPY')
P.list <- lapply(tics, function(v) try(get(getSymbols(v,
                                               from = "2018-01-01",
                                               to = "2023-12-31")),
                                     silent = T))

sectors <- c("Communication Services", "Consumer Discretionary", "Consumer Staples",
            "Energy", "Financials", "Health Care", "Industrials", "Materials",
            "Real Estate", "Technology", "Utilities", 'SPY')

P.adj <- lapply(P.list, function(x) x[,6])
prices <- Reduce(merge, P.adj)
prices <- na.omit(prices)

returns <- log(prices/lag(prices))
returns <- na.omit(returns)
colnames(returns) <- tics

cum_returns <- cumsum(returns)
colnames(cum_returns) <- tics
cum_returns$date <- c(1:1392)
```

Rendimenti storici 2006-2011

Successivamente ho recuperato anche i dati storici dei prezzi degli Exchange Traded Funds dal 1° gennaio 2006 al 31 dicembre 2011. Come già sottolineato in precedenza, il periodo in esame comprende la crisi finanziaria globale del 2008 e non considera gli strumenti di investimento passivo XLC e XLRE poichè costituiti successivamente a tale periodo.

```
old_tics <- c("XLY", "XLP", "XLE", "XLF", "XLV", "XLI", "XLB", "XLK", "XLU", 'SPY')
O.list <- lapply(old_tics, function(v) try(get(getSymbols(v,
                                                         from = "2006-01-01",
                                                         to = "2011-12-31")),
                                             silent = T))

O.adj <- lapply(O.list, function(x) x[,6])
```

```

old_prices <- Reduce(merge, 0.adj)
old_prices <- na.omit(old_prices)

old_returns <- na.omit(log(old_prices/lag(old_prices)))
colnames(old_returns) <- old_tics

old_cum <- cumsum(old_returns)
colnames(old_cum) <- old_tics
old_cum$date <- c(1:1510)

```

Visualizzazione Rendimenti Cumulati

```

ggplot(cum_returns, aes(x = index(cum_returns))) +
  geom_line(aes(y = XLC, color = "Communication Services")) +
  geom_line(aes(y = XLY, color = "Consumer Discretionary")) +
  geom_line(aes(y = XLP, color = "Consumer Staples")) +
  geom_line(aes(y = XLE, color = "Energy")) +
  geom_line(aes(y = XLF, color = "Financials")) +
  geom_line(aes(y = XLV, color = "Health Care")) +
  geom_line(aes(y = XLI, color = "Industrials")) +
  geom_line(aes(y = XLB, color = "Materials")) +
  geom_line(aes(y = XLRE, color = "Real Estate")) +
  geom_line(aes(y = XLK, color = "Technology")) +
  geom_line(aes(y = XLU, color = "Utilities")) +
  geom_line(aes(y = SPY, color = "SPY")) +
  labs(x = "Tempo",
       y = "Rendimenti Cumulati",
       color = "Sectors") +
  scale_x_date(date_labels = "%Y", date_breaks = "1 year") +
  theme(legend.position = 'bottom')

```

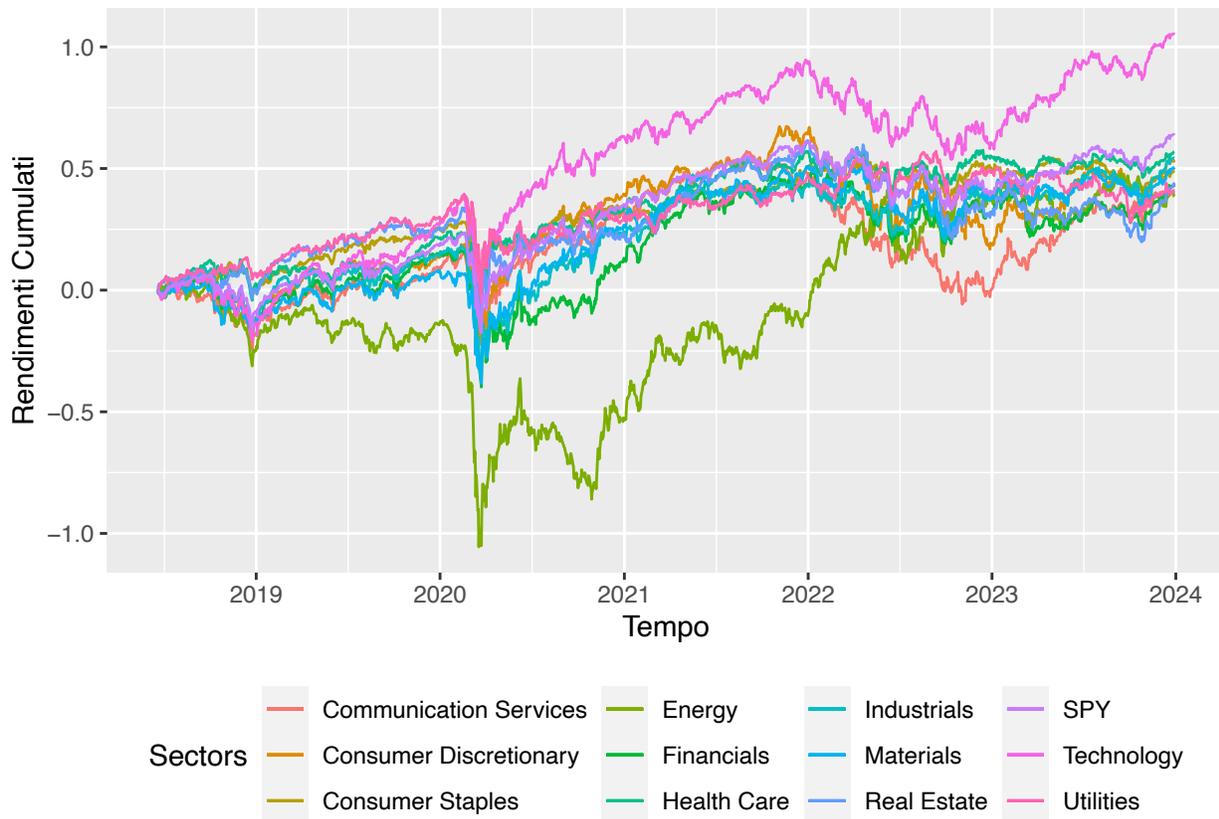


Grafico 1. Rendimenti cumulati ETFs e SPY (2018-2023).

Il Grafico 1 riguarda l'andamento dei rendimenti cumulati degli ETF SPDR dal 2018 al 2023 e mostra come tutti gli ETF hanno subito un calo significativo all'inizio del periodo esaminato, indicativo di una fase di instabilità finanziaria. Successivamente, si nota una ripresa nei rendimenti, con alcuni settori come Technology e Communication Services che mostrano una crescita più consistente rispetto ad altri. Altri settori come Energy e Financials mostrano una performance più volatile e meno stabile nel tempo. Nello specifico, la maggiore volatilità dell'ETF del settore energetico (XLE) era prevedibile in sede di ipotesi di ricerca, poiché il periodo in esame è caratterizzato dalla crisi energetica causata dal conflitto ucraino.

```
ggplot(old_cum, aes(x = index(old_cum))) +
  geom_line(aes(y = XLY, color = "Consumer Discretionary")) +
  geom_line(aes(y = XLP, color = "Consumer Staples")) +
  geom_line(aes(y = XLE, color = "Energy")) +
  geom_line(aes(y = XLF, color = "Financials")) +
  geom_line(aes(y = XLV, color = "Health Care")) +
  geom_line(aes(y = XLI, color = "Industrials")) +
  geom_line(aes(y = XLB, color = "Materials")) +
  geom_line(aes(y = XLK, color = "Technology")) +
  geom_line(aes(y = XLU, color = "Utilities")) +
  geom_line(aes(y = SPY, color = "SPY")) +
  labs(x = "Tempo",
       y = "Rendimenti Cumulati",
       color = "Sectors") +
  scale_x_date(date_labels = "%Y", date_breaks = "1 year") +
  theme(legend.position = 'bottom')
```

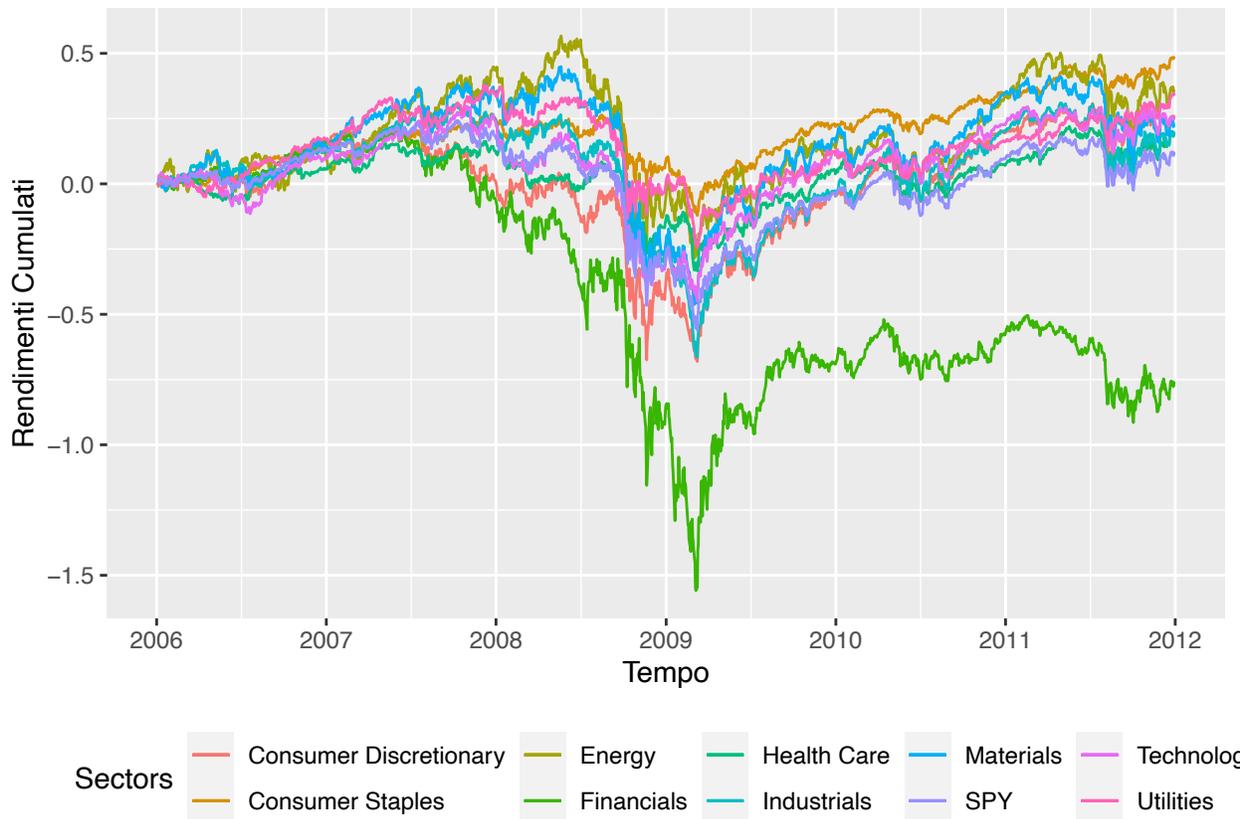


Grafico 2. Rendimenti cumulati ETFs e SPY (2006-2011).

Nel Grafico 2 relativo al periodo 2006-2011, possiamo osservare la performance degli stessi ETF durante la crisi finanziaria globale e visualizzare come gli stessi hanno reagito durante una delle più gravi recessioni economiche recenti. La crisi finanziaria ha avuto un impatto significativo su tutti i settori, con il settore finanziario (XLF) che ha subito le perdite più marcate, evidenziando la vulnerabilità del settore bancario e finanziario durante la crisi.

Density Plots

```
plot(density(returns$XLP), col = 'red', lwd = 2, xlab = 'Rendimenti')
lines(density(returns$XLY))
lines(density(returns$XLC))
lines(density(returns$XLE), col = 'green', lwd = 2)
lines(density(returns$XLF))
lines(density(returns$XLV))
lines(density(returns$XLI))
lines(density(returns$XLB))
lines(density(returns$XLRE))
lines(density(returns$XLK))
lines(density(returns$XLU))
legend('topright', c('Consumer Staples', 'Energy'), col = c('red', 'green'), pch = 20)
```

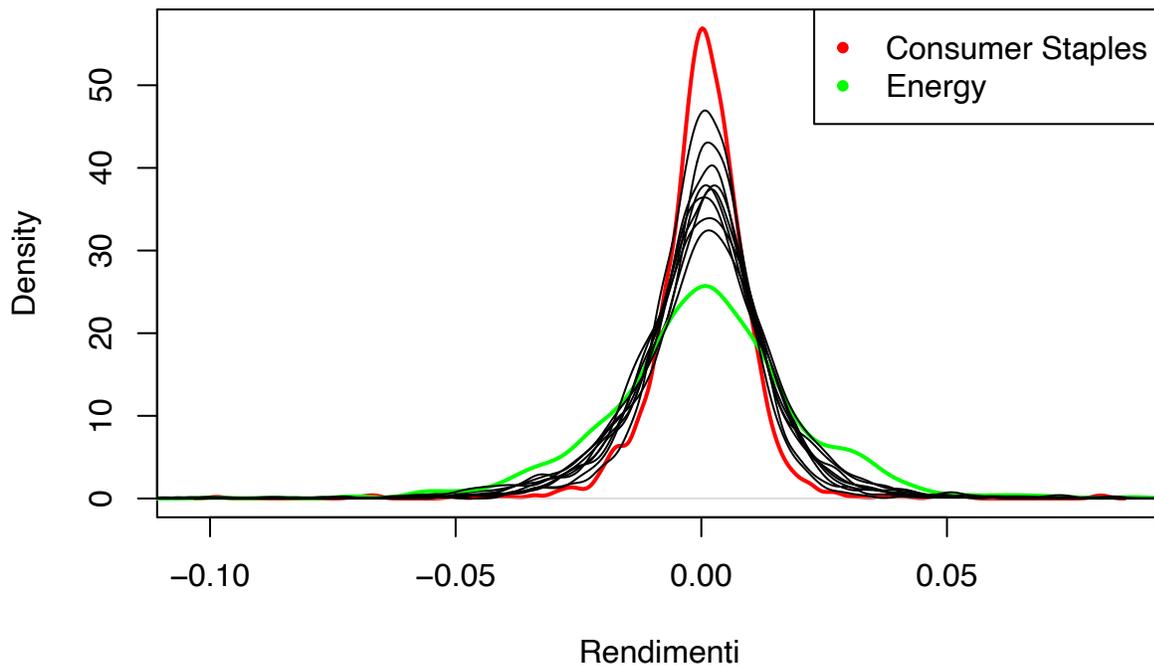


Grafico 3. Densità dei rendimenti relativi al periodo 2018-2023.

Il grafico sopra mostra la densità dei rendimenti degli ETF settoriali SPDR per il periodo 2018-2023 fornendo una rappresentazione grafica della distribuzione di frequenza dei rendimenti giornalieri per ciascun ETF. La maggior parte delle curve di densità è concentrata attorno allo zero, indicando che i rendimenti giornalieri sono generalmente piccoli e si distribuiscono attorno alla media. Interessante è, d'altro canto, il confronto tra il settore Energy, rappresentato da XLE, che evidenzia una curva di densità più ampia e bassa rispetto a quella dei Consumer Staples, suggerendo una maggiore dispersione dei rendimenti, coerentemente con le fluttuazioni significative nei prezzi dell'energia avvenute durante tale orizzonte temporale.

```
plot(density(old_returns$XLP), col = 'red', lwd = 2, xlab = 'Rendimenti')
lines(density(old_returns$XLY))
lines(density(old_returns$XLE))
lines(density(old_returns$XLF), col = 'green', lwd = 2)
lines(density(old_returns$XLV))
lines(density(old_returns$XLI))
lines(density(old_returns$XLB))
lines(density(old_returns$XLK))
lines(density(old_returns$XLU))
legend('topright', c('Consumer Staples', 'Financials'), col = c('red', 'green'), pch = 20)
```

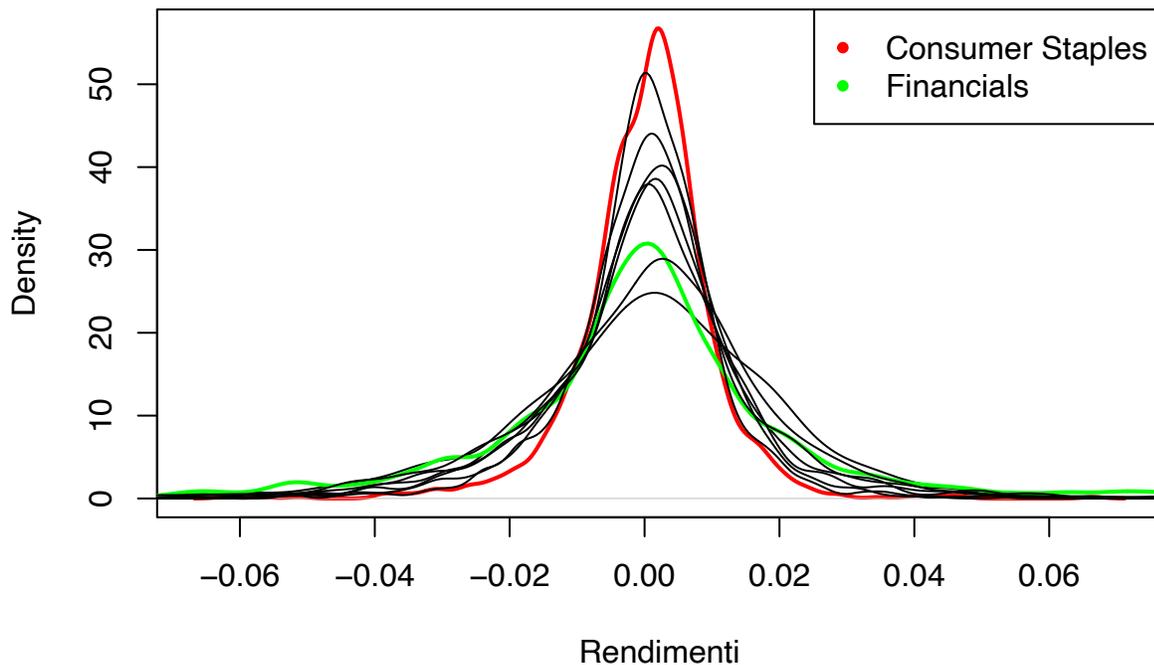


Grafico 4. Densità dei rendimenti relativi al periodo 2006-2011.

Anche qui è ravvisabile come la maggior parte delle curve di densità sia concentrata attorno allo zero, indicando rendimenti giornalieri generalmente piccoli e distribuiti attorno alla media. Come prevedibile, invece, i rendimenti per l'ETF dei servizi finanziari presenta una distribuzione più ampia, indicando un profilo di rischio-rendimento particolarmente influenzato dalle dinamiche turbolente del periodo in esame.

La stabilità relativa del settore dei beni di consumo di prima necessità (XLP), riscontrata in entrambi i periodi esaminati, suggerisce che gli investitori percepivano questo settore come un rifugio sicuro durante i periodi di turbolenza economica. Il settore dei beni di consumo primari, infatti, è generalmente considerato difensivo poiché include aziende che producono beni essenziali la cui domanda tende a rimanere stabile anche durante le recessioni economiche, risultando in una minore dispersione dei rendimenti.

Statistiche Descrittive

Di seguito ho riportato le statistiche descrittive dei strumenti finanziari in esame, al fine di restituire una panoramica esaustiva delle caratteristiche della distribuzione dei rendimenti.

```
summary_stats <- function(data) {
  data.frame(
    Mean = apply(data, 2, mean),
    Median = apply(data, 2, median),
    StdDev = apply(data, 2, sd),
    Skewness = apply(data, 2, skewness),
    Kurtosis = apply(data, 2, kurtosis)
  )
}

current_stats <- summary_stats(returns)
old_stats <- summary_stats(old_returns)
```

```
rownames(current_stats) <- colnames(returns)
rownames(old_stats) <- colnames(old_returns)
```

Statistiche descrittive per il periodo 2018-2023

	Mean	Median	StdDev	Skewness	Kurtosis
XLC	0.0003045080	0.0009946934	0.01531420	-0.5330390	9.20218
XLY	0.0003768974	0.0013510939	0.01586737	-0.7469649	10.53383
XLP	0.0003533112	0.0006668501	0.01057452	-0.4852918	18.70295
XLE	0.0002760077	0.0006843203	0.02249207	-0.8876871	16.57397
XLF	0.0003102911	0.0007122308	0.01633541	-0.5661909	16.96949
XLV	0.0004090831	0.0007759035	0.01167968	-0.3907995	13.63608
XLI	0.0003894062	0.0010809610	0.01458901	-0.5919617	15.25283
XLB	0.0003560991	0.0007485291	0.01499258	-0.4915466	12.00361
XLRE	0.0003070712	0.0010667143	0.01522538	-1.0977013	20.13868
XLK	0.0007547466	0.0014213275	0.01713978	-0.4260860	11.22487
XLU	0.0002937570	0.0009446651	0.01400134	-0.2103000	18.32238
SPY	0.0004579018	0.0007497702	0.01306532	-0.7682895	15.08805

Statistiche descrittive per il periodo 2006-2011

	Mean	Median	StdDev	Skewness	Kurtosis
XLY	0.0001673597	0.0005444707	0.017008674	-0.315021778	8.224648
XLP	0.0003178032	0.0010207712	0.009775934	-0.343367811	8.569748
XLE	0.0002397661	0.0012223725	0.022740397	-0.489152587	11.102458
XLF	-0.0005076567	0.0000000000	0.027866022	-0.008825799	11.033354
XLV	0.0001240372	0.0005484830	0.011919787	-0.228419857	15.527461
XLI	0.0001260589	0.0009454681	0.016668400	-0.214751690	7.559331
XLB	0.0001529363	0.0015417112	0.019575182	-0.261537831	7.996927
XLK	0.0001660504	0.0011374798	0.015593803	0.086392280	10.588408
XLU	0.0002252147	0.0008517817	0.013356517	0.406596824	13.585439
SPY	0.0000754742	0.0007602486	0.015470722	-0.038193538	13.464683

Matrici di correlazione

```
corr_matrix <- cor(returns)
corr_matrix_old <- cor(old_returns)

par(mar = c(5, 4, 8, 2) + 0.1)
corrplot(corr_matrix, method = "color", type = "lower", tl.cex = 0.8, mar = c(0, 0, 2, 0))
```

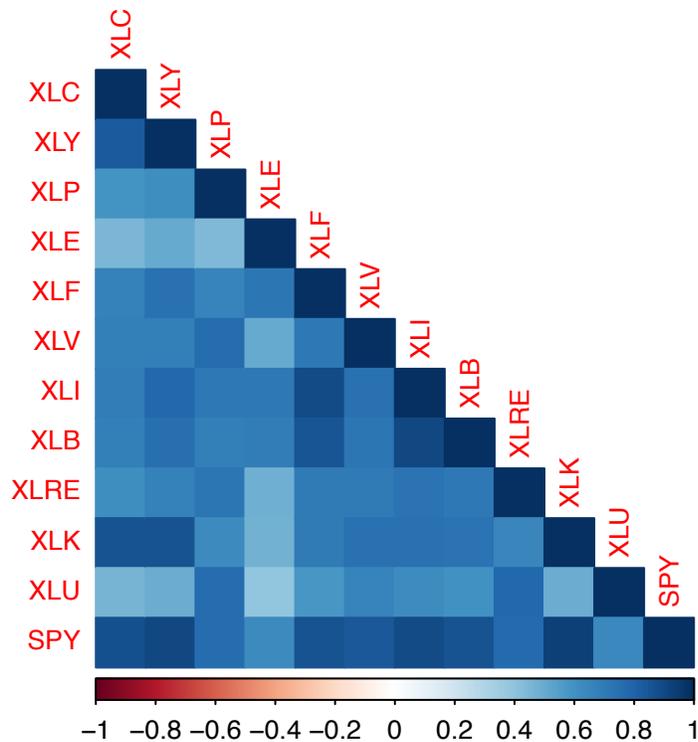


Grafico 5. Matrice di Correlazione (2018-2023).

La matrice di correlazione di cui sopra, relativa al periodo 2018-2023, mostra come gli ETF dei vari settori del mercato abbiano interagito tra loro e con l'S&P 500 durante questo periodo. Notiamo una forte correlazione tra la maggior parte degli ETF e lo SPY, che riflette l'indice S&P 500. Questo è atteso, poiché molti settori tendono a muoversi in sintonia con il mercato generale. Tuttavia, vi sono alcune eccezioni, come il settore energetico (XLE), che mostra una correlazione meno forte con alcuni altri settori. Questo può essere spiegato da eventi specifici del periodo, come le fluttuazioni dei prezzi del petrolio o le politiche energetiche che hanno influenzato il settore in modo diverso rispetto agli altri.

```
par(mar = c(5, 4, 8, 2) + 0.1)
corrplot(corr_matrix_old, method = "color", type = "lower", tl.cex = 0.8, mar = c(0, 0, 2, 0))
title(main = "Matrice di Correlazione (2006-2011)", line = 6)
```

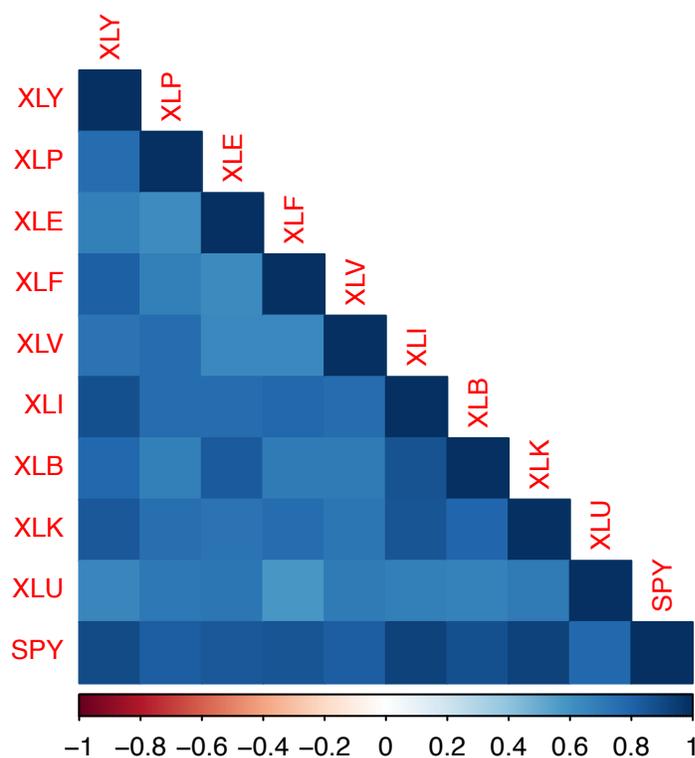


Grafico 6. Matrice di Correlazione (2006-2011).

La seconda matrice di correlazione, che copre il periodo della Grande Recessione (2006-2011), evidenzia dinamiche diverse. In questo periodo, osserviamo che le correlazioni tra gli ETF sono generalmente più elevate. Questo è tipico dei periodi di crisi finanziaria, dove la convergenza delle perdite tra i vari settori è comune a causa della vendita indiscriminata e della mancanza di liquidità. Il settore finanziario (XLF) mostra una correlazione particolarmente alta con gli altri settori, riflettendo il ruolo centrale delle istituzioni finanziarie nella crisi del 2008. In contrasto, settori come i beni di consumo di prima necessità (XLP) mostrano una maggiore resilienza, con correlazioni leggermente inferiori, indicando una minore sensibilità alle condizioni di mercato avverse.

Entrambe le matrici di correlazione forniscono informazioni preziose per la costruzione di portafogli diversificati: in periodi di crisi la maggiore correlazione tra i settori richiede strategie di diversificazione più sofisticate, potenzialmente includendo asset che non sono rappresentati da questi ETF settoriali.

Ulteriore Exploratory Data Analysis

Volatility Rolling Window

```
rolling_sd <- rollapply(returns, width = 100, FUN = sd, by.column = TRUE, align = "right", fill = NA)
rolling_sd_old <- rollapply(old_returns, width = 100, FUN = sd, by.column = TRUE, align = "right", fill = NA)

rolling_sd_melted <- melt(data.frame(date = index(rolling_sd), coredata(rolling_sd)), id.vars = "date")
rolling_sd_old_melted <- melt(data.frame(date = index(rolling_sd_old), coredata(rolling_sd_old)), id.vars = "date")

rolling_sd_melted <- na.omit(rolling_sd_melted)
rolling_sd_old_melted <- na.omit(rolling_sd_old_melted)
```

```
ggplot(rolling_sd_melted, aes(x = date, y = value, color = variable)) +
  geom_line() +
  labs(x = "", y = "Volatilità", color = "ETF") +
  theme_minimal()
```

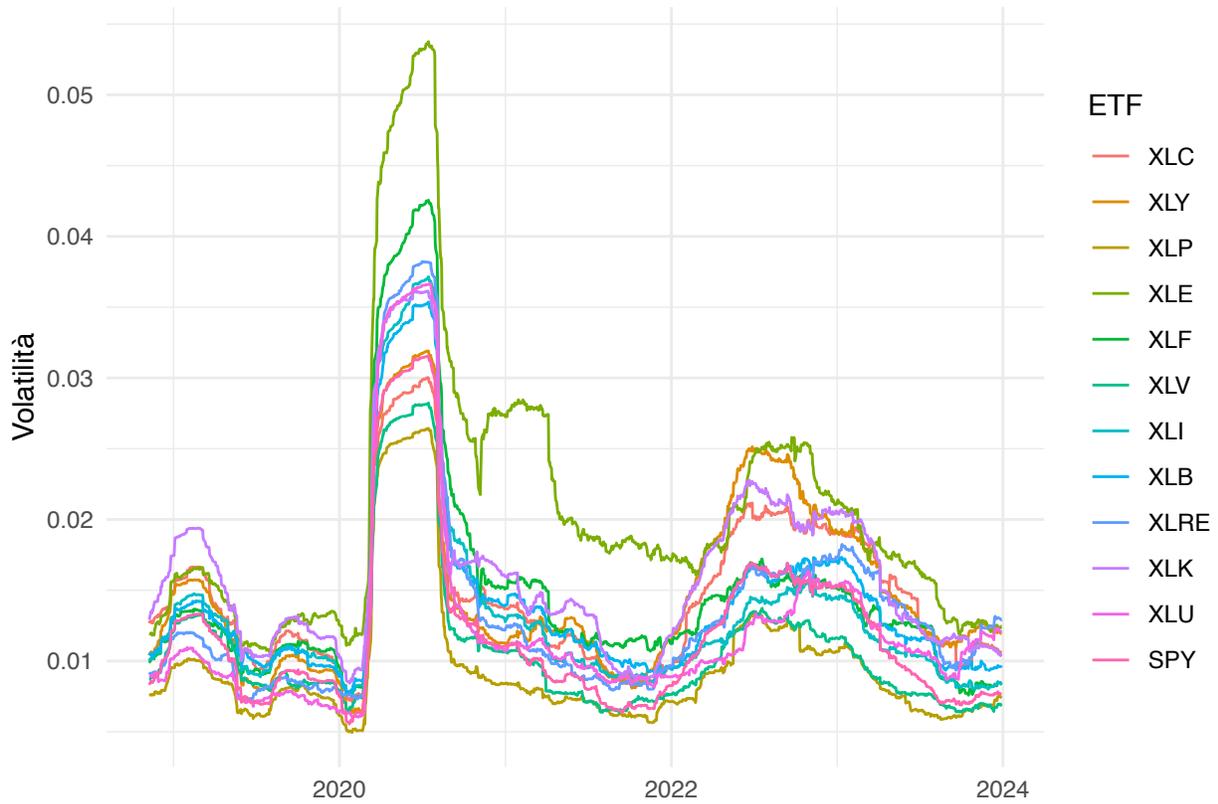


Grafico 7. Rolling Volatility (2018-2023).

```
ggplot(rolling_sd_old_melted, aes(x = date, y = value, color = variable)) +
  geom_line() +
  labs(x = "", y = "Volatilità", color = "ETF") +
  theme_minimal()
```

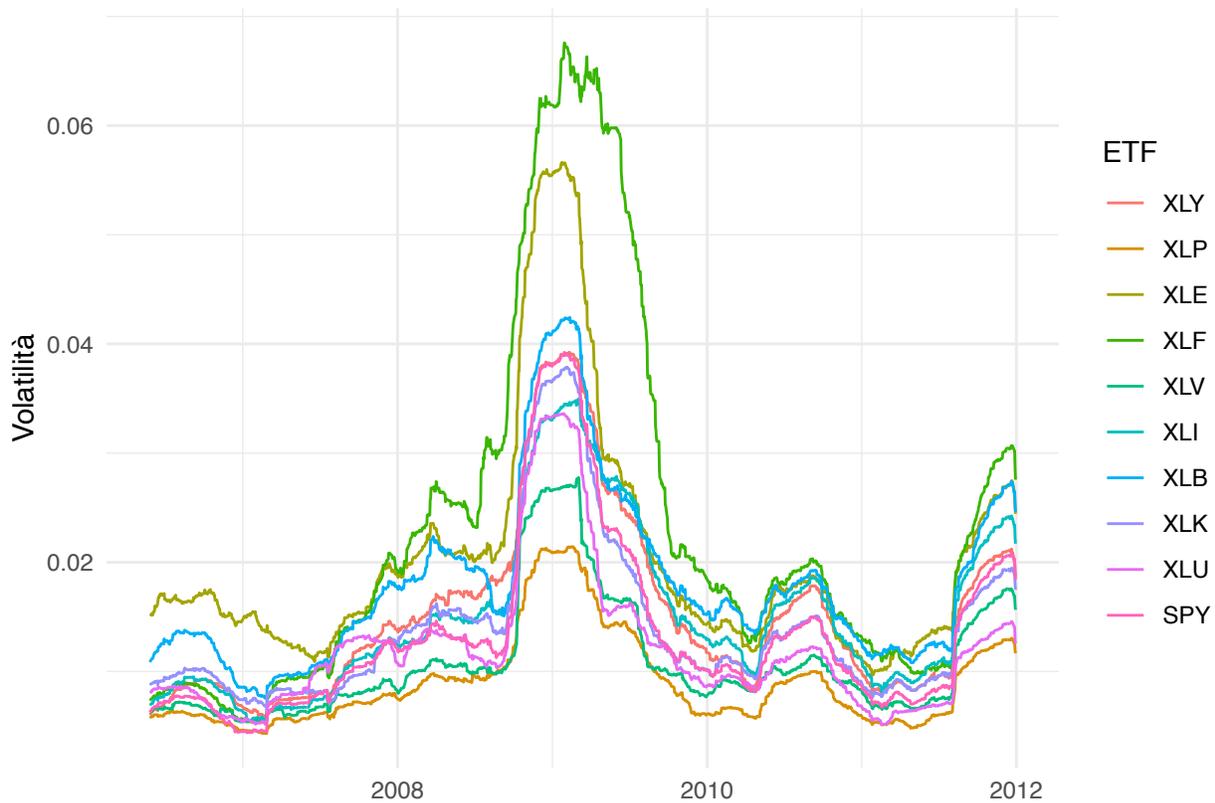


Grafico 8. Rolling Volatility (2006-2011).

Nel Grafico 7 relativo al periodo 2018-2023, si può osservare un picco significativo della volatilità intorno al 2020, corrispondente all'inizio della pandemia di COVID-19. Questo evento ha generato una notevole incertezza nei mercati finanziari, causando aumenti improvvisi della volatilità per tutti i settori la quale, tuttavia, dopo il 2020 tende a diminuire gradualmente, stabilizzandosi verso la fine del periodo in esame.

Parimenti nel periodo 2006-2011, è evidente un aumento drastico della volatilità durante la crisi finanziaria globale del 2008-2009. Anche in questa analisi, come ampiamente atteso, l'ETF Financials (XLF) si contraddistingue per picchi di volatilità elevata, rispecchiando l'estrema incertezza e le turbolenze che hanno caratterizzato questo specifico settore durante la crisi.

Distribuzione dei rendimenti

```
ggplot(returns, aes(x = returns$XLE)) +
  geom_histogram(aes(y=after_stat(density)), bins = 30, fill = "blue", alpha = 0.5) +
  geom_density(color = "red") +
  stat_function(fun = dnorm, args = list(mean = mean(returns$XLE), sd = sd(returns$XLE)),
    color = "black", linetype = "dashed") +
  labs(x = "Rendimenti", y = "Density")
```

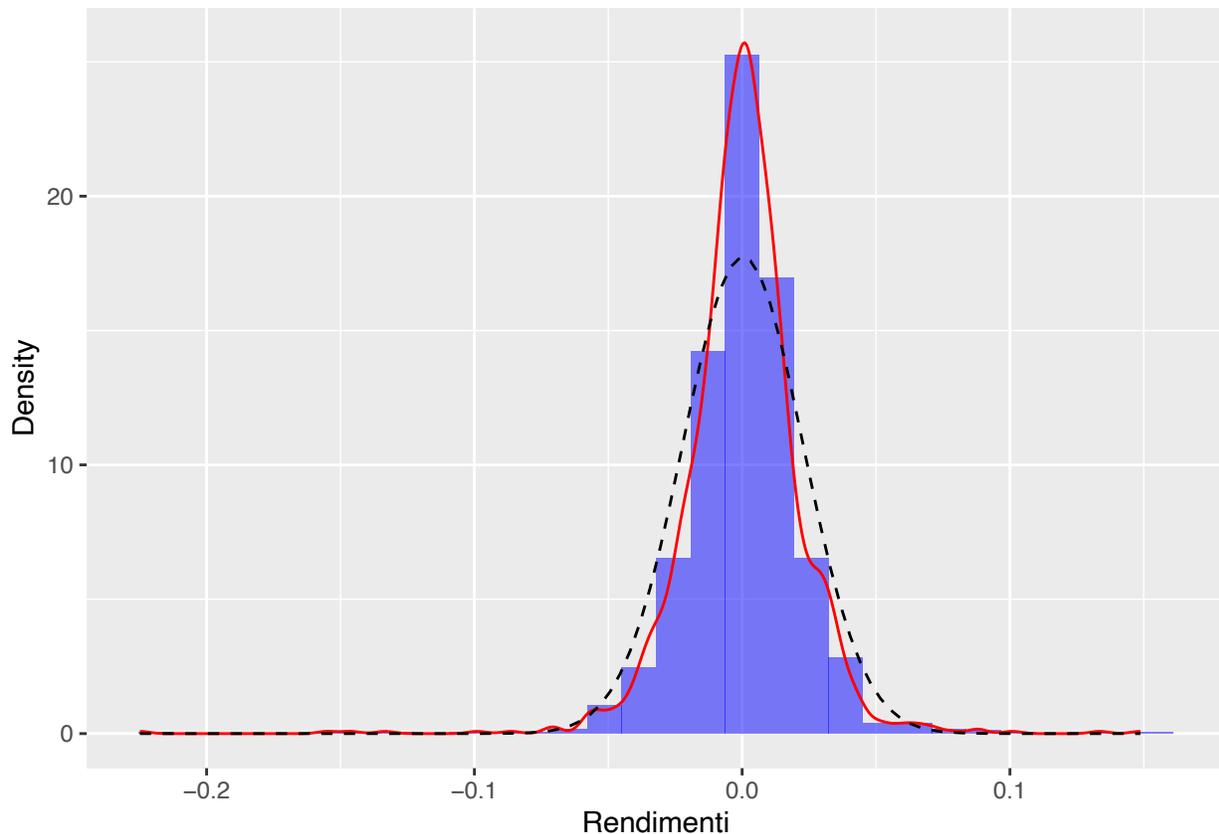


Grafico 9. Distribuzione dei Rendimenti XLE (2018-2023).

Il Grafico 9 della distribuzione dei rendimenti dell'ETF del settore energetico (XLE) per il periodo 2018-2023 evidenzia una distribuzione con una forma caratteristica. La densità dei rendimenti mostra un picco pronunciato intorno a zero, con una distribuzione asimmetrica e code più lunghe, indicando una presenza significativa di rendimenti estremi sia positivi che negativi. Questa distribuzione non segue esattamente una normale, come evidenziato dalla curva rossa della densità effettiva e dalla linea tratteggiata nera della densità normale. Questo comportamento è prevedibile data l'alta volatilità nel settore energetico durante questo periodo, causata principalmente dall'instabilità del mercato energetico dovuta al conflitto ucraino e ai conseguenti impatti sul prezzo del petrolio e del gas naturale.

```
ggplot(old_returns, aes(x = old_returns$XLF)) +
  geom_histogram(aes(y=after_stat(density)), bins = 30, fill = "blue", alpha = 0.5) +
  geom_density(color = "red") +
  stat_function(fun = dnorm, args = list(mean = mean(old_returns$XLF), sd = sd(old_returns$XLF)),
    color = "black", linetype = "dashed") +
  labs(x = "Rendimenti", y = "Density")
```

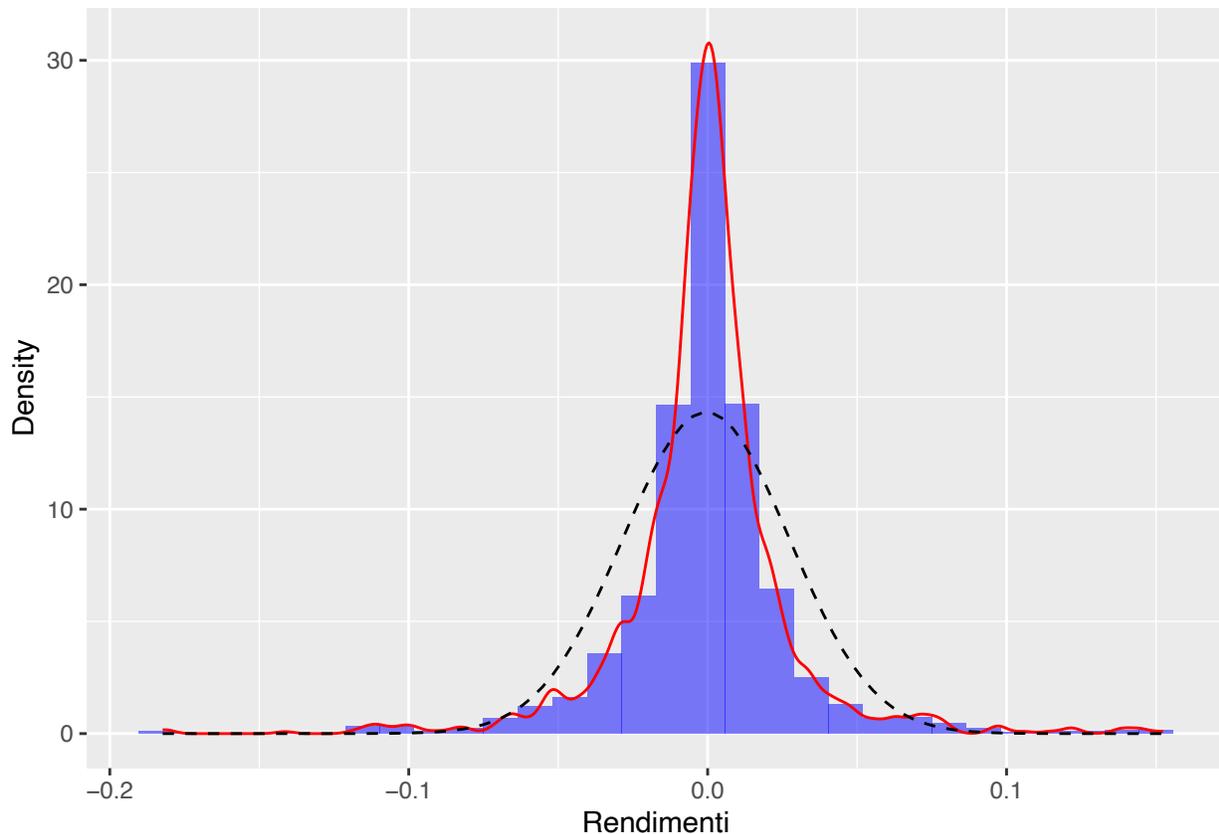


Grafico 10. Distribuzione dei Rendimenti XLF (2006-2011)

Il Grafico 10 della distribuzione dei rendimenti dell'ETF del settore finanziario (XLF) per il periodo 2006-2011 mostra una distribuzione anch'essa con un picco intorno a zero, ma con code ancora più pronunciate rispetto a XLE. La distribuzione dei rendimenti del settore finanziario è meno aderente a una distribuzione normale, come evidenziato dalla discrepanza tra la densità effettiva (curva rossa) e la densità normale (linea tratteggiata nera). L'elevata volatilità e il rischio associati al settore finanziario durante questo periodo sono attribuibili ai numerosi fallimenti bancari, ai salvataggi finanziari e alle estreme fluttuazioni di mercato che hanno caratterizzato la crisi del 2008.

Entrambi i grafici illustrano chiaramente che i settori dell'energia e finanziario hanno sperimentato periodi di alta volatilità e rischio durante i rispettivi periodi di analisi. Le distribuzioni mostrano una deviazione significativa dalla normalità, suggerendo che l'assunzione di una distribuzione normale per modellare i rendimenti in questi settori potrebbe non essere adeguata. Questi risultati sottolineano l'importanza di utilizzare modelli di rischio che possano catturare meglio le caratteristiche di coda e l'asimmetria delle distribuzioni dei rendimenti per una gestione più efficace del rischio.

Autocorrelazione dei Rendimenti

```
par(mfrow = c(1, 1), mar = c(4, 4, 2, 1) + 0.9)
acf(returns$XLE)
```

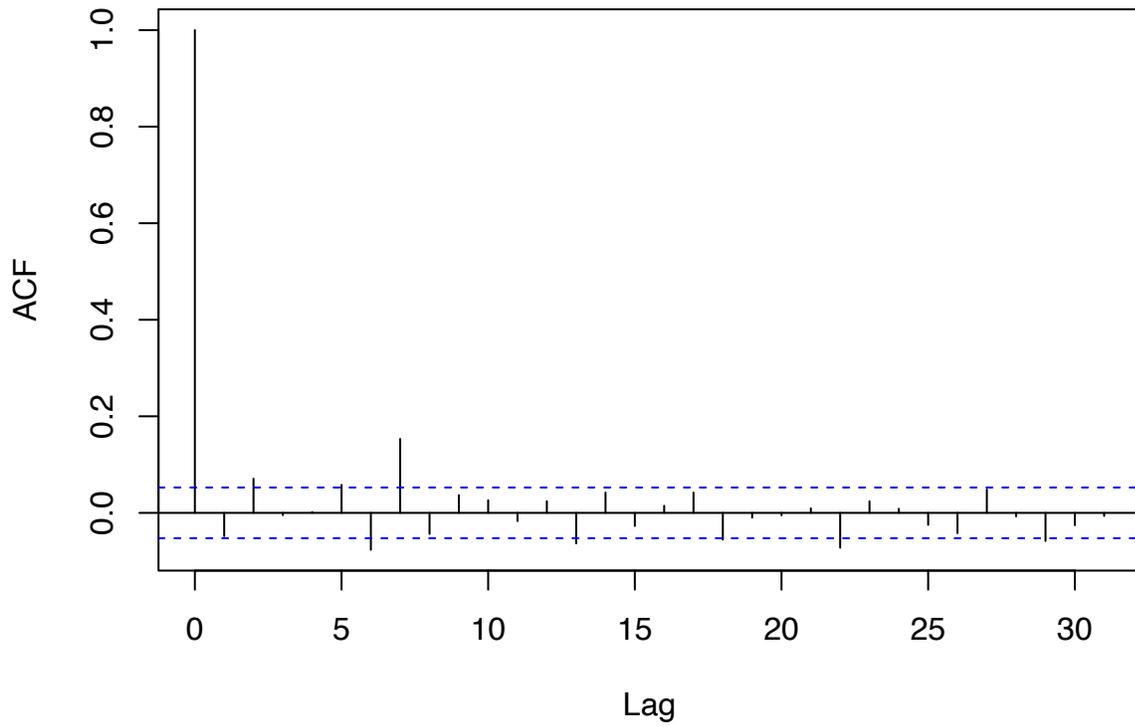


Grafico 11. Autocorrelazione dei Rendimenti XLE (2018-2023).

```
acf(old_returns$XLF)
```

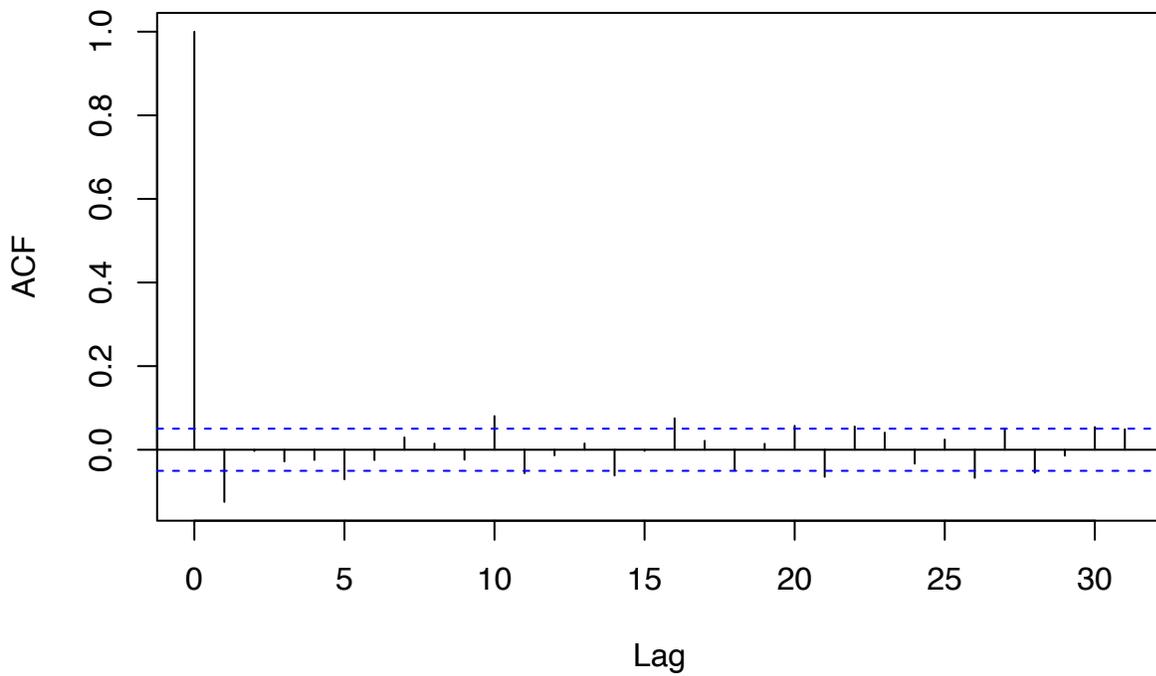


Grafico 12. Autocorrelazione dei Rendimenti XLF (2006-2011).

```
pacf(returns$XLE)
```

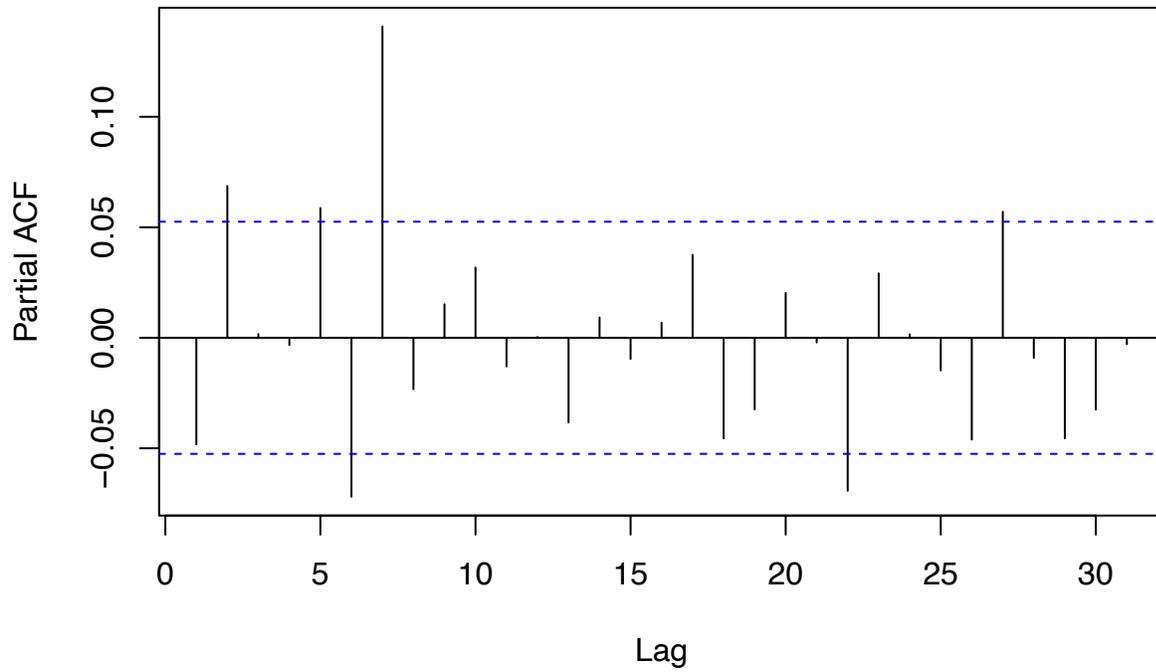


Grafico 13. Autocorrelazione Parziale dei Rendimenti XLE (2018-2023).

```
pacf(old_returns$XLF)
```

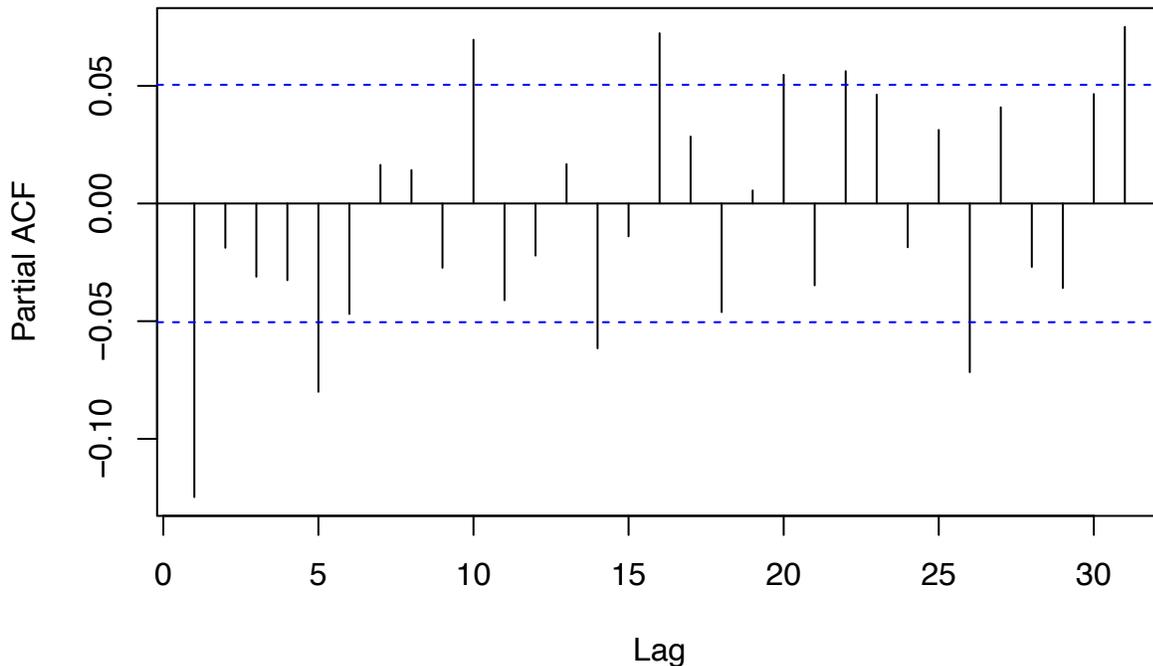


Grafico 14. Autocorrelazione Parziale dei Rendimenti XLF (2006-2011).

Autocorrelazione di XLC (2018-2023):

Si osserva che l'autocorrelazione al lag 1 è significativa, ma tutte le altre autocorrelazioni per i lag successivi rientrano nei limiti di confidenza, suggerendo che i rendimenti non presentano una struttura di dipendenza seriale significativa oltre il primo lag. La significativa autocorrelazione e parziale autocorrelazione al primo lag potrebbe essere dovuta a eventi specifici nel mercato energetico durante il periodo considerato, come la crisi energetica globale. Questo suggerisce che gli shock nel settore energetico hanno un effetto immediato sui rendimenti successivi ma tendono ad attenuarsi nel lungo periodo.

Autocorrelazione di XLY (2006-2011):

Analogamente al grafico precedente, l'autocorrelazione al lag 1 è significativa, mentre le autocorrelazioni per i lag successivi non sono significative. Questo indica che i rendimenti di XLF hanno una dipendenza seriale minima. Anche qui, vediamo una parziale autocorrelazione significativa solo al primo lag, indicando che la dipendenza seriale è principalmente a breve termine.

Per approfondire ulteriormente la nostra analisi ho ritenuto interessante approfondire la presenza di autocorrelazione, che seppur significative solo a lag 1, potrebbero indicare la presenza di eteroschedasticità, ovvero variazioni non costanti della varianza nel tempo. Tale ipotesi, giustifica, almeno parzialmente, la qui sequente implementazione di modelli autoregressivi a eteroschedasticità condizionata.

```
arch_test_XLE <- ArchTest(returns$XLE, lags = 12)
arch_test_XLF_old <- ArchTest(old_returns$XLF, lags = 12)

print(arch_test_XLE)
```

```
ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
```

```
data: returns$XLE
```

```
Chi-squared = 379.56, df = 12, p-value < 2.2e-16
```

```
print(arch_test_XLF_old)
```

```
ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
```

```
data: old_returns$XLF
```

```
Chi-squared = 334.14, df = 12, p-value < 2.2e-16
```

I test ARCH forniscono forti evidenze contro l'ipotesi nulla di assenza di effetti ARCH, suggerendo che ci sono effetti ARCH significativi nei dati. In altre parole, la varianza dei rendimenti degli Exchange-Traded Funds presi in esame non è costante nel tempo, ma dipende dai valori passati dei rendimenti stessi. Questo giustifica ulteriormente l'uso di modelli GARCH per modellarne la volatilità, poiché i modelli GARCH sono progettati per catturare e modellare questa eteroschedasticità condizionale.

```
garch_spec <- ugarchspec(variance.model = list(model = "sGARCH", garchOrder = c(1, 1)),  
                        mean.model = list(armaOrder = c(0, 0)))
```

```
garch_fit_XLE <- ugarchfit(spec = garch_spec, data = returns$XLE)
```

```
garch_fit_XLF_old <- ugarchfit(spec = garch_spec, data = old_returns$XLF)
```

```
par(mfrow = c(2, 1))
```

```
plot(residuals(garch_fit_XLE, standardize = TRUE), type = "h")
```

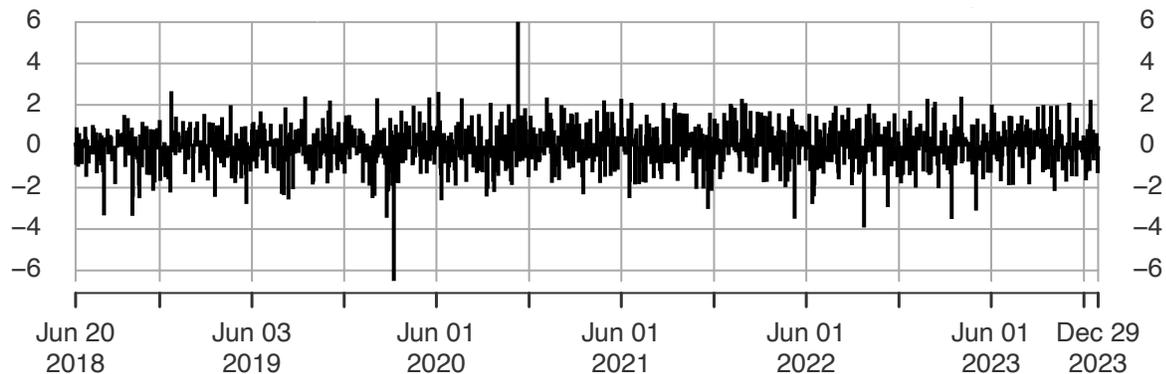


Grafico 15. Residui Standardizzati (XLE 2018-2023).

```
plot(sigma(garch_fit_XLE), type = "l")
```

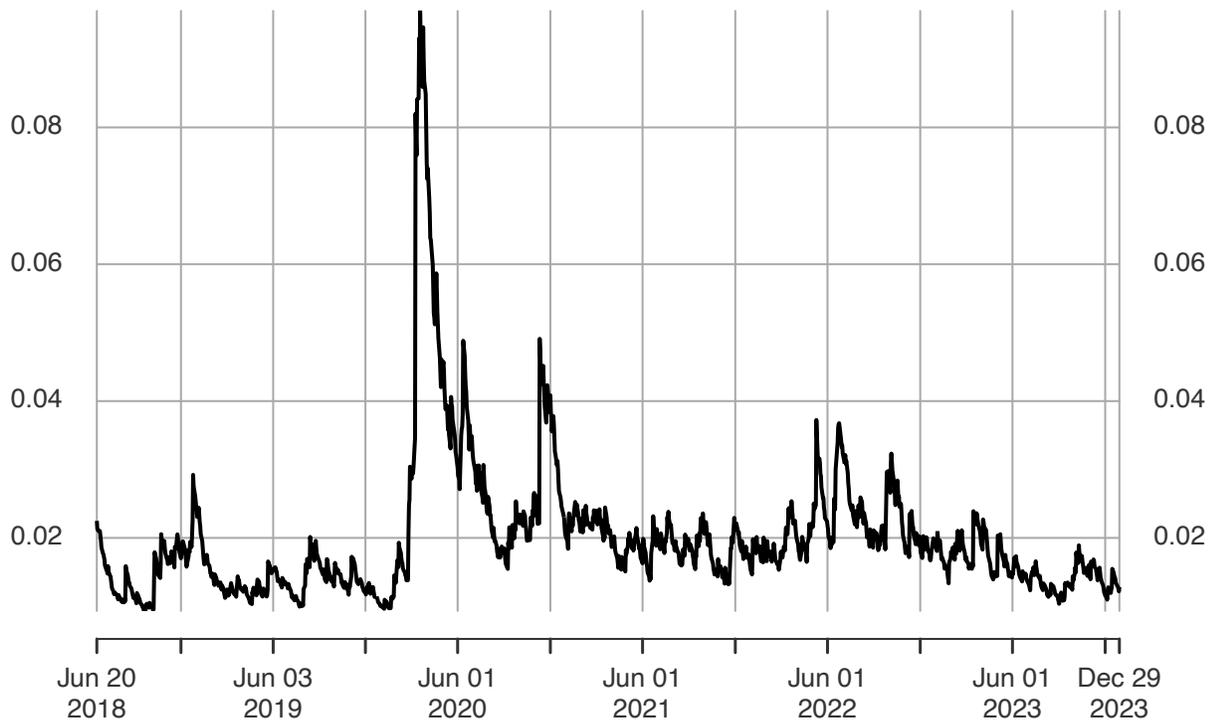


Grafico 16. Varianza Condizionale (XLE 2018-2023).

```
par(mfrow = c(2, 1))
plot(residuals(garch_fit_XLF_old, standardize = TRUE), type = "h")
```

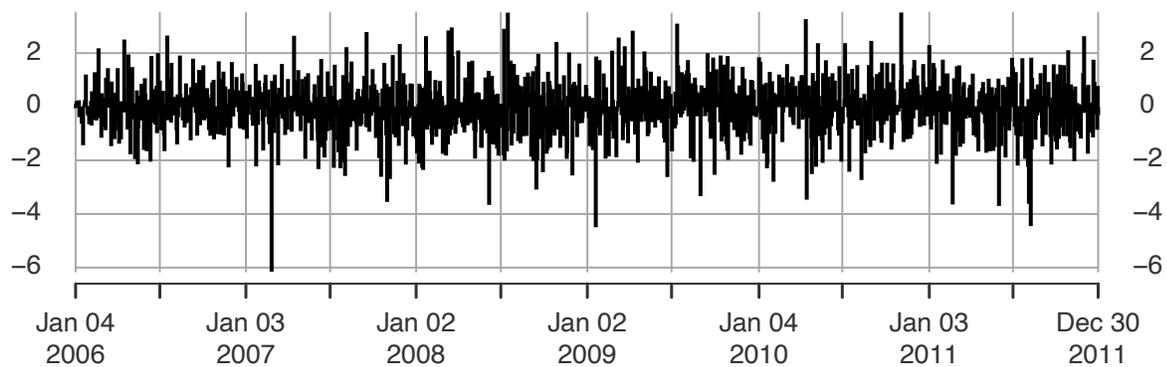


Grafico 17. Residui Standardizzati (XLF 2006-2011).

```
plot(sigma(garch_fit_XLF_old), type = "l")
```

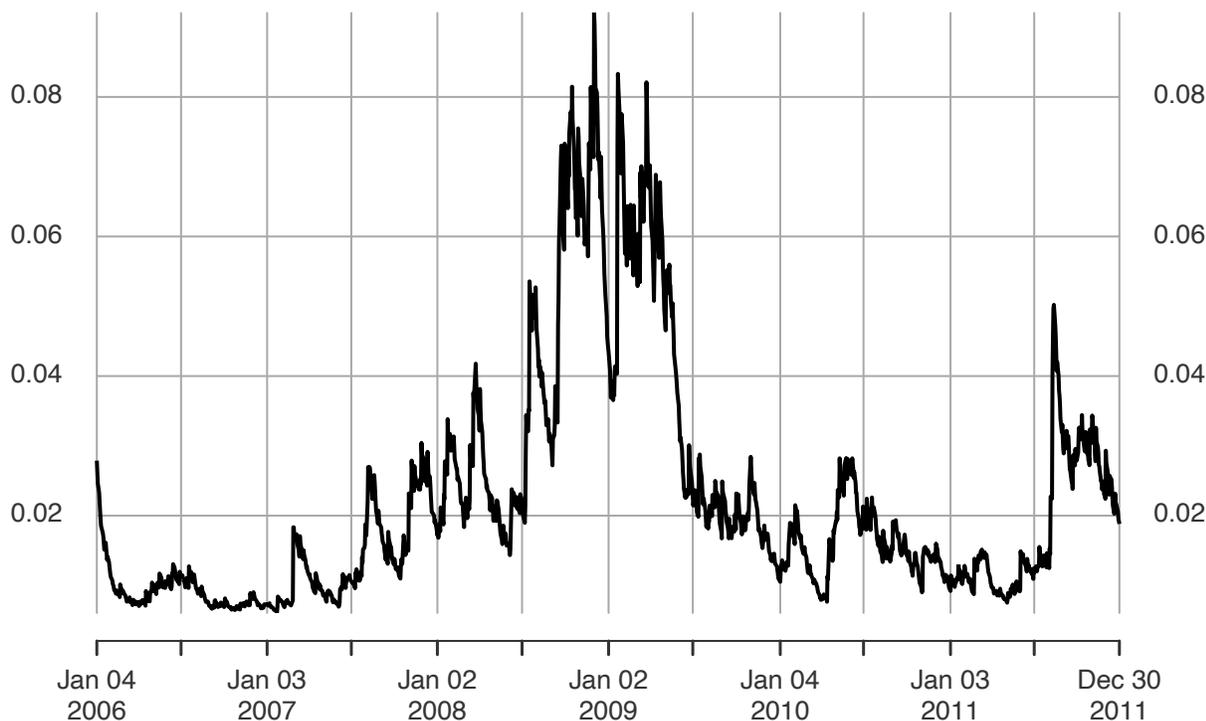


Grafico 18. Varianza Condizionale (XLF 2006-2011).

GARCH per XLE (2018-2023): Il Grafico 15 dei residui standardizzati mostra che i residui sono distribuiti in modo abbastanza casuale intorno a zero, con pochi picchi fuori dalla banda di confidenza. Il Grafico 16 della varianza condizionale mostra un picco significativo intorno al 2020, corrispondente alla volatilità aumentata durante la crisi del COVID-19. Successivamente, la varianza condizionale diminuisce e rimane relativamente stabile.

GARCH per XLF (2006-2011): I residui standardizzati mostrano una distribuzione casuale simile alla fattispecie del ETF XLE sopra analizzata, con alcuni picchi fuori dalle bande di confidenza. La varianza condizionale mostra un picco significativo durante il 2008-2009, corrispondente alla crisi finanziaria globale. Dopo il picco, la volatilità diminuisce gradualmente.

Possiamo, pertanto, concludere dicendo che l'analisi dell'autocorrelazione suggerisce che i rendimenti giornalieri degli ETF XLC e XLY non presentano autocorrelazioni significative, supportando l'ipotesi che i rendimenti seguano un processo random walk. L'analisi GARCH, d'altra parte, rileva periodi di elevata volatilità associati a eventi di crisi finanziarie, con i modelli che riescono a catturare bene questi picchi di volatilità.

Nel complesso, i grafici confermano la necessità di modelli come il GARCH per modellare correttamente la volatilità condizionale in presenza di periodi di turbolenza finanziaria, mentre l'assenza di autocorrelazione nei rendimenti giornalieri supporta l'efficienza del mercato nel riflettere rapidamente le informazioni nei prezzi degli asset.

Capitolo 3: VaR

Il Value at Risk (VaR) è una misura statistica fondamentale utilizzata per quantificare il rischio di perdita di un portafoglio di investimenti. In termini semplici, il VaR rappresenta la perdita massima attesa di un portafoglio con un determinato livello di confidenza e su un orizzonte temporale specifico. Nella mia analisi, abbiamo calcolato il VaR a 10 giorni con un livello di confidenza del 95% per valutare il rischio associato ai diversi ETF settoriali SPDR e all'ETF SPY, che replica l'andamento dell'indice S&P 500.

Il VaR è in grado di fornire una stima chiara e quantificabile del rischio di perdita potenziale, permettendo agli investitori di comprendere meglio l'esposizione al rischio dei loro investimenti. In un contesto di mercato caratterizzato da elevata volatilità, come durante la Grande Recessione (2006-2011) e la recente crisi energetica (2018-2023), il VaR diventa uno strumento essenziale per la gestione del rischio.

Calcolando il VaR per i diversi ETF settoriali, possiamo confrontare direttamente i livelli di rischio tra settori differenti. Questo è particolarmente utile per identificare quali settori sono più vulnerabili alle condizioni di mercato avverse e quali offrono un profilo di rischio più stabile. Le istituzioni finanziarie e i gestori di portafoglio utilizzano ampiamente il VaR per determinare i limiti di rischio e per allocare il capitale in modo efficiente. Calcolando il VaR per i periodi 2006-2011 e 2018-2023, possiamo analizzare come il rischio si sia evoluto durante le crisi e identificare i settori più colpiti.

```
va_r <- function(x){
  mean <- mean(x)
  sd <- sd(x)
  var <- qnorm(.05, mean, sd * sqrt(10))
  return(var)
}

var_10 <- sapply(returns, va_r)
var_10 <- abs(var_10)
var_df <- data.frame(var_10)
```

Value at Risk 2018-2023

	var_10
XLC	0.07935204
XLY	0.08215696
XLP	0.05464987
XLE	0.11671611
XLF	0.08465809
XLV	0.06034258
XLI	0.07549508
XLB	0.07762755
XLRE	0.07888750
XLK	0.08839755
XLU	0.07253398
SPY	0.06750117

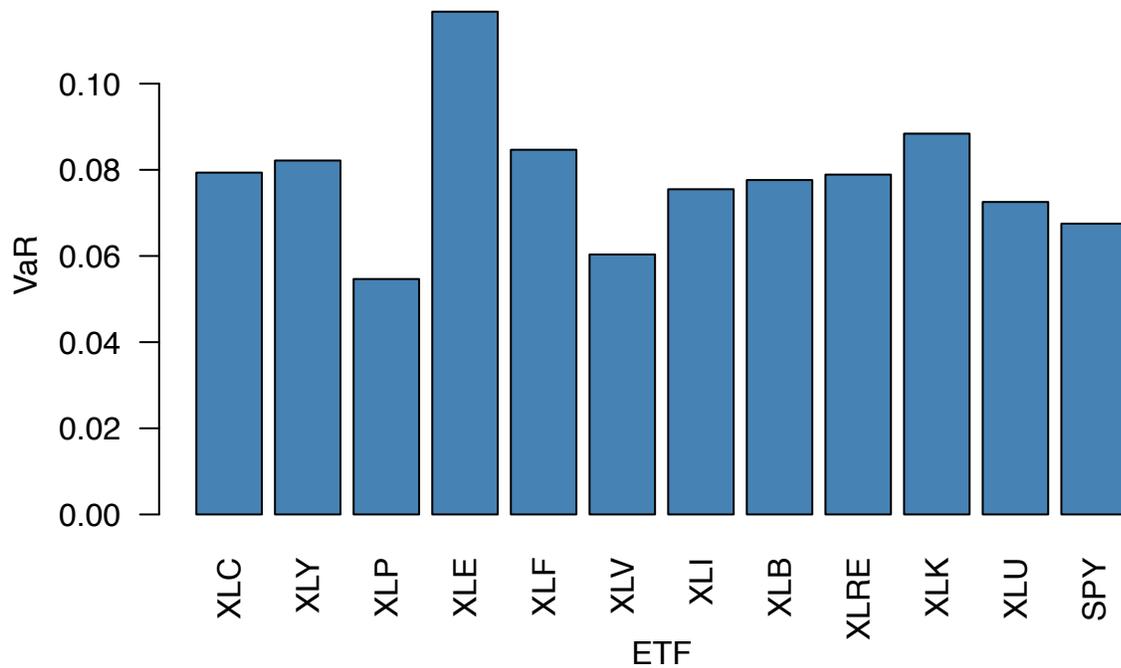


Grafico 19. 10 Day VaR (2018-2023).

Value at Risk 2006-2011

```

old_var10
XLY 0.08830298
XLP 0.05053156
XLE 0.11804404
XLF 0.14545232
XLV 0.06187654
XLI 0.08657436
XLB 0.10166706
XLK 0.08094486
XLU 0.06924849
SPY 0.08039524

```

```

barplot(old_var10, ylab = 'VaR', xlab = 'ETF',
        col = 'darkred', las=2)

```

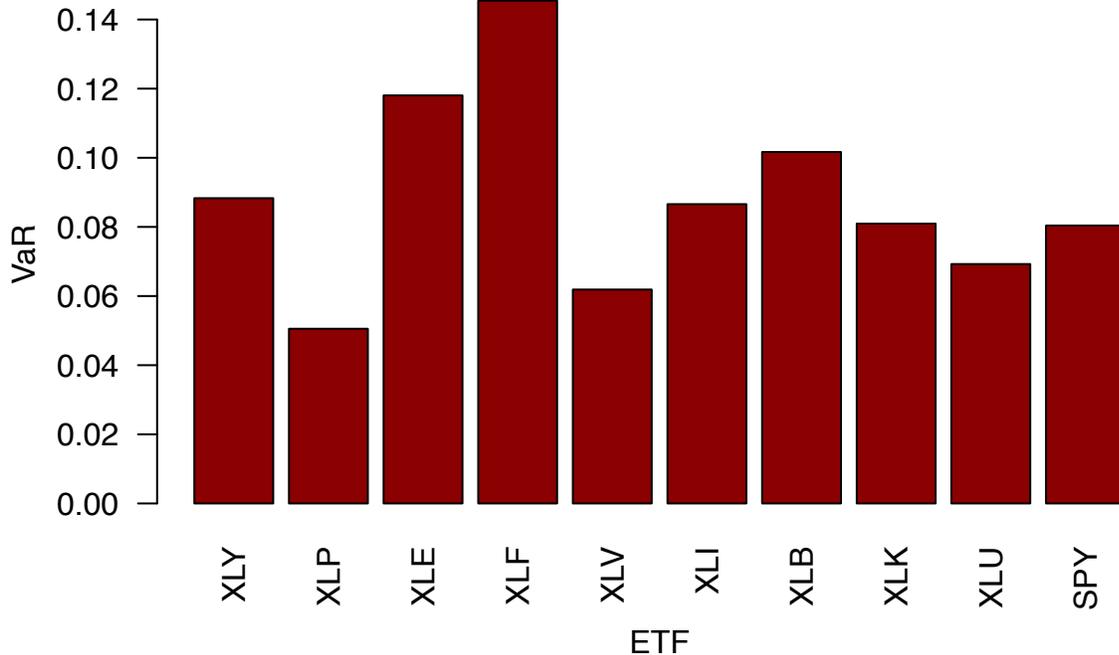


Grafico 20. 10 Day VaR (2006-2011).

Dai valori del VaR ottenuti per i due periodi di riferimento possiamo osservare che gli ETF XLE e XLF manifestano i valori più elevati rispettivamente per la recente crisi energetica e la Grande Recessione. Tale evidenza risulta essere perfettamente allineata ai risultati fin qui ottenuti.

I settori industriali (XLI) e dei materiali (XLB) presentano anch'essi un VaR elevato, suggerendo che durante periodi di turbolenza economica, questi settori ciclici sono più suscettibili a variazioni estreme nei rendimenti.

Nel periodo 2018-2023, il VaR elevato del settore tecnologico (XLK) riflette l'importanza crescente e la volatilità associata a questo settore. La pandemia di COVID-19 ha accelerato la digitalizzazione, ma ha anche aumentato l'incertezza, portando a fluttuazioni più ampie nei rendimenti.

Il settore dei beni di consumo (XLY e XLP) mostra una volatilità relativamente stabile in entrambi i periodi. Ciò può indicare che i beni di consumo, essendo meno ciclici e più essenziali, tendono a mantenere una stabilità nei rendimenti anche durante periodi di crisi economiche o incertezze di mercato.

Capitolo 4: VaR Rolling Window

Successivamente ho ritenuto opportuno applicare una rolling window, caratterizzata da finestre mobili della durata di 100 giorni, al calcolo del VaR così da poter visualizzare l'andamento dinamico di tale misura di rischio.

Nella nostra analisi, l'utilizzo del VaR Rolling Window è fondamentale per valutare come il rischio associato ai diversi ETF settoriali SPDR e all'ETF SPY varia nel tempo, specialmente durante i periodi di instabilità del mercato al centro del presente lavoro. Ad esempio, durante periodi di alta volatilità o turbolenza del mercato, il VaR Rolling Window può rivelare rapidamente cambiamenti nel profilo di rischio dei settori e dell'intero portafoglio, consentendoci di adottare tempestivamente misure di gestione del rischio.

```
roll <- rollapply(returns, width = 100, FUN = function(x) va_r(x))

roll <- na.omit(roll)
roll <- abs(roll)
roll$window <- c(1:1293)
```

```

ggplot(roll, aes(x = window)) +
  geom_line(aes(y = XLC, color = "Communication Services")) +
  geom_line(aes(y = XLY, color = "Consumer Discretionary")) +
  geom_line(aes(y = XLP, color = "Consumer Staples")) +
  geom_line(aes(y = XLE, color = "Energy")) +
  geom_line(aes(y = XLF, color = "Financials")) +
  geom_line(aes(y = XLV, color = "Health Care")) +
  geom_line(aes(y = XLI, color = "Industrials")) +
  geom_line(aes(y = XLB, color = "Materials")) +
  geom_line(aes(y = XLRE, color = "Real Estate")) +
  geom_line(aes(y = XLK, color = "Technology")) +
  geom_line(aes(y = XLU, color = "Utilities")) +
  geom_line(aes(y = SPY, color = "SPY")) +
  labs(x = "Window",
       y = "Risk",
       color = "Sectors") +
  theme(legend.position = 'bottom')

```

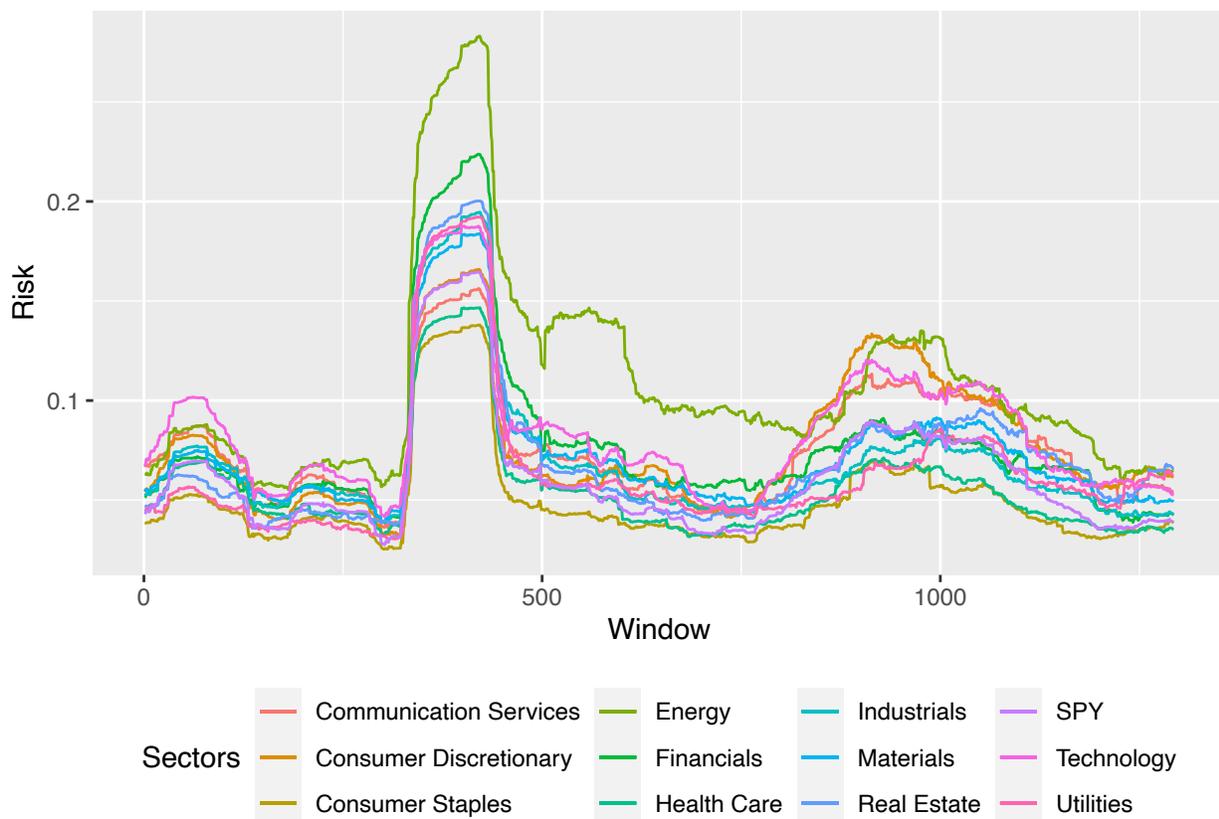


Grafico 21. 100 Day Rolling Window Risk (2018-2023).

```

old_roll <- rollapply(old_returns, width = 100, FUN = function(x) va_r(x))

old_roll <- na.omit(old_roll)
old_roll <- abs(old_roll)
old_roll$window <- c(1:1411)

ggplot(old_roll, aes(x = window)) +
  geom_line(aes(y = XLY, color = "Consumer Discretionary")) +

```

```

geom_line(aes(y = XLP, color = "Consumer Staples")) +
geom_line(aes(y = XLE, color = "Energy")) +
geom_line(aes(y = XLF, color = "Financials")) +
geom_line(aes(y = XLV, color = "Health Care")) +
geom_line(aes(y = XLI, color = "Industrials")) +
geom_line(aes(y = XLB, color = "Materials")) +
geom_line(aes(y = XLK, color = "Technology")) +
geom_line(aes(y = XLU, color = "Utilities")) +
geom_line(aes(y = SPY, color = "SPY")) +
labs(x = "Window",
      y = "Risk",
      color = "Sectors") +
theme(legend.position = 'bottom')

```

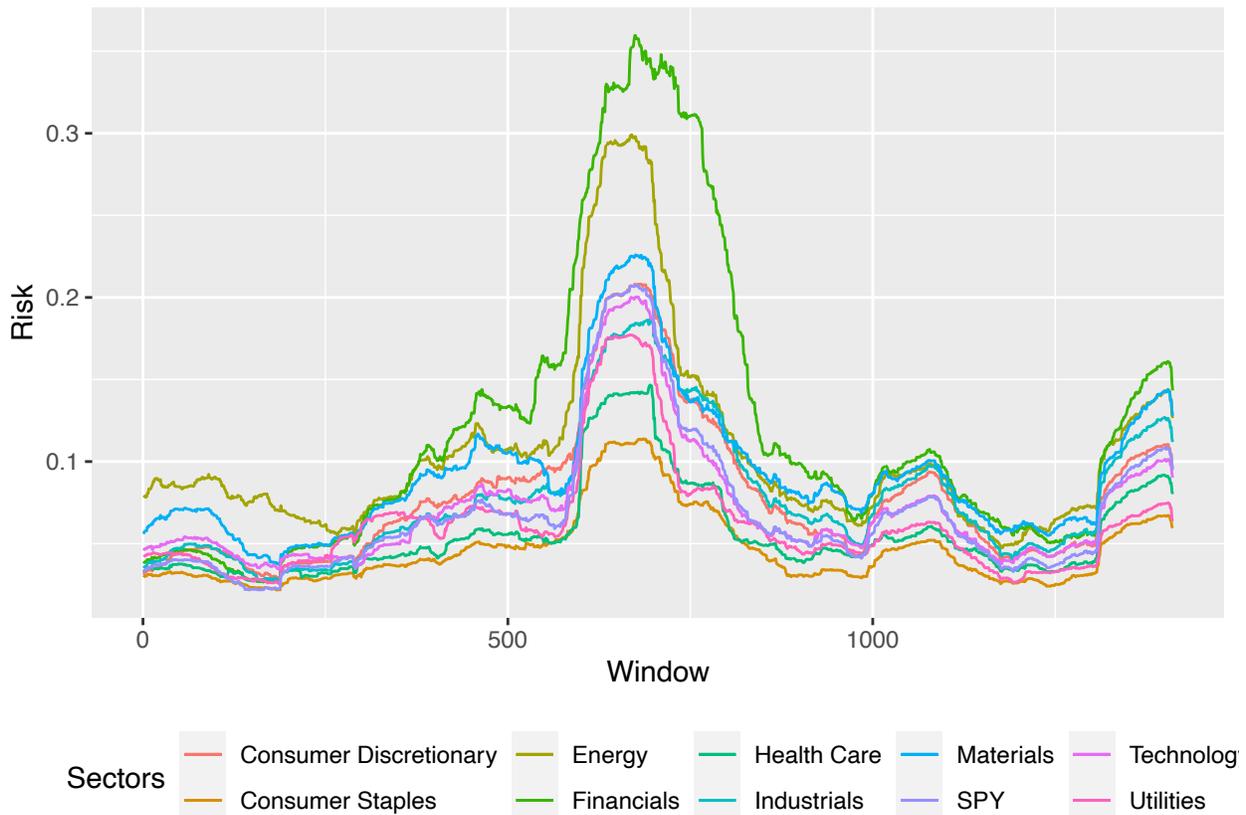


Grafico 22. 100 Day Rolling Window Risk (2006-2011).

Nel Grafico 21, relativo al periodo 2018-2023, si osserva un picco evidente del rischio tra il 2019 e il 2020, corrispondente alla crisi energetica dovuta al conflitto ucraino e alla pandemia di COVID-19. L'ETF XLE (Energy) mostra una volatilità particolarmente elevata durante questo periodo, confermando l'ipotesi che settori specifici possano essere significativamente più vulnerabili a eventi di mercato avversi. Dopo il picco, si nota una riduzione graduale del rischio, con una certa stabilizzazione verso la fine del periodo considerato. Tuttavia, permangono differenze tra i vari settori, con l'ETF XLE che continua a mostrare una volatilità relativamente alta rispetto ad altri settori come i beni di consumo di base (XLP) e le utility (XLU).

Nel Grafico 22, che copre il periodo 2006-2011, si osserva un picco del rischio attorno al 2008-2009, in corrispondenza della crisi finanziaria globale. In questo contesto, l'ETF XLF (Financials) mostra una volatilità significativamente maggiore rispetto agli altri settori, riflettendo l'impatto diretto della crisi sui mercati finanziari. Dopo il picco, il rischio diminuisce gradualmente, ma con variazioni che suggeriscono un

mercato ancora instabile fino al termine del periodo di osservazione. Anche in questo caso, settori come i beni di consumo di base (XLP) e le utility (XLU) mostrano una volatilità relativamente più bassa, indicando una minore esposizione al rischio sistemico.

Capitolo 5: CoVaR

Il CoVaR (Conditional Value at Risk) è una misura avanzata di rischio che valuta il valore a rischio condizionato, ovvero il rischio di un portafoglio o di un asset dato che un altro asset o portafoglio è in una condizione di stress finanziario. In altre parole, mentre il VaR misura il rischio di un singolo asset o portafoglio, il CoVaR misura come il rischio di un asset si comporta in relazione al rischio di un altro asset. Questo permette di comprendere le interdipendenze e l'effetto contagio tra diversi asset o portafogli.

L'utilizzo del CoVaR in questo progetto è fondamentale poichè costituisce uno strumento essenziale per valutare il rischio sistemico, ossia il rischio che il fallimento di un singolo asset o settore possa avere sull'intero sistema finanziario. Questo è particolarmente rilevante per gli ETF settoriali, in quanto rappresentano diversi segmenti dell'economia.

```
co_var <- function(x) {
  qr <- rq(SPY ~ x, data = returns, tau = 0.95)
  beta_0 <- coef(qr)[1]
  beta_1 <- coef(qr)[2]
  x_95 <- quantile(returns$SPY, 0.95)
  covar <- beta_0 + beta_1 * x_95
  return(covar)
}

co_var2 <- function(etf) {
  qr <- rq(SPY ~ etf, data = old_returns, tau = 0.95)
  beta_0 <- coef(qr)[1]
  beta_1 <- coef(qr)[2]
  x_95 <- quantile(old_returns$SPY, 0.95)
  covar <- beta_0 + beta_1 * x_95
  return(covar)
}

covar_results <- sapply(returns[,1:11], co_var)
covar_results2 <- sapply(old_returns[,1:9], co_var2)

colors <- brewer.pal(n = 11, name = "Set2")

names(covar_results) <- gsub("\\.\\(Intercept\\)", "", names(covar_results))
names(covar_results2) <- gsub("\\.\\(Intercept\\)", "", names(covar_results2))

barplot(covar_results, col = colors,
        xlab = "ETF", ylab = "CoVaR", las = 2)
```

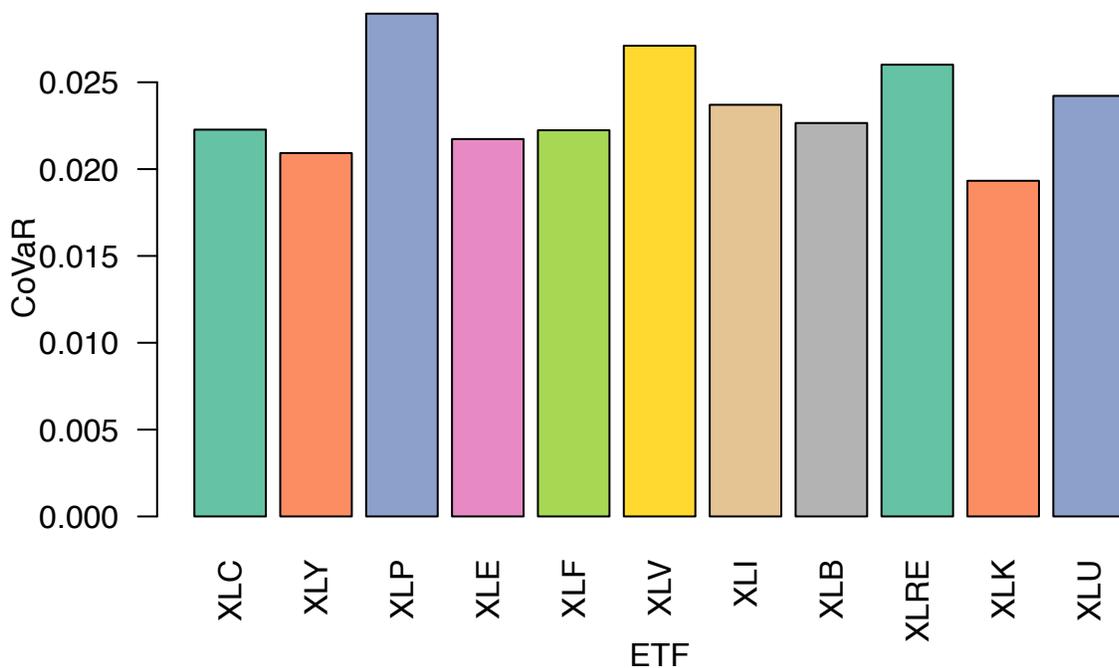


Grafico 23. CoVaR (2018-2023).

```

colors_old <- brewer.pal(n = 9, name = "Set2")

barplot(covar_results2, col = colors_old,
        xlab = "ETF", ylab = "CoVaR", las = 2)

```

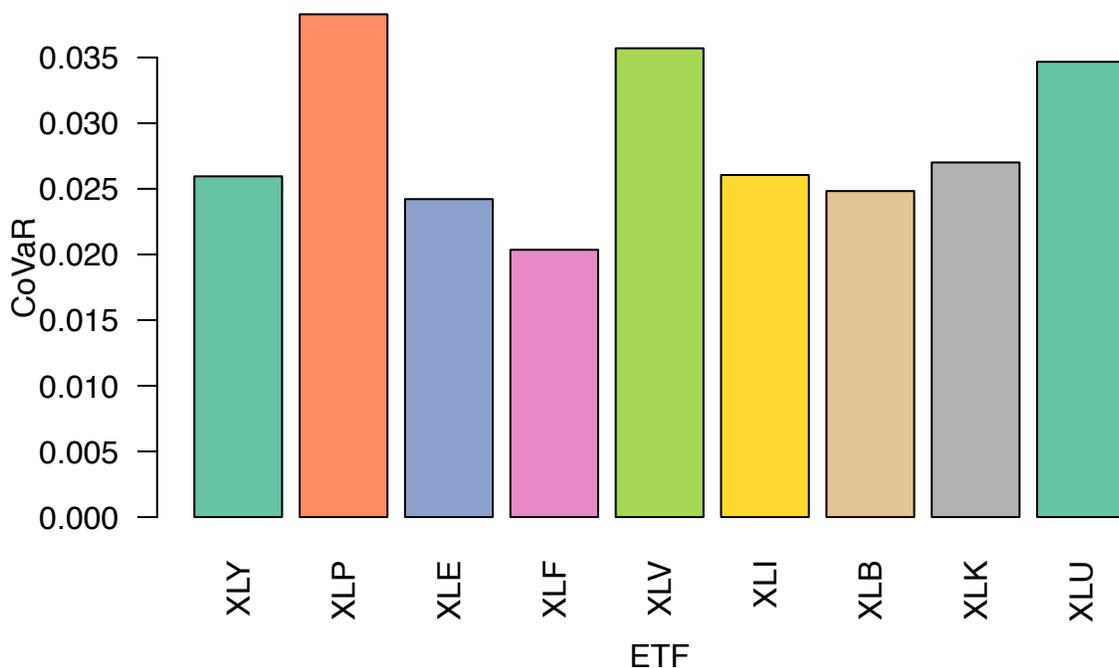


Grafico 24. CoVaR (2006-2011).

I grafici presentano il CoVaR degli ETF in due diversi periodi temporali: dal 2018 al 2023 e dal 2006 al 2011. Il CoVaR (Conditional Value at Risk) è stato calcolato per valutare il rischio sistemico, cioè il rischio che una crisi di mercato, rappresentata qui dal benchmark SPY, influenzi negativamente i singoli ETF.

Per calcolare il CoVaR, abbiamo utilizzato la regressione quantile. La funzione impiega una regressione quantile con il valore di soglia (τ) fissato al 95%, stimando così i parametri della regressione in condizioni di mercato estreme. Il valore di soglia rappresenta il punto in cui il rendimento del benchmark (SPY) è al 95° percentile della sua distribuzione, corrispondente a condizioni di mercato stressanti. Il CoVaR viene quindi calcolato utilizzando l'equazione della retta di regressione, valutata in corrispondenza di questo valore estremo.

Osservando i grafici, possiamo trarre alcune conclusioni interessanti:

- Periodo 2006-2011: Questo periodo include la crisi finanziaria del 2008, caratterizzata da alta volatilità e rischio sistemico. Gli ETF come XLV (Health Care) e XLU (Utilities) mostrano valori di CoVaR relativamente elevati, indicando una maggiore vulnerabilità alle crisi di mercato. Al contrario, XLF (Financials) ha un CoVaR sorprendentemente più basso, suggerendo che, nonostante fosse il settore epicentro della crisi, le sue perdite condizionali sono state mitigate probabilmente da misure di intervento governative e altre politiche di supporto.
- Periodo 2018-2023: In questo periodo, il contesto è influenzato da eventi come la pandemia COVID-19 e le tensioni geopolitiche. Contrariamente alle attese di una volatilità elevata, il CoVaR del settore energetico non è il più alto. Questo può essere dovuto a vari fattori, tra cui i cicli dei prezzi del petrolio e gli interventi di politica energetica che possono aver mitigato alcune delle variazioni di rischio sistemico attese. Il settore tecnologico mostra un valore di CoVaR relativamente basso, suggerendo che, nonostante le sue caratteristiche di alta crescita e volatilità, durante il periodo 2018-2023 ha dimostrato una certa resilienza alle condizioni di mercato estreme.

Il confronto tra i due periodi evidenzia come il CoVaR vari non solo tra settori, ma anche in base al contesto economico e agli eventi specifici che caratterizzano ciascun periodo. Il CoVaR risulta quindi uno strumento utile per identificare la vulnerabilità dei vari settori in condizioni di stress del mercato, fornendo una visione dettagliata del rischio sistemico che non emerge dalle sole misure di rischio tradizionali come il VaR.

Questi risultati ci permettono di comprendere meglio come i vari ETF potrebbero comportarsi in periodi di crisi, aiutando gli investitori e i gestori di portafoglio a prendere decisioni più informate e a prepararsi per scenari di mercato estremi.

Capitolo 6: Delta CoVaR

Il Delta CoVaR è una misura del rischio sistemico che quantifica l'impatto aggiuntivo che un particolare asset o settore può avere sul rischio complessivo del sistema finanziario. Esso rappresenta la differenza tra il CoVaR calcolato in condizioni di stress di un particolare asset e il CoVaR in condizioni normali. In altre parole, il Delta CoVaR valuta quanto aumenta il rischio sistemico quando un determinato asset o settore è in difficoltà rispetto a una situazione di mercato normale.

Analizzando il Delta CoVaR, possiamo ottenere una visione più dettagliata di come i settori contribuiscono al rischio di contagio e di come le crisi in specifici settori possano propagarsi attraverso il sistema finanziario.

```
delta_covar <- function(etf) {
  qr <- rq(SPY ~ etf, data = returns, tau = 0.95)
  beta_0 <- coef(qr)[1]
  beta_1 <- coef(qr)[2]
  x_95 <- quantile(etf, 0.95)
  x_50 <- quantile(etf, 0.50)
  delta <- beta_1 * (x_95 - x_50)
  return(delta)
}

delta_covar2 <- function(etf) {
  qr <- rq(SPY ~ etf, data = old_returns, tau = 0.95)
  beta_0 <- coef(qr)[1]
```

```

beta_1 <- coef(qr)[2]
x_95 <- quantile(etf, 0.95)
x_50 <- quantile(etf, 0.50)
delta <- beta_1 * (x_95 - x_50)
return(delta)
}

delta_results <- sapply(returns[,1:11], delta_covar)
names(delta_results) <- colnames(returns[,1:11])

delta_results2 <- sapply(old_returns[,1:9], delta_covar2)
names(delta_results2) <- colnames(old_returns[,1:9])

colors <- brewer.pal(n = 11, name = "Set2")

barplot(delta_results, col = colors,
        xlab = "ETF", ylab = "Delta CoVaR", las = 2)

```

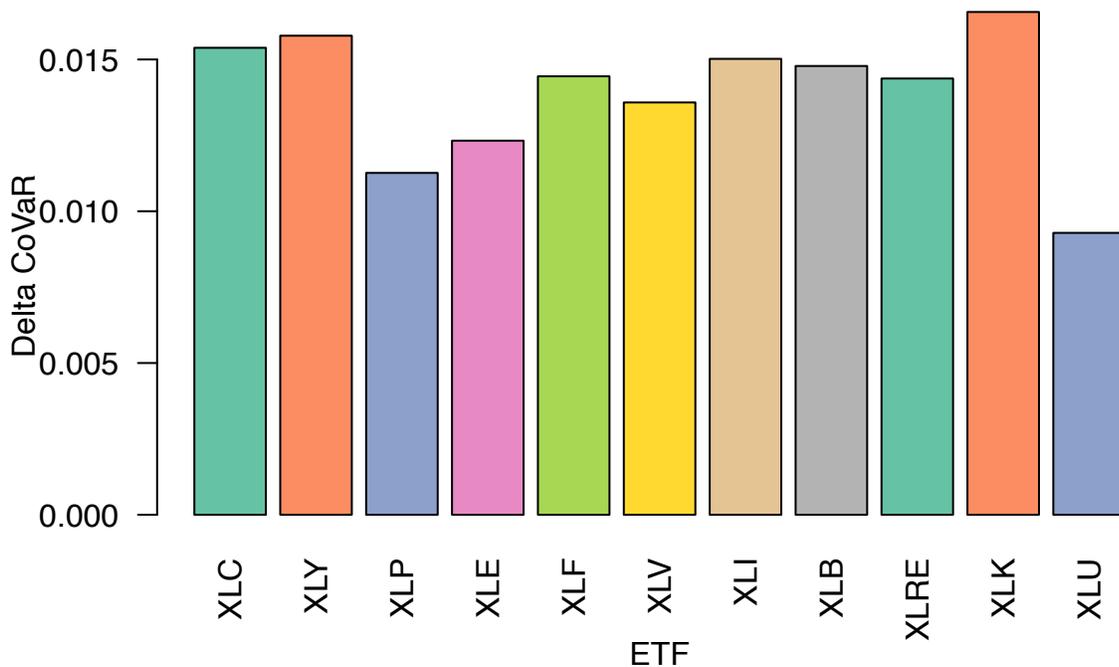


Grafico 25. Delta CoVaR (2018-2023).

```

colors_old <- brewer.pal(n = 9, name = "Set2")

barplot(delta_results2, col = colors_old,
        xlab = "ETF", ylab = "Delta CoVaR", las = 2)

```

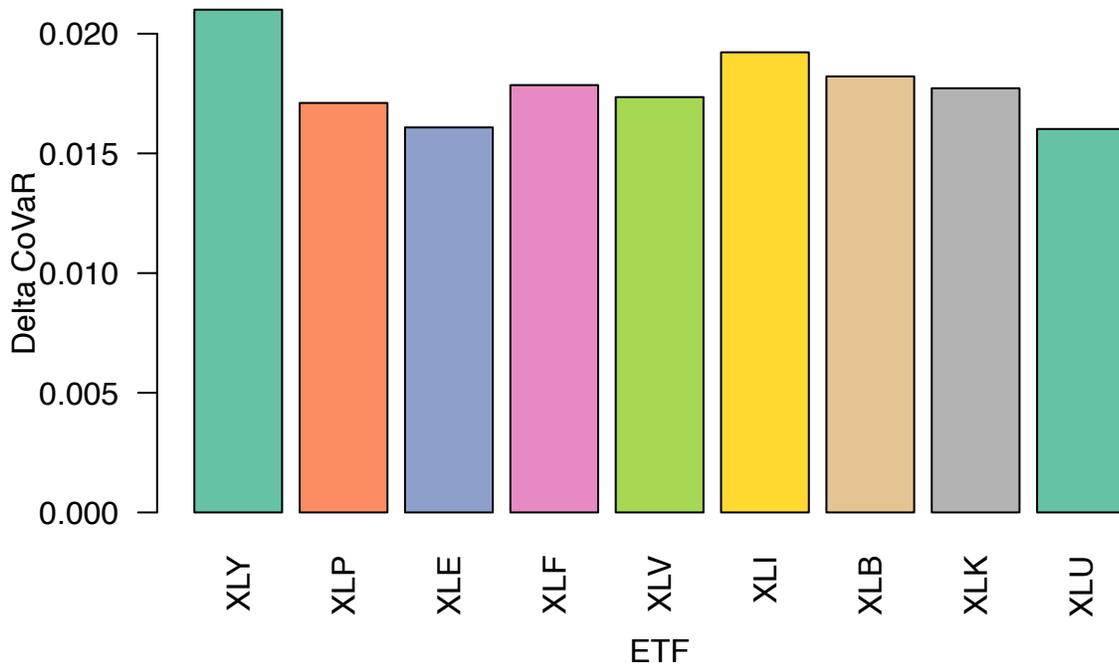


Grafico 26. Delta CoVaR (2006-2011).

Nel periodo 2018-2023, i valori di Delta CoVaR mostrano una variazione significativa tra i vari settori. I settori con i valori più alti sono Communication Services (XLC) con 0.0154, Consumer Discretionary (XLY) con 0.0158, e Technology (XLK) con 0.0166. Questi settori hanno una maggiore sensibilità al rischio sistemico, indicando che durante i periodi di stress finanziario, un loro shock potrebbe contribuire significativamente all'aumento del rischio complessivo del mercato.

Nel periodo 2006-2011, i settori con i valori più alti di Delta CoVaR sono Consumer Discretionary (XLY) con 0.0210, Industrials (XLI) con 0.0192, e Materials (XLB) con 0.0182. Questo suggerisce che durante la Grande Recessione, questi settori erano più influenzati e potevano trasmettere maggiormente il rischio sistemico al mercato.

Il confronto tra i due periodi mostra come la sensibilità al rischio sistemico dei settori sia cambiata. Il settore Technology (XLK), ad esempio, mostra un Delta CoVaR elevato nel periodo 2018-2023 ma non nel 2006-2011, mentre il settore Industrials (XLI) ha un valore elevato nel 2006-2011 ma non nel 2018-2023. Questo cambiamento riflette le diverse dinamiche economiche e di mercato che influenzano i vari settori in periodi di crisi finanziaria.

Capitolo 7: Analisi Comparata

```
df1 <- data.frame(VaR = var_10[-12], CoVaR = covar_results, tics = names(var_10[-12]))
ggplot(df1, aes(x = VaR, y = CoVaR)) +
  geom_point(size = 3, color = 'blue') +
  geom_text(aes(label = tics), vjust = 1.5, hjust = 0.5, size = 3.5, check_overlap = TRUE) +
  labs(x = 'VaR',
       y = 'CoVaR')
```

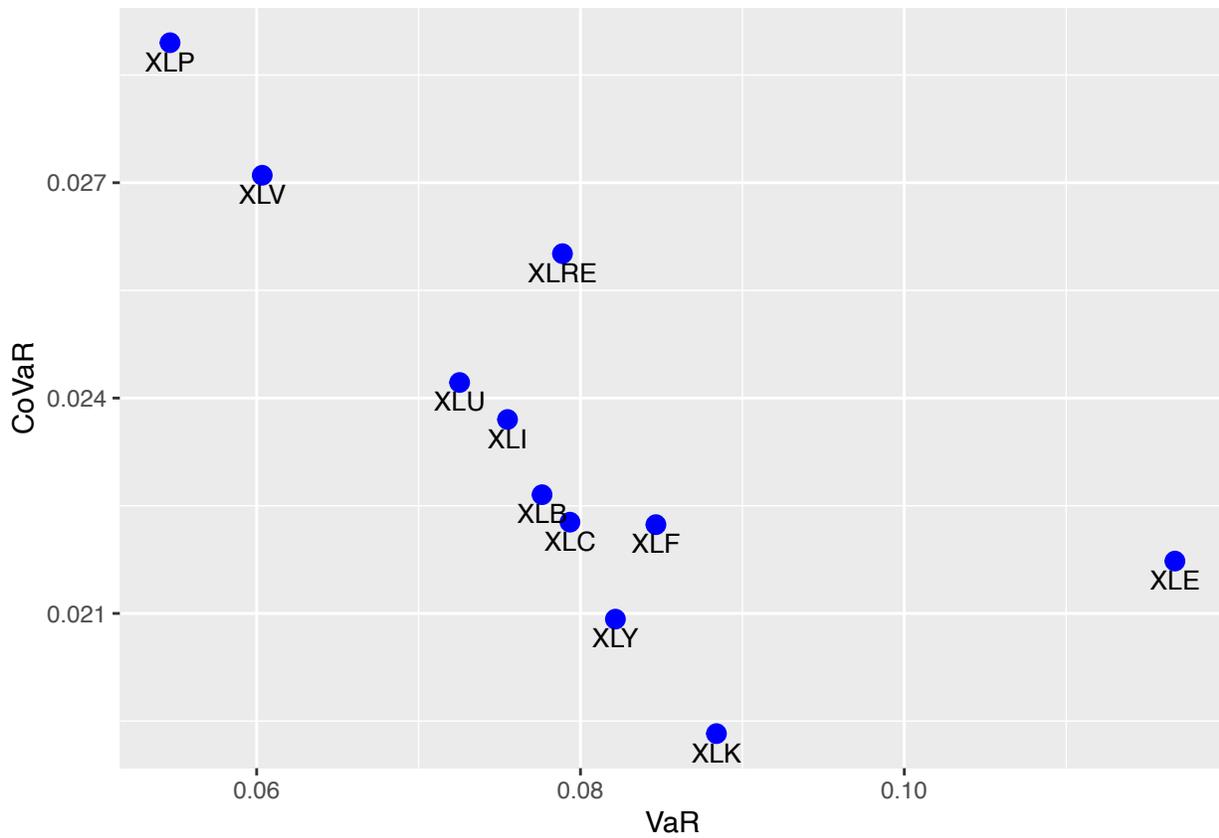


Grafico 27. VaR vs CoVaR (2018-2023).

```
df2 <- data.frame(VaR = old_var10[-10], CoVaR = covar_results2, tics = names(old_var10[-10]))
ggplot(df2, aes(x = VaR, y = CoVaR)) +
  geom_point(size = 3, color = 'red') +
  geom_text(aes(label = tics), vjust = 1.5, hjust = 0.5, size = 3.5, check_overlap = TRUE) +
  labs(x = 'VaR',
       y = 'CoVaR')
```

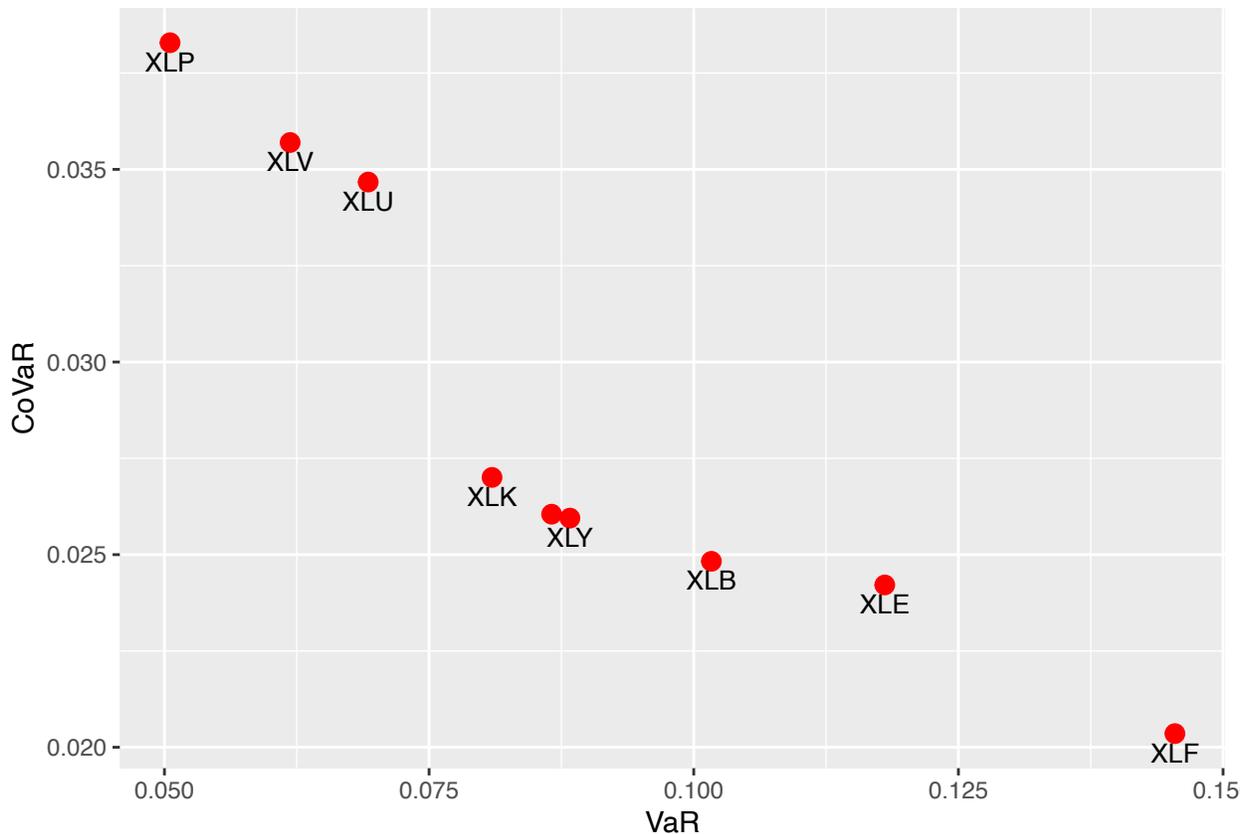


Grafico 28. VaR vs CoVaR (2006-2011).

I Grafici 27-28 ci permettono di visualizzare un comportamento interessante, che tuttavia potrebbe sembrare controintuitivo: viene evidenziata, nei due periodi di riferimento, una relazione inversamente lineare tra i valori di VaR e CoVaR relativi ai singoli ETF.

La tendenza osservata nel grafico può essere interpretata attraverso diverse prospettive. Gli ETF con un VaR più elevato (come XLE) possono avere una correlazione inferiore con lo SPY durante i periodi di crisi, riducendo così il loro CoVaR. In altre parole, sebbene questi ETF siano rischiosi di per sé, la loro performance non è strettamente legata a quella del mercato generale durante le crisi, dimostrando un effetto di diversificazione. Inoltre, gli ETF con un VaR più elevato (come XLE) possono avere una correlazione inferiore con lo SPY durante i periodi di crisi, riducendo così il loro CoVaR. Nello specifico, sebbene questi ETF siano rischiosi di per sé, la loro performance non è strettamente legata a quella del mercato generale durante le crisi, dimostrando un effetto di diversificazione.

```
df3 <- data.frame(VaR = var_10[-12], Delta_CoVaR = delta_results, tics = names(var_10[-12]))
ggplot(df3, aes(x = VaR, y = Delta_CoVaR)) +
  geom_point(size = 3, color = 'green') +
  geom_text(aes(label = tics), vjust = 1.5, hjust = 0.5, size = 3.5, check_overlap = TRUE) +
  labs(x = 'VaR',
       y = 'Delta CoVaR')
```

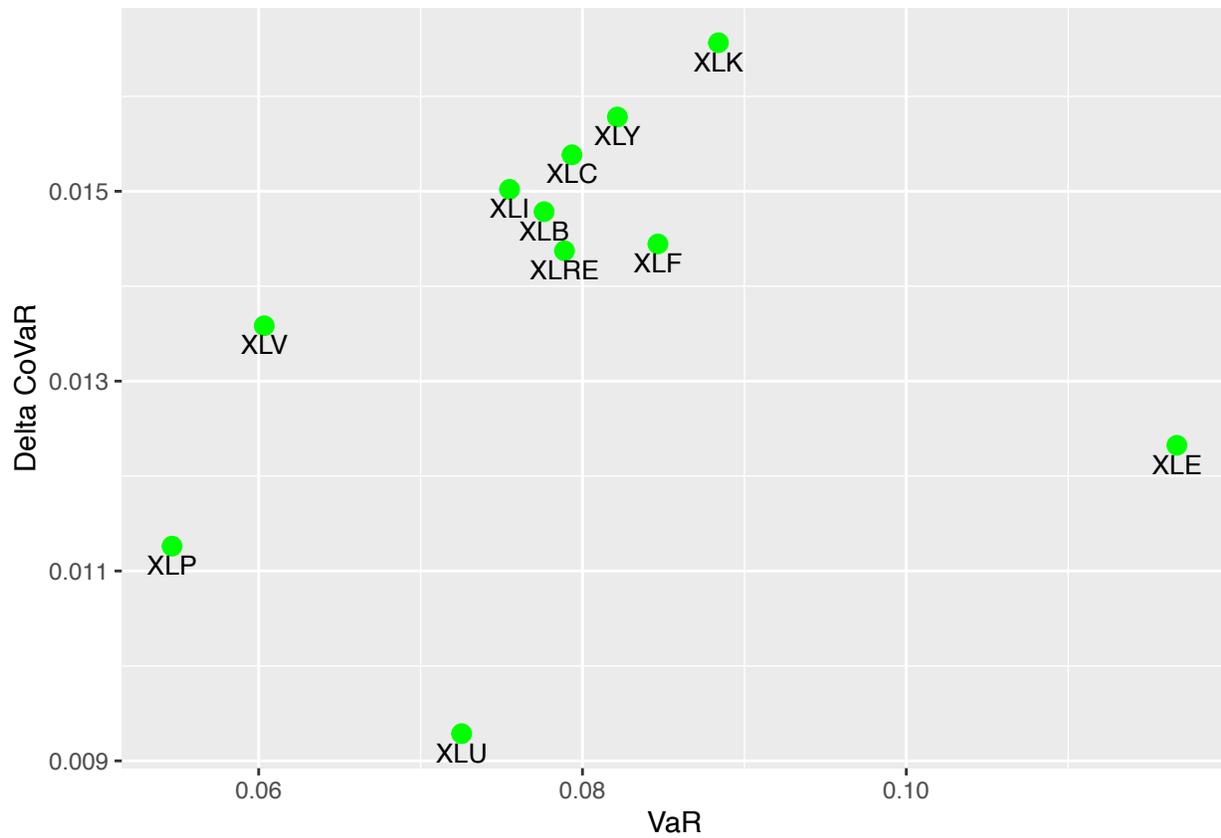


Grafico 29. VaR vs Delta CoVaR (2018-2023).

```
df4 <- data.frame(VaR = old_var10[-10], Delta_CoVaR = delta_results2, tics = names(old_var10[-10]))
ggplot(df4, aes(x = VaR, y = Delta_CoVaR)) +
  geom_point(size = 3, color = 'purple') +
  geom_text(aes(label = tics), vjust = 1.5, hjust = 0.5, size = 3.5, check_overlap = TRUE) +
  labs(x = 'VaR',
       y = 'Delta CoVaR')
```

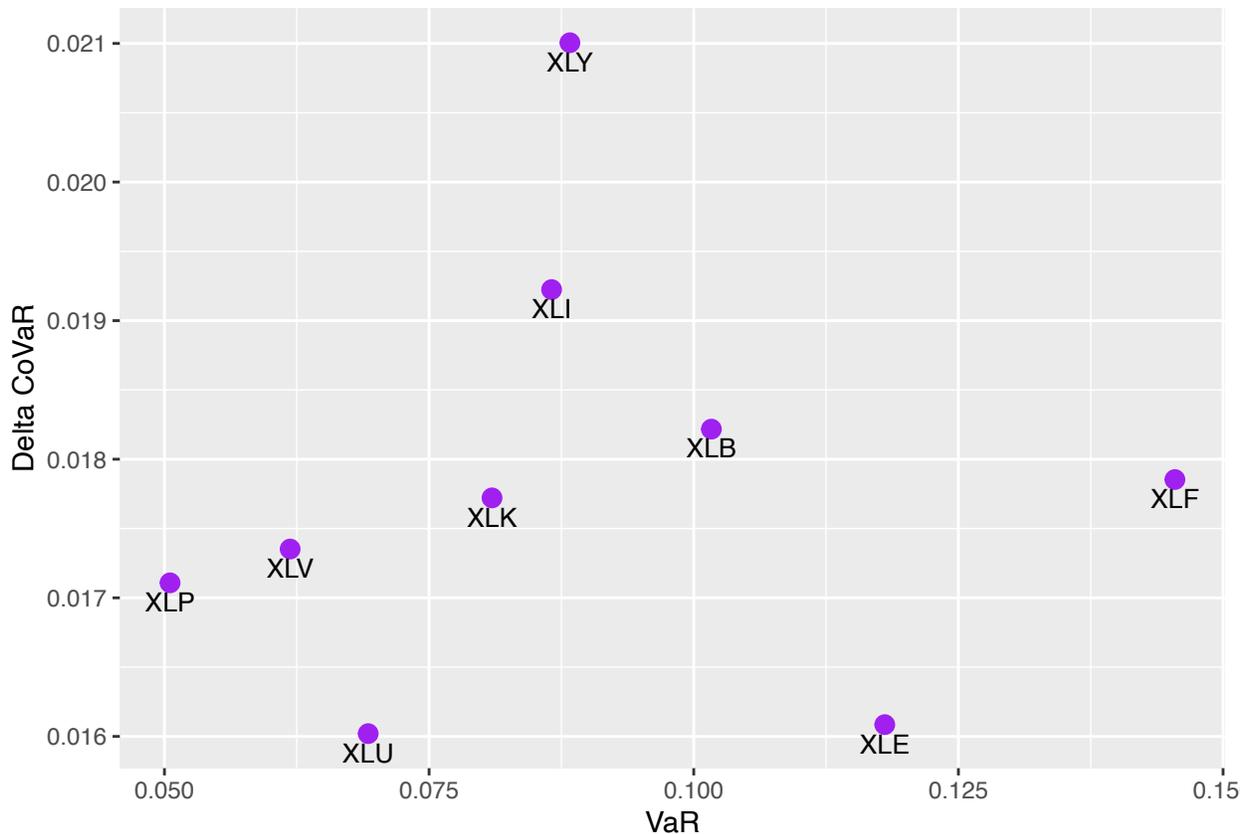


Grafico 30. VaR vs Delta CoVaR (2006-2011).

La mancanza di una chiara correlazione tra VaR e Delta CoVaR può essere spiegata da vari fattori. Il VaR cattura solo il rischio individuale di un settore, mentre il Delta CoVaR misura l'interazione tra il rischio di un settore e il sistema finanziario nel suo complesso. Durante periodi di stress, alcuni settori potrebbero avere un alto VaR ma essere relativamente isolati dal sistema finanziario, riducendo il loro contributo al rischio sistemico. Inoltre, la struttura del mercato e le interconnessioni tra i settori giocano un ruolo cruciale nel determinare il rischio sistemico, rendendo la relazione tra VaR e Delta CoVaR più complessa e non lineare.

In sintesi, questi grafici mostrano che il rischio individuale e il contributo al rischio sistemico sono due concetti distinti e che la relazione tra essi non è necessariamente diretta. Questo sottolinea l'importanza di considerare entrambe le misure per una valutazione completa del rischio finanziario.

Capitolo 8: CoVaR Rolling Window

Nel proseguo del presente elaborato, si è deciso di concentrare le analisi esclusivamente sul periodo 2018-2023 per ragioni di praticità. Questa decisione mira a migliorare la fruibilità del lavoro e a ridurre il volume di analisi duplicate, mantenendo comunque un elevato livello di rigore metodologico.

La successiva analisi riguarda la costruzione di una finestra mobile del CoVaR, una metodologia avanzata utilizzata per valutare la variazione del rischio sistemico nel tempo. Invece di calcolare il CoVaR su un intero periodo di analisi, si suddivide il periodo in finestre temporali più piccole per ognuna delle quali si ottiene un valore del CoVaR. Questo approccio consente di osservare come il rischio sistemico e l'interdipendenza tra i vari settori cambiano nel corso del tempo, offrendo una visione più dettagliata e dinamica delle condizioni di mercato.

Utilizzare il CoVaR Rolling Window nella nostra analisi è particolarmente utile per catturare le variazioni temporali del rischio, specialmente durante periodi di turbolenza economica o crisi finanziarie. Questo

metodo permette di identificare specifici intervalli temporali in cui il rischio sistemico aumenta o diminuisce, consentendo una comprensione più approfondita delle dinamiche di rischio tra i settori.

```

rolling_regression <- function(data) {
  rq_result <- rq(data[, 1] ~ data[, 2], tau = 0.95)
  beta_0 <- coef(rq_result)[1]
  beta_1 <- coef(rq_result)[2]
  x_95 <- quantile(data[, 1], 0.95)
  covar <- beta_0 + beta_1 * x_95
  return(covar)
}

xlc_r <- rollapply(cbind(returns$SPY, returns$XLC), width = 100,
                  FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")
xly_r <- rollapply(cbind(returns$SPY, returns$XLY), width = 100,
                  FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")
xlp_r <- rollapply(cbind(returns$SPY, returns$XLP), width = 100,
                  FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")
xle_r <- rollapply(cbind(returns$SPY, returns$XLE), width = 100,
                  FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")
xlf_r <- rollapply(cbind(returns$SPY, returns$XLF), width = 100,
                  FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")
xlv_r <- rollapply(cbind(returns$SPY, returns$XLV), width = 100,
                  FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")
xli_r <- rollapply(cbind(returns$SPY, returns$XLI), width = 100,
                  FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")
xlb_r <- rollapply(cbind(returns$SPY, returns$XLB), width = 100,
                  FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")
xlre_r <- rollapply(cbind(returns$SPY, returns$XLRE), width = 100,
                   FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")
xlk_r <- rollapply(cbind(returns$SPY, returns$XLK), width = 100,
                   FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")
xlu_r <- rollapply(cbind(returns$SPY, returns$XLU), width = 100,
                   FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")

covar_roll <- cbind(xlc_r, xly_r, xlp_r, xle_r, xlf_r, xlv_r, xli_r, xlb_r, xlre_r, xlk_r, xlu_r)
covar_roll <- na.omit(covar_roll)
colnames(covar_roll) <- c("XLC", "XLY", "XLP", "XLE", "XLF", "XLV", "XLI", "XLB", "XLRE", "XLK", "XLU")
covar_roll$window <- c(1:1293)

ggplot(covar_roll, aes(x = window)) +
  geom_line(aes(y = XLC, color = "Communication Services")) +
  geom_line(aes(y = XLY, color = "Consumer Discretionary")) +
  geom_line(aes(y = XLP, color = "Consumer Staples")) +
  geom_line(aes(y = XLE, color = "Energy")) +
  geom_line(aes(y = XLF, color = "Financials")) +
  geom_line(aes(y = XLV, color = "Health Care")) +
  geom_line(aes(y = XLI, color = "Industrials")) +
  geom_line(aes(y = XLB, color = "Materials")) +
  geom_line(aes(y = XLRE, color = "Real Estate")) +
  geom_line(aes(y = XLK, color = "Technology")) +
  geom_line(aes(y = XLU, color = "Utilities")) +
  labs(x = "Window",
       y = "CoVaR",

```

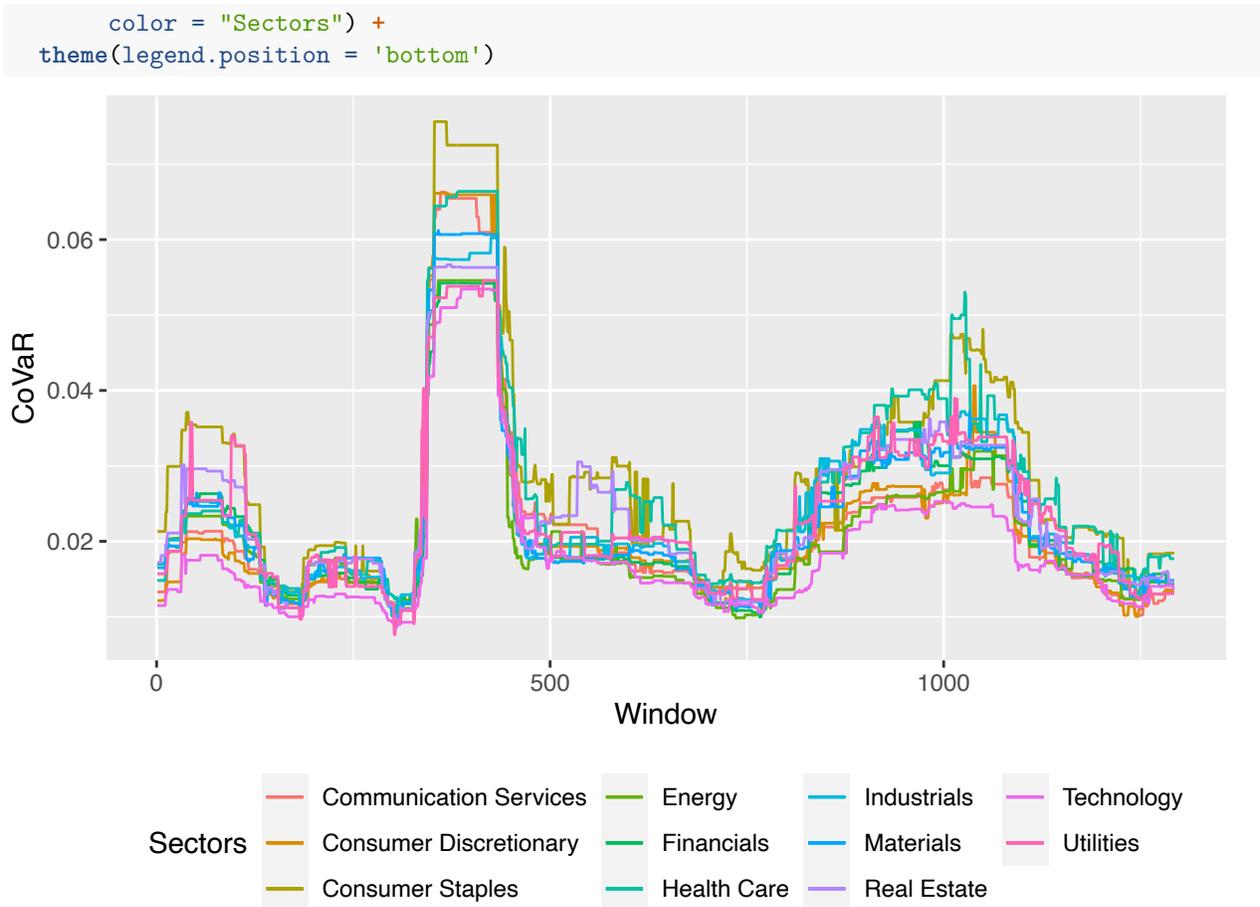


Grafico 31. 100 Day Rolling Window Risk (2018-2023).

Il Grafico 31 rivela dettagli cruciali sull'evoluzione del rischio sistemico associato a ciascun settore degli ETF nel tempo. Ogni linea rappresenta il CoVaR calcolato su finestre mobili di 100 giorni, permettendo di osservare come le interdipendenze tra settori e il rischio sistemico si evolvano durante periodi di tranquillità e di turbolenza.

Come era prevedibile, si nota un significativo aumento del CoVaR attorno al 2020, corrispondente alla crisi pandemica. Questo picco riflette l'elevato rischio sistemico dovuto alle perturbazioni economiche globali e alla volatilità dei mercati. Settori come l'energia (XLE) e i beni di consumo discrezionali (XLY) mostrano picchi particolarmente pronunciati, indicando la loro maggiore vulnerabilità durante questa fase.

Dopo il picco del 2020, il CoVaR mostra una tendenza alla diminuzione, segnalando un graduale recupero e stabilizzazione dei mercati. Tuttavia, è interessante notare che non tutti i settori recuperano alla stessa velocità. Ad esempio, il settore energetico mostra una stabilizzazione più lenta rispetto ad altri settori come la tecnologia (XLK) e i servizi di comunicazione (XLC), suggerendo una persistenza del rischio sistemico più a lungo in alcuni settori.

Oltre ai picchi associati a eventi specifici, il grafico evidenzia anche fluttuazioni minori e trend di lungo periodo nel CoVaR. Ad esempio, il settore dei materiali (XLB) mostra oscillazioni periodiche, mentre il settore della tecnologia (XLK) presenta una tendenza più lineare. Queste differenze riflettono la diversa natura delle interconnessioni economiche e finanziarie tra i settori.

Capitolo 9: Costruzione del Portafoglio ETF

Diversificazione e Sharpe Ratio

Costruire un portafoglio diversificato utilizzando ETF rappresenta una strategia fondamentale per attenuare la componente settoriale di rischio, emersa chiaramente dalle nostre analisi precedenti. Sinora, abbiamo osservato come i vari settori presentino rischi specifici e distinti, con implicazioni significative sulla stabilità e performance complessiva del mercato. La creazione di un portafoglio multi-settoriale mira a distribuire il rischio attraverso diversi segmenti economici, mitigando così l'impatto negativo che eventuali shock settoriali potrebbero avere.

L'ottimizzazione del portafoglio viene effettuata utilizzando il metodo di Programmazione Lineare (ROI) con l'obiettivo di massimizzare il rapporto di Sharpe. Questo implica un equilibrio ottimale tra rendimento atteso e rischio, misurato attraverso la deviazione standard dei rendimenti. Ho imposto vincoli di investimento completi, solo posizioni lunghe e limiti di allocazione specifici per ogni asset, con l'intento di garantire una gestione del rischio disciplinata e una diversificazione efficace.

Confrontare il portafoglio ottimizzato con l'SPY, un ETF che replica l'S&P 500, è cruciale per valutare l'efficacia della nostra strategia di investimento. L'SPY rappresenta un benchmark consolidato e ampiamente utilizzato, riflettendo la performance complessiva del mercato azionario statunitense. Tale confronto non è meramente accademico, ma fornisce insights pratici su come il nostro portafoglio diversificato si comporta in termini di rischio-rendimento rispetto a una strategia passiva che investe in tutto il mercato.

```
assets <- c("XLC", "XLY", "XLP", "XLE", "XLF", "XLV", "XLI", "XLB", "XLRE", "XLK", "XLU")
portfolio_r <- returns[, -12]

portfolio <- portfolio.spec(assets = assets)
portfolio <- add.constraint(portfolio, type = 'full_investment')
portfolio <- add.constraint(portfolio, type = "long_only")
portfolio <- add.constraint(portfolio, type = "box", min = 0.05, max = 0.25)

portfolio <- add.objective(portfolio, type="return", name="mean")
portfolio <- add.objective(portfolio, type="risk", name="StdDev")

port.opt <- optimize.portfolio(R = portfolio_r, portfolio = portfolio, optimize_method = "ROI", maxSR =

weights <- pluck(.x = port.opt, 'weights')
weights_df <- data.frame(weights)
```

Pesi del Portafoglio Ottimizzato

	weights
XLC	0.05000
XLY	0.05000
XLP	0.18644
XLE	0.05000
XLF	0.05000
XLV	0.16356
XLI	0.05000
XLB	0.05000
XLRE	0.05000
XLK	0.25000
XLU	0.05000

Il portafoglio ottimizzato risultante è composto dal 25% di XLK, dal 18,64% di XLP, dal 16,35% di XLV e da un peso minimo del 5% in ogni altro ETF.

```

port_r <- Return.portfolio(R = portfolio_r, weights = weights, geometric = FALSE)

plot_optimized_vs_spy <- function() {
  plot(cumsum(port_r))
  lines(cumsum(returns$SPY), col = 'red')
}

# Chiamare la funzione per tracciare il grafico
plot_optimized_vs_spy()

```

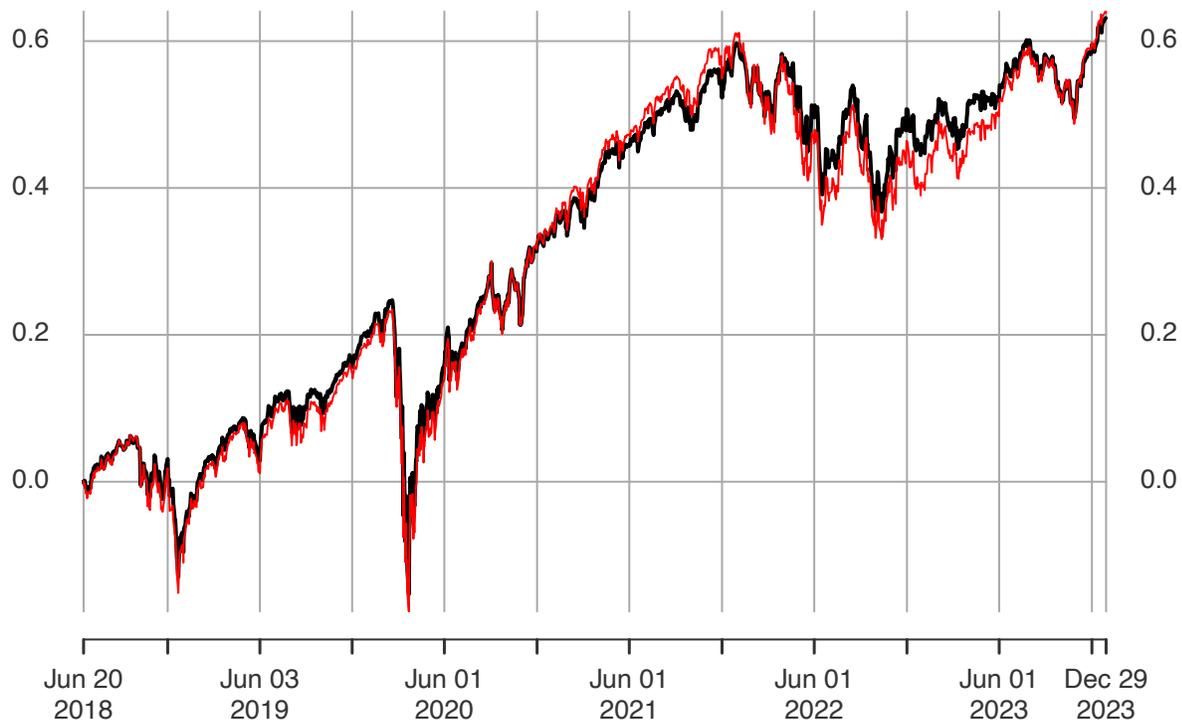


Grafico 32. Optimized Portfolio vs SPY (Rosso).

Il Grafico 32 rappresenta il confronto tra la performance del portafoglio ottimizzato e quella dell'SPY, un ETF che replica l'indice S&P 500, nel periodo dal 20 giugno 2018 al 29 dicembre 2023. Il portafoglio ottimizzato è rappresentato dalla linea nera, mentre la linea rossa rappresenta l'SPY.

L'analisi visiva del grafico mostra che il portafoglio ottimizzato segue da vicino l'andamento dell'SPY, indicando che la strategia di ottimizzazione ha prodotto un portafoglio che si comporta in modo simile a un investimento passivo nell'S&P 500. Tuttavia, ci sono alcune differenze nei movimenti di prezzo che suggeriscono che il portafoglio ottimizzato potrebbe aver offerto vantaggi in termini di rendimento o rischio rispetto all'SPY in certi periodi.

```

port_stats <- data.frame(Mean = mean(port_r), `Standard Deviation` = sd(port_r))
spy_stats <- data.frame(Mean = mean(returns$SPY), `Standard Deviation` = sd(returns$SPY))

port_stats_df <- data.frame(port_stats)
rownames(port_stats_df) <- "Portafoglio"

```

Rischio e rendimento del Portafoglio

	Mean	Standard.Deviation
Portafoglio	0.0004521695	0.01242133

```
spy_stats_df <- data.frame(spy_stats)
rownames(spy_stats_df) <- "SPY"
```

Rischio e rendimento SPY

	Mean	Standard.Deviation
SPY	0.0004579018	0.01306532

Questi valori indicano che il portafoglio ottimizzato ha una deviazione standard leggermente inferiore rispetto all'SPY, suggerendo una minore volatilità. Tuttavia, la media dei rendimenti è anche leggermente inferiore rispetto all'SPY.

```
rf_annual <- 0.01

trading_days <- 252
rf_daily <- (1 + rf_annual)^(1/trading_days) - 1

sharpe_SPY <- (mean(returns$SPY) - rf_daily) / sd(returns$SPY)
sharpe_SPY_df <- data.frame(sharpe_SPY)
rownames(sharpe_SPY_df) <- "Sharpe Ratio"
```

Sharpe Ratio SPY

	sharpe_SPY
Sharpe Ratio	0.03202489

```
sharpe_port <- (mean(port_r) - rf_daily) / sd(port_r)
sharpe_port_df <- data.frame(sharpe_port)
rownames(sharpe_port_df) <- "Sharpe Ratio"
```

Sharpe Ratio del Portafoglio

	sharpe_port
Sharpe Ratio	0.03322376

Il portafoglio ottimizzato è leggermente più efficiente in termini di rischio-rendimento rispetto a SPY. Questo è evidenziato dal rapporto di Sharpe più alto del portafoglio ottimizzato. Nonostante la media dei rendimenti del portafoglio sia leggermente inferiore, la sua volatilità inferiore contribuisce a un rapporto di Sharpe migliore. Questa analisi suggerisce che l'ottimizzazione del portafoglio ha portato a una composizione che offre un miglior equilibrio tra rischio e rendimento rispetto a un investimento puramente in SPY. La capacità di battere l'SPY mantenendo un rischio inferiore o comparabile evidenzerebbe la validità della nostra strategia di allocazione degli asset, supportando la tesi che una gestione attiva e diversificata del portafoglio possa portare a performance superiori rispetto a un approccio passivo.

VaR Rolling Window

```
port_roll <- rollapply(port_r, width = 100, FUN = function(x) va_r(x))
port_roll <- na.omit(port_roll)
port_roll <- abs(port_roll)

com_var <- cbind(roll, port_roll)
```

```

plot_with_lines_var <- function() {
  plot(com_var$portfolio.returns, col = 'blue', lwd = 2)
  lines(com_var$XLC, col = 'grey')
  lines(com_var$XLY, col = 'grey')
  lines(com_var$XLP, col = 'grey')
  lines(com_var$XLE, col = 'grey')
  lines(com_var$XLF, col = 'grey')
  lines(com_var$XLV, col = 'grey')
  lines(com_var$XLI, col = 'grey')
  lines(com_var$XLB, col = 'grey')
  lines(com_var$XLRE, col = 'grey')
  lines(com_var$XLK, col = 'grey')
  lines(com_var$XLU, col = 'grey')
}

plot_with_lines_var()

```

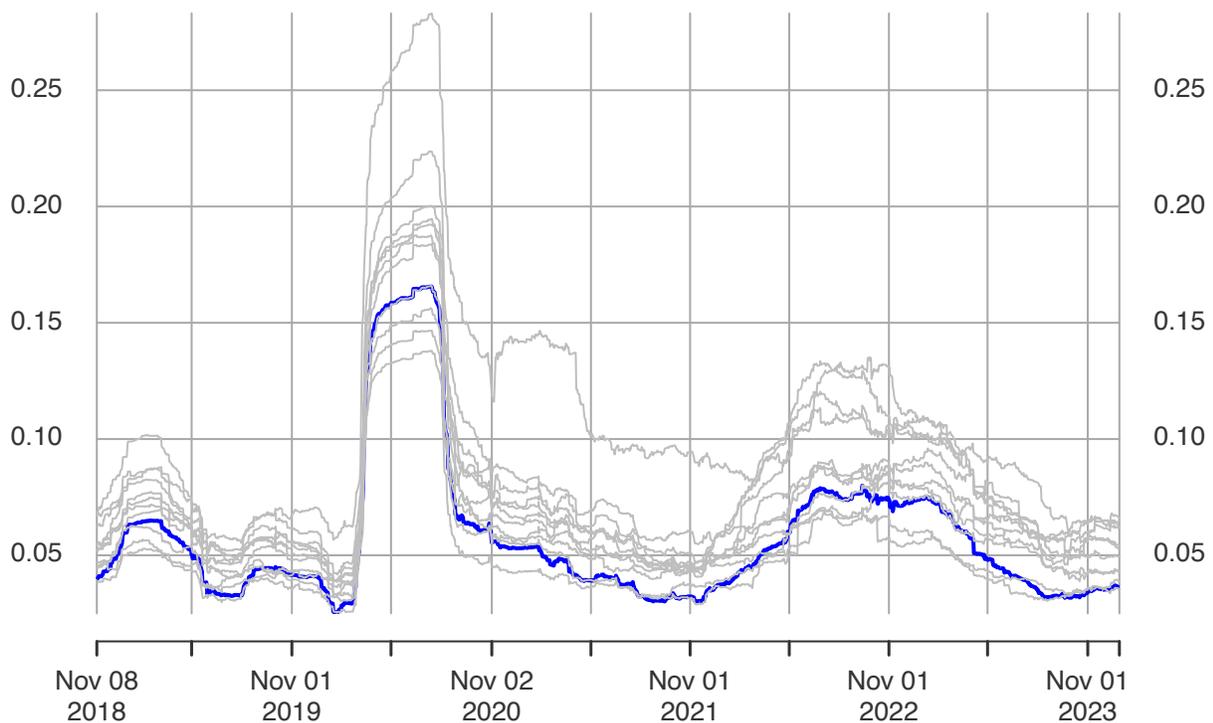


Grafico 33. Portfolio Rolling VaR.

Il Grafico 33 sopra rappresenta il VaR (Value at Risk) Rolling a 100 giorni per il portafoglio ottimizzato, confrontato con i VaR dei singoli ETF dei vari settori. La linea blu indica il VaR del portafoglio, mentre le linee grigie rappresentano i VaR dei singoli ETF. Durante il periodo di analisi, notiamo come il VaR del portafoglio e degli ETF aumenti significativamente durante i periodi di turbolenza del mercato, come osservato nel picco attorno a marzo 2020, coincidente con l'inizio della pandemia di COVID-19.

Il VaR del portafoglio ottimizzato tende ad essere più contenuto rispetto ai VaR dei singoli ETF, indicando che la diversificazione all'interno del portafoglio ha effettivamente contribuito a ridurre il rischio complessivo. Questo effetto di diversificazione è particolarmente evidente nei periodi di elevata volatilità, dove il VaR del portafoglio mostra minore variabilità rispetto ai singoli ETF.

VaR vs CoVaR

```
ggplot(df1, aes(x = VaR, y = covar_results)) +  
  geom_point(size = 2) +  
  geom_point(aes(x = 0.06415, y = 0.021356), color = 'blue', size = 3) + geom_text(label = df1$tics) +  
  annotate('text', x = .064, y = .021, label = 'Portfolio') +  
  labs(x = 'VaR',  
       y = 'CoVaR')
```

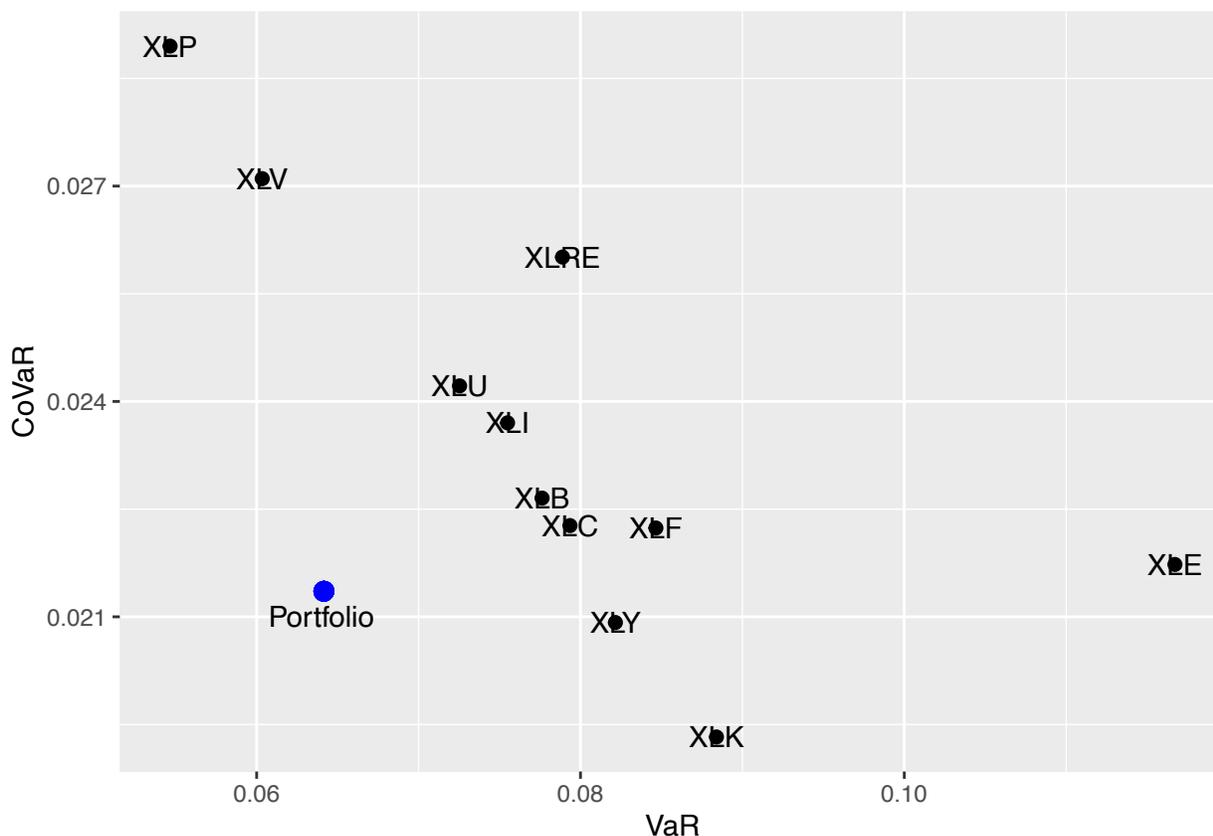


Grafico 34. VaR vs CoVaR (2018-2023).

Il Grafico 34 mostra il confronto tra il VaR (Value at Risk) e il CoVaR (Conditional Value at Risk) del portafoglio ottimizzato rispetto ai singoli ETF settoriali per il periodo 2018-2023. Osservando il grafico, possiamo notare alcune informazioni chiave. Il portafoglio ottimizzato presenta un VaR più basso rispetto alla maggior parte degli ETF settoriali, indicando che il rischio del portafoglio, misurato come perdita potenziale in condizioni normali di mercato, è inferiore. Questo suggerisce che la diversificazione ha contribuito a ridurre il rischio complessivo del portafoglio.

Inoltre, il CoVaR del portafoglio ottimizzato è uno dei più bassi tra gli ETF analizzati, indicando che il portafoglio contribuisce meno alla rischiosità sistemica rispetto ai singoli ETF. In altre parole, in condizioni di stress di mercato, il portafoglio ottimizzato tende a trasmettere meno rischi al sistema finanziario rispetto a molti degli ETF settoriali.

CoVaR Rolling Window

```
port_covar <- rollapply(cbind(returns$SPY, port_r), width = 100,  
                      FUN = rolling_regression, by.column = FALSE, align = "right")
```

```

port_covar <- na.omit(port_covar)

com_covar <- cbind(covar_roll, port_covar)

plot_with_lines <- function() {
  plot(com_covar$port_covar, col = 'blue', lwd = 2)
  lines(com_covar$XLC, col = 'grey')
  lines(com_covar$XLY, col = 'grey')
  lines(com_covar$XLP, col = 'grey')
  lines(com_covar$XLE, col = 'grey')
  lines(com_covar$XLF, col = 'grey')
  lines(com_covar$XLV, col = 'grey')
  lines(com_covar$XLI, col = 'grey')
  lines(com_covar$XLB, col = 'grey')
  lines(com_covar$XLRE, col = 'grey')
  lines(com_covar$XLK, col = 'grey')
  lines(com_covar$XLU, col = 'grey')
}

plot_with_lines()

```

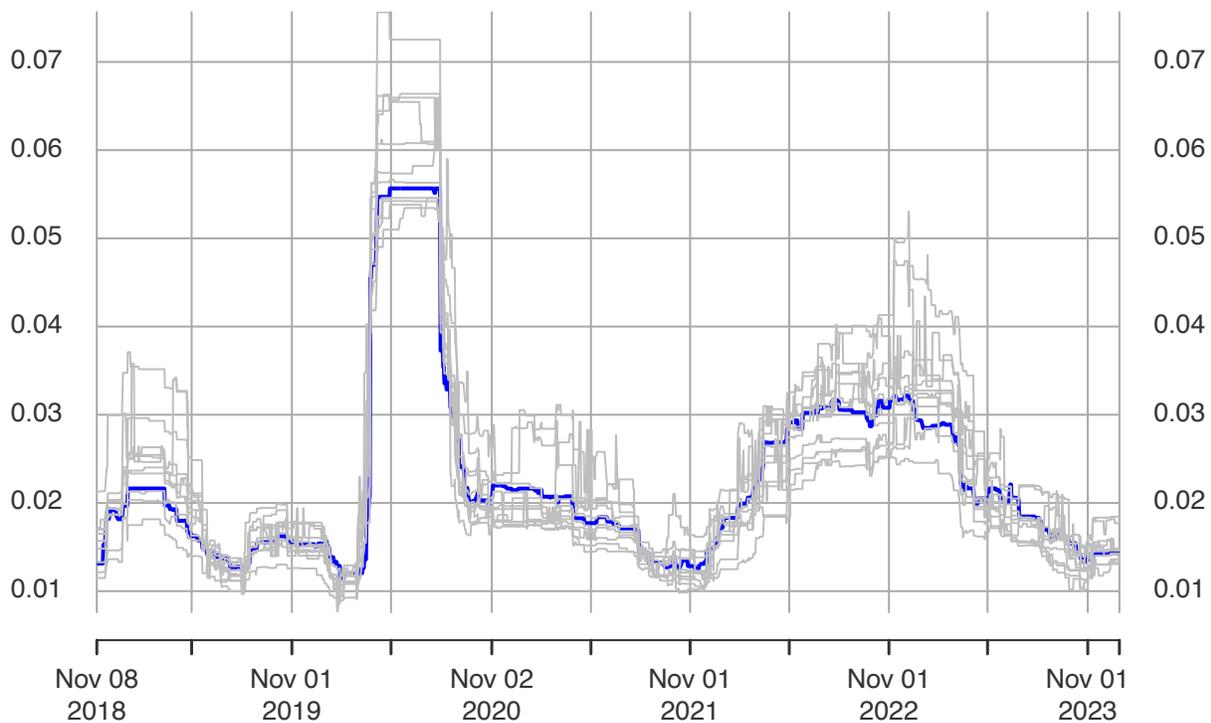


Grafico 35. Portfolio Rolling CoVaR.

Il grafico illustra l'andamento del CoVaR (Conditional Value at Risk) rolling a 100 giorni per il portafoglio ottimizzato (evidenziato in blu) e per i singoli ETF settoriali nel periodo 2018-2023. Osservando il grafico, si può notare che il CoVaR del portafoglio ottimizzato tende ad essere più stabile e generalmente inferiore rispetto a molti degli ETF individuali, specialmente durante i periodi di alta volatilità del mercato, come quello osservato all'inizio del 2020. Questo evidenzia l'efficacia della diversificazione nella riduzione del rischio sistemico. Durante il picco di volatilità, associato alla pandemia di COVID-19, il CoVaR del portafoglio

mostra un incremento, ma resta comunque contenuto rispetto ad alcuni ETF settoriali come il settore energetico (XLE), che ha subito un impatto maggiore.

Nel periodo successivo alla crisi, il CoVaR del portafoglio ottimizzato diminuisce rapidamente, riflettendo una maggiore resilienza rispetto a molti singoli settori. Ciò suggerisce che la costruzione di un portafoglio diversificato non solo riduce il rischio individuale ma anche la probabilità di trasmettere rischi al sistema finanziario complessivo.

Capitolo 10: Copula

L'utilizzo delle copule in questa analisi è motivato dalla necessità di comprendere meglio la dipendenza tra il portafoglio ottimizzato e l'indice SPY. Mentre i metodi tradizionali di correlazione lineare possono fornire un'idea della dipendenza, le copule permettono di modellare questa dipendenza in modo più dettagliato e accurato, considerando anche le code della distribuzione. Questo è cruciale per una gestione del rischio più efficace, in quanto le code della distribuzione spesso contengono informazioni critiche sugli eventi estremi, che possono avere impatti significativi sui portafogli finanziari.

Inoltre, le copule offrono un approccio più robusto e flessibile rispetto alle misure di dipendenza lineare, permettendo di catturare le dinamiche di mercato complesse e non lineari.

Nel corso dell'analisi, ho considerato sia i rendimenti originali sia quelli standardizzati. Abbiamo applicato la funzione di distribuzione cumulativa empirica (CDF) ai rendimenti originali per mantenere la scala e la posizione dei dati, facilitando l'interpretazione pratica dei risultati. Successivamente, ho condotto un'analisi di robustezza utilizzando i rendimenti standardizzati, che ha confermato la consistenza dei risultati ottenuti con la copula. Pertanto, abbiamo deciso di presentare i risultati basati sui rendimenti originali, data la loro maggiore rilevanza pratica e la coerenza con i nostri obiettivi di ricerca. Di seguito vi è, ad ogni modo, riportata anche la standardizzazione.

```
portfolio_returns <- as.numeric(port_r$portfolio.returns)
spy_returns <- as.numeric(returns$SPY)

u <- pobs(portfolio_returns)
v <- pobs(spy_returns)

# Standardizzazione delle distribuzioni marginali

# mean_port <- mean(portfolio_returns)
# standard_deviation <- sd(portfolio_returns)
# standardized_portfolio_returns <- (portfolio_returns - mean_port) / standard_deviation
# mean_spy <- mean(spy_returns)
# standard_deviation_spy <- sd(spy_returns)
# standardized_spy_returns <- (spy_returns - mean_spy) / standard_deviation_spy
# u <- pobs(standardized_portfolio_returns)
# v <- pobs(standardized_spy_returns)
```

Ho scelto di utilizzare una copula Gaussiana per modellare la dipendenza tra i rendimenti del portafoglio e quelli dell'SPY. La copula Gaussiana è una scelta comune grazie alla sua flessibilità e alla facilità di interpretazione dei parametri di dipendenza. Ho utilizzato il metodo della massima verosimiglianza per ottimizzare i parametri della copula.

```
g_copula <- normalCopula(dim = 2)
data <- cbind(u, v)

fit <- try(fitCopula(g_copula, data, method = "ml"), silent = TRUE)

if (class(fit) == "try-error") {
```

```
warning("L'ottimizzazione non è convergente. Considera di cambiare metodo o parametri iniziali.")
} else {
  summary(fit)
}
```

```
Call: fitCopula(g_copula, data = data, ... = pairlist(method = "ml"))
Fit based on "maximum likelihood" and 1392 2-dimensional observations.
Normal copula, dim. d = 2
      Estimate Std. Error
rho.1  0.9872          0
The maximized loglikelihood is 2550
Optimization converged
Number of loglikelihood evaluations:
function gradient
      21          21
```

L'output del fit ci ha mostrato un elevato coefficiente di correlazione (0.9872), indicando una forte dipendenza tra il portafoglio ottimizzato e l'SPY. Questo risultato era atteso, data la composizione del portafoglio e la natura del mercato azionario durante il periodo analizzato. Successivamente l'analisi prevede la simulazione di nuovi dati utilizzando la copula Gaussiana precedentemente stimata. Questa procedura ci permette di esplorare ulteriormente la relazione tra i rendimenti del portafoglio ottimizzato e quelli dell'indice SPY, sfruttando la struttura di dipendenza catturata dalla copula.

Dopo aver adattato la copula Gaussiana ai dati, abbiamo estratto il parametro di dipendenza stimato. Questo parametro rappresenta la correlazione tra le due variabili nella copula Gaussiana. Ho quindi utilizzato la copula Gaussiana per generare nuovi dati simulati, mantenendo la struttura di dipendenza osservata nei dati originali. Questo è stato fatto utilizzando la funzione `rCopula`, che genera campioni dalla copula specificata.

```
theta <- fit@estimate

set.seed(123)
simulated_data <- rCopula(1000, normalCopula(param = theta, dim = 2))
```

I dati simulati sono stati convertiti nelle distribuzioni marginali originali utilizzando le distribuzioni quantili dei rendimenti del portafoglio e dell'SPY. Questo passo è cruciale per interpretare correttamente i dati simulati nel contesto delle distribuzioni di rendimento originali.

```
simulated_portfolio_returns <- quantile(portfolio_returns, probs = simulated_data[,1])
simulated_spy_returns <- quantile(spy_returns, probs = simulated_data[,2])

plot(simulated_portfolio_returns, simulated_spy_returns,
      xlab = "Rendimenti Portfolio", ylab = "Rendimenti SPY")
```

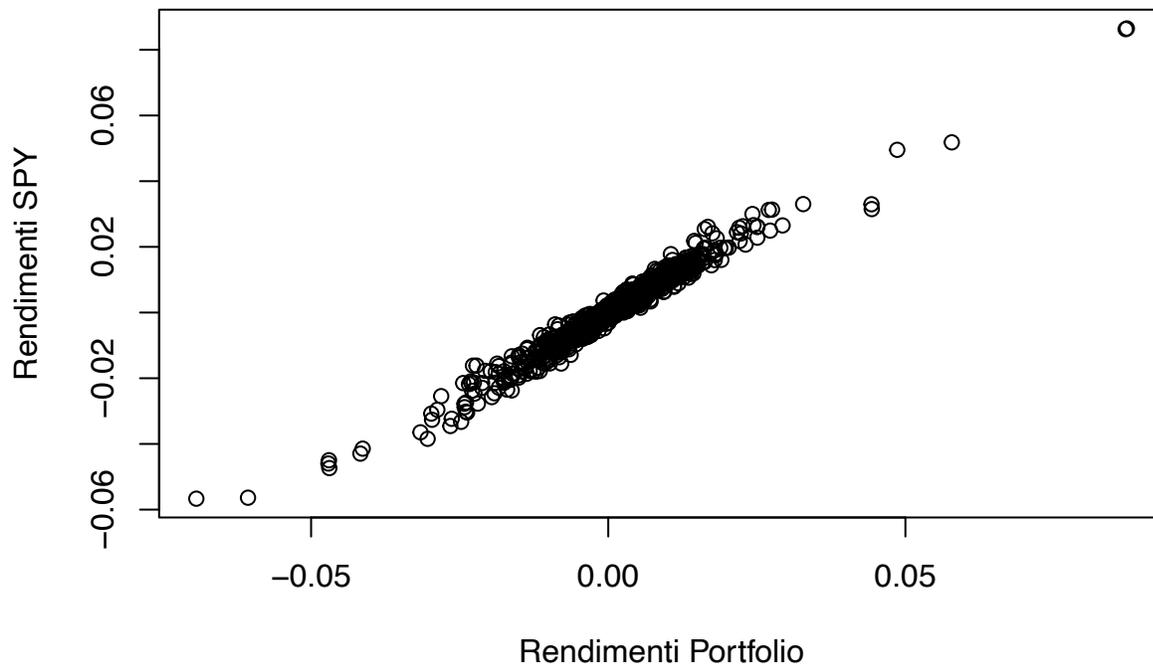


Grafico 36. Simulated Portfolio vs SPY Returns.

Il grafico risultante mostra una chiara correlazione positiva tra i due, come ci si aspetterebbe data la forte dipendenza rilevata dalla copula, confermando che la struttura di dipendenza catturata dalla copula Gaussiana è stata mantenuta nella simulazione. Questo risultato rafforza la validità della nostra analisi della copula e dimostra come i rendimenti del portafoglio siano strettamente legati a quelli dell'SPY, anche in un contesto simulato.

```
plot_tail_dependence <- function(observed, simulated) {
  quantiles <- seq(0.01, 0.99, by = 0.01)
  obs_quantiles <- quantile(observed, probs = quantiles)
  sim_quantiles <- quantile(simulated, probs = quantiles)

  plot(obs_quantiles, sim_quantiles,
       xlab = "Observed Quantiles",
       ylab = "Simulated Quantiles")
  abline(0, 1, col = "red")
}

plot_tail_dependence(portfolio_returns, simulated_portfolio_returns)
```

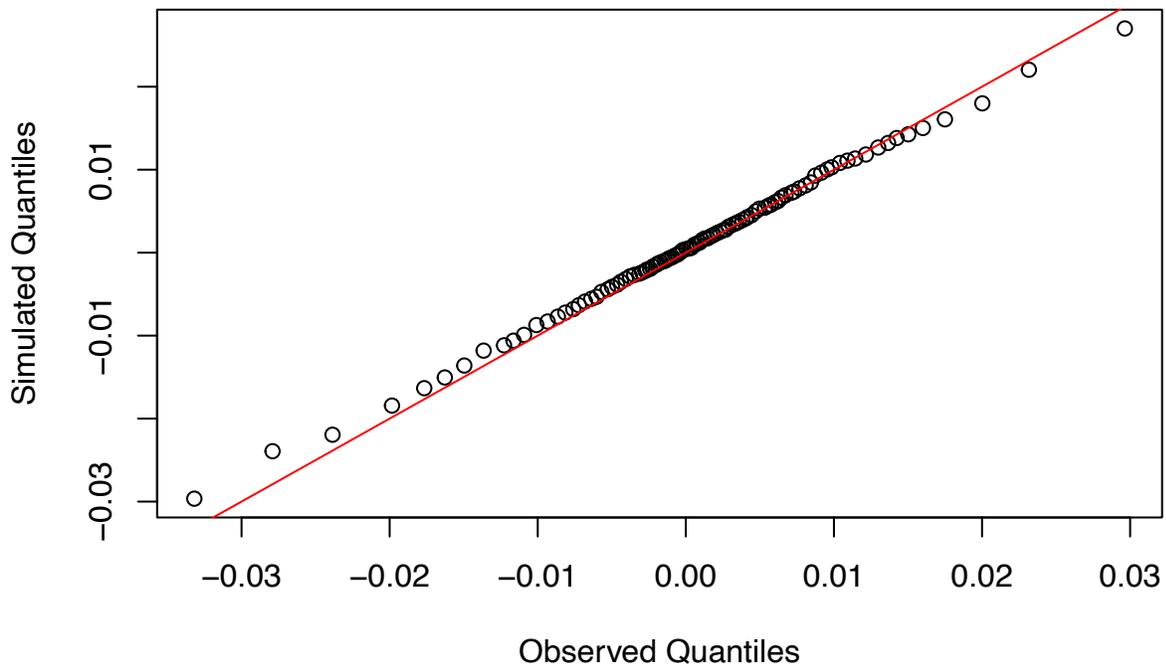


Grafico 37. Tail Dependence dei Rendimenti Portfolio.

```
plot_tail_dependence(spy_returns, simulated_spy_returns)
```

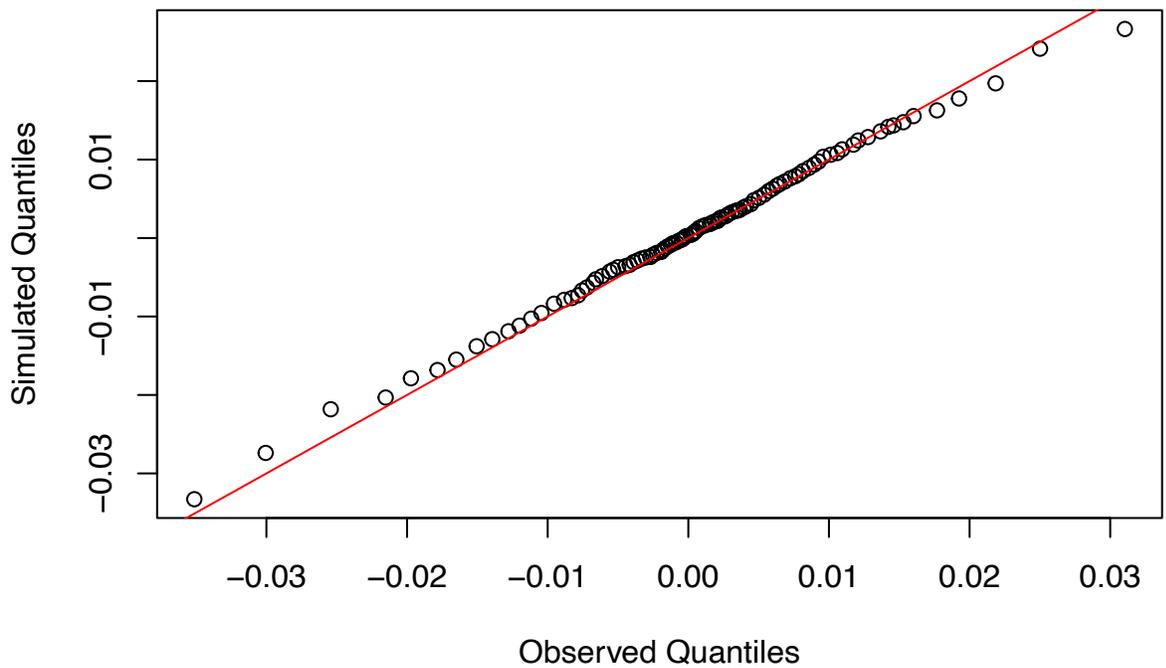


Grafico 38. Tail Dependence dei Rendimenti SPY.

```
tail_dependence <- function(u, v, tau = 0.95) {
  lambda_u <- mean(u > tau)
  lambda_v <- mean(v > tau)
  lambda_uv <- mean(u > tau & v > tau)
  lambda_uv / (lambda_u * lambda_v)
}
```

```
lambda_obs <- tail_dependence(u, v)

u_sim <- pobs(simulated_portfolio_returns)
v_sim <- pobs(simulated_spy_returns)
lambda_sim <- tail_dependence(u_sim, v_sim)
```

Tail Dependence (Observed): 18.41966

Tail Dependence (Simulated): 16.8

Questa parte finale dell'analisi è stata dedicata all'uso delle copule per modellare la dipendenza tra i rendimenti del portafoglio ottimizzato e quelli dello SPY. L'approccio delle copule è particolarmente utile quando si desidera catturare la struttura di dipendenza tra due o più variabili, andando oltre le correlazioni lineari che spesso non riescono a descrivere accuratamente la dipendenza nelle code delle distribuzioni. Questo è cruciale in finanza, dove eventi estremi (ad esempio, perdite significative) possono essere correlati in modo non lineare.

Nella nostra analisi, abbiamo prima calcolato le distribuzioni marginali empiriche per i rendimenti del portafoglio e dello SPY. Abbiamo poi utilizzato una copula Gaussiana per modellare la dipendenza tra questi rendimenti. La copula Gaussiana è stata scelta per la sua semplicità e per la sua capacità di catturare la dipendenza lineare, pur consentendo una certa flessibilità nella modellazione della struttura di dipendenza complessiva.

Il fitting della copula ha mostrato un alto valore del parametro di dipendenza ($\rho = 0.9872$), suggerendo una forte dipendenza tra i rendimenti del portafoglio e quelli dello SPY. Questo è stato seguito da una simulazione di nuovi dati utilizzando la copula stimata, permettendoci di generare distribuzioni marginali simulate per entrambi i rendimenti.

I grafici ottenuti dalle simulazioni mostrano la relazione tra i rendimenti simulati del portafoglio e dello SPY. Questi grafici ci permettono di valutare visivamente la dipendenza nelle code tra le distribuzioni osservate e simulate. Le linee rosse nei grafici di dipendenza delle code (Tail Dependence) indicano una buona concordanza tra i quantili osservati e simulati, confermando la validità del modello di copula utilizzato.

Il coefficiente di dipendenza delle code (tail dependence coefficient) è stato calcolato per entrambi i set di dati osservati e simulati. Il valore osservato di 18.42 e il valore simulato di 16.8 suggeriscono che la copula Gaussiana è stata in grado di catturare in modo ragionevole la struttura di dipendenza nelle code, anche se con una lieve sottostima.

In sintesi, l'uso delle copule ha permesso di modellare con maggiore precisione la dipendenza tra i rendimenti del portafoglio e dello SPY, specialmente per quanto riguarda gli eventi estremi. Questo approccio fornisce una comprensione più dettagliata dei rischi correlati e consente una gestione del rischio più informata.

```
clayton_copula <- claytonCopula(dim = 2)
fit_clayton <- fitCopula(clayton_copula, cbind(u, v), method = "ml")

theta_clayton <- fit_clayton@estimate

set.seed(123)
simulated_clayton_data <- rCopula(1000, claytonCopula(param = theta_clayton, dim = 2))

simulated_clayton_portfolio_returns <- quantile(portfolio_returns, simulated_clayton_data[,1])
simulated_clayton_spy_returns <- quantile(spy_returns, simulated_clayton_data[,2])

plot(simulated_clayton_portfolio_returns, simulated_clayton_spy_returns,
     xlab = "Rendimenti Portfolio", ylab = "Rendimenti SPY")
```

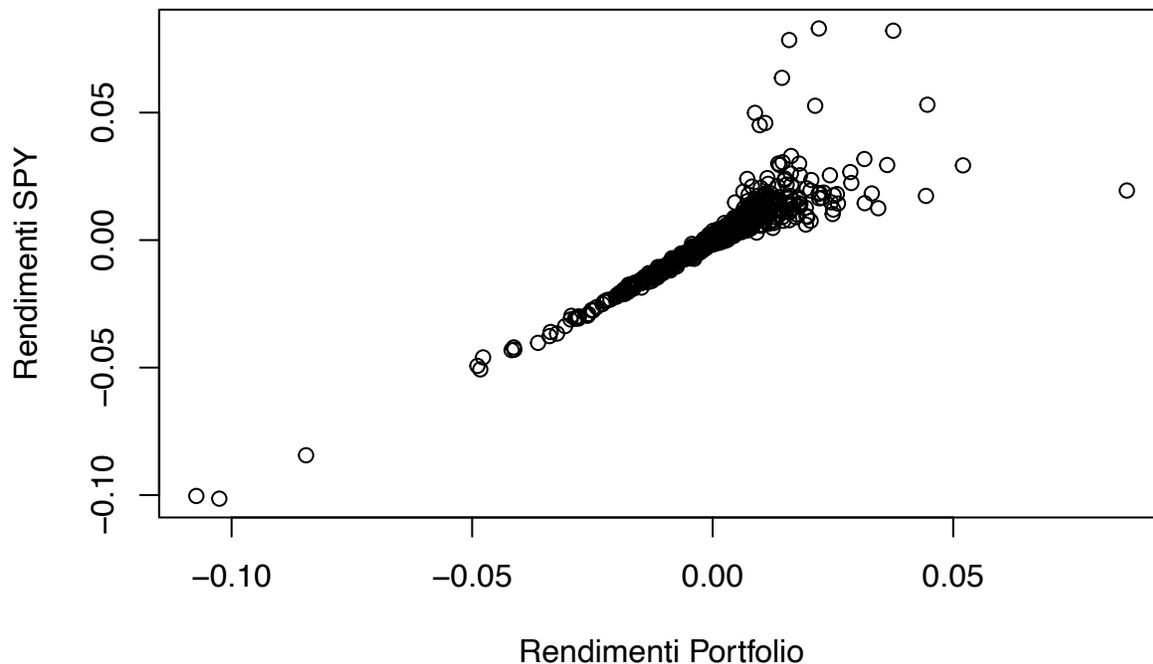


Grafico 39. Simulated Portfolio vs Rendimenti SPY (Clayton Copula).

Nell'ultima parte dell'analisi, abbiamo utilizzato la copula Clayton per modellare la dipendenza tra i rendimenti del portafoglio ottimizzato e quelli dello SPY. La copula Clayton è particolarmente utile quando si vuole catturare la dipendenza tra variabili nelle code delle distribuzioni, ovvero nei casi di eventi estremi. Questo tipo di copula è particolarmente indicato per modellare la dipendenza in situazioni di stress finanziario.

Abbiamo dapprima stimato i parametri della copula Clayton utilizzando il metodo della massima verosimiglianza. Una volta ottenuti i parametri, abbiamo simulato nuovi dati per entrambe le distribuzioni marginali. La visualizzazione dei dati simulati, come mostrato nel grafico, ci permette di confrontare i rendimenti simulati del portafoglio con quelli dello SPY.

Il grafico mostra una chiara dipendenza tra i rendimenti del portafoglio e quelli dello SPY, evidenziando come i dati simulati rispecchino bene la struttura di dipendenza osservata nei dati reali. Questo è particolarmente utile per comprendere come i rendimenti del portafoglio e dello SPY possono comportarsi in condizioni di mercato estreme.

L'uso della copula Clayton ci ha permesso di modellare in modo più accurato la dipendenza nelle code delle distribuzioni rispetto alla copula Gaussiana, che è più adatta a catturare la dipendenza lineare. Questo approccio fornisce una comprensione più approfondita dei rischi correlati, permettendo una gestione del rischio più informata e robusta, soprattutto in scenari di stress finanziario.

In sintesi, la simulazione con la copula Clayton ci ha fornito una visione dettagliata della relazione tra i rendimenti del portafoglio e quelli dello SPY, migliorando la nostra capacità di valutare il rischio e di prendere decisioni informate in condizioni di mercato avverse.

Conclusioni

L'analisi condotta in questa tesi ha fornito una comprensione approfondita delle caratteristiche di rischio-rendimento di diversi ETF settoriali statunitensi nei periodi 2006-2011 e 2018-2023. Utilizzando metodologie quantitative avanzate, siamo riusciti a identificare importanti dinamiche di mercato e a fornire spunti pratici per una gestione del rischio più efficace.

Il calcolo del Value at Risk (VaR) per i due periodi ha mostrato che alcuni settori, come l'Energia (XLE) e il Finanziario (XLF), presentano un rischio maggiore rispetto ad altri. Questo è evidente non solo nei

momenti di crisi, ma anche nelle fasi di mercato più stabili. La metodologia del CoVaR ha permesso di evidenziare come il rischio di un singolo ETF possa influenzare l'intero portafoglio, dimostrando la rilevanza delle interdipendenze settoriali. In particolare, settori come il Consumo Discrezionale (XLY) e la Tecnologia (XLK) hanno mostrato una significativa trasmissione del rischio sistemico.

L'approccio rolling window per il calcolo del VaR e del CoVaR ha evidenziato l'evoluzione temporale del rischio. Durante il periodo 2018-2023, abbiamo osservato picchi di rischio associati a eventi specifici, come la pandemia COVID-19. Questi picchi sono stati particolarmente pronunciati nel settore Energetico e Finanziario, indicando una maggiore vulnerabilità di questi settori a shock esterni. La visualizzazione dei risultati ha rivelato periodi di instabilità e ha fornito una base per strategie di mitigazione del rischio più dinamiche.

La costruzione di un portafoglio ottimizzato utilizzando gli ETF settoriali ha dimostrato che è possibile ottenere un profilo di rischio-rendimento comparabile all'SPY, ma con una diversa allocazione settoriale. Il portafoglio ottimizzato ha mostrato una migliore gestione del rischio, come indicato dallo Sharpe ratio leggermente superiore rispetto all'SPY. Questo suggerisce che una diversificazione settoriale ponderata può portare a una performance migliore mantenendo un controllo rigoroso sul rischio.

L'applicazione della teoria delle copule, in particolare le copule Gaussiana e Clayton, ha fornito ulteriori informazioni sulla dipendenza tra i rendimenti del portafoglio e quelli dello SPY. La simulazione basata sulla copula Clayton ha rivelato una significativa dipendenza nelle code delle distribuzioni, indicando che gli ETF settoriali tendono a reagire in modo simile durante eventi di mercato estremi. Questo risultato sottolinea l'importanza di considerare la dipendenza nelle code nella gestione del rischio, poiché le correlazioni lineari tradizionali potrebbero non catturare adeguatamente queste dinamiche.

In sintesi, i risultati ottenuti evidenziano che una gestione del portafoglio basata su una comprensione approfondita delle dinamiche di rischio settoriale può portare a una performance superiore e a una mitigazione del rischio più efficace. Le metodologie utilizzate in questa tesi forniscono un quadro robusto per analizzare e gestire i rischi associati agli ETF settoriali, offrendo preziosi strumenti per gli investitori e i gestori di portafoglio.

Bibliografia

- Adrian, T., & Brunnermeier, M. K. (2016). "CoVaR". *American Economic Review*, 106(7), 1705-1741.
- Alexander, C. (2008). *Market Risk Analysis, Volume II: Practical Financial Econometrics*. Wiley.
- Billio, M., Getmansky, M., Lo, A. W., & Pelizzon, L. (2012). "Econometric Measures of Connectedness and Systemic Risk in the Finance and Insurance Sectors". *Journal of Financial Economics*, 104(3), 535-559.
- Bollerslev, T. (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity". *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.
- Cherubini, U., Luciano, E., & Vecchiato, W. (2004). *Copula Methods in Finance*. Wiley.
- Dowd, K. (2002). *Measuring Market Risk*. Wiley.
- Engle, R. F. (2002). "Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate GARCH Models". *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 339-350.
- Fabozzi, F. J., Gupta, F., & Markowitz, H. M. (2002). *The Theory and Practice of Investment Management*. Wiley.
- Francq, C., & Zakoian, J. M. (2019). *GARCH Models: Structure, Statistical Inference and Financial Applications*. Wiley.
- Gastineau, G. L. (2010). *The Exchange-Traded Funds Manual*. Wiley.
- Hill, J. M., Nadig, D., & Hougan, M. (2015). *A Comprehensive Guide to Exchange-Traded Funds (ETFs)*. Wiley.
- Hull, J. C. (2018). *Risk Management and Financial Institutions*. Wiley.

- Joe, H. (2014). *Dependence Modeling with Copulas*. Chapman and Hall/CRC.
- Jorion, P. (2007). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. McGraw-Hill.
- Koenker, R. (2005). *Quantile Regression*. Cambridge University Press.
- Koenker, R., & Hallock, K. F. (2001). "Quantile Regression". *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 143-156.
- Markowitz, H. (1952). "Portfolio Selection". *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copulas*. Springer Science & Business Media.