Università
Ca'Foscari
Venezia

Corso di Laurea magistrale
in Scienze Filosofiche

Tesi di Laurea

EUCLIDE E PASCAL
La valorizzazione del metodo euclideo nell'epistemologia pascaliana

Relatore
Ch. Prof. Paolo Pagani
Correlatore
Ch. Prof. Matteo Cosci

Laureando
Mattia Palazzo
Matricola 884971

Anno Accademico
2022 / 2023

Indice

Introduzione

Nel tentativo di dare un fondamento stabile al sapere filosofico, l'epistemologia si è spesso rivolta a quello che è passato alla storia come "metodo geometrico" o "metodo euclideo", proprio perché praticato per la prima volta e con profitto negli *Elementi* di Euclide.

Da una parte, vi erano coloro che esaltavano la capacità fondativa del metodo euclideo, che potremmo definire anche "assiomatico", e proponevano una trasposizione fedele di questo alla filosofia, emulando passo-passo la struttura euclidea nel ragionamento filosofico. Di contro, vi sono stati coloro che hanno negato ogni possibile fertilità dell'uso di questo metodo nella riflessione filosofica, lamentandone l'inadeguatezza per un tipo di conoscenza peculiare come quella perseguita dalla filosofia.

Nel pensiero di Blaise Pascal possiamo assistere a un approccio diverso: il filosofo di Clermont-Ferrand vide la possibilità di impiegare in modo fertile e fruttuoso il metodo di Euclide alla filosofia; ma avvertì anche la necessità di farlo in modo critico, cogliendo ciò che del metodo poteva essere d'aiuto all'epistemologia, senza con ciò assolutizzare la portata conoscitiva del metodo stesso. Per Pascal prima di tutto è importante tenere a mente quale sia la posizione occupata dall'uomo nella realtà, in modo da cogliere il punto di vista - privilegiato, ma pur sempre limitato - dal quale gli è possibile conoscere. In relazione a questa limitatezza, in Pascal vi è la netta consapevolezza che non si può dare una conoscenza razionale onnicomprensiva del reale. Il metodo geometrico, perciò, si rivela utile fintanto che viene applicato a quelle realtà che sono effettivamente conoscibili per mezzo della ragione umana, e a patto di riflettere criticamente su quale sia il suo ambito di applicazione e quali siano i suoi limiti. Pascal rifugge così da una fede cieca nel metodo euclideo, che aveva animato altri pensatori, senza con ciò rinunciare alla notevole fecondità che a questo metodo appartiene.

Nel nostro lavoro, ci proponiamo di approfondire questa tematica, per gettare uno sguardo sull'intera epistemologia pascaliana, e sul modo in cui essa ha saputo fare tesoro del metodo euclideo. Per far ciò, muoveremo, nella prima Parte, dalla considerazione di come gli *Elementi* euclidei e il metodo che li caratterizza siano stati essi stessi il frutto di una tradizione filosofica: quella accademica e pitagorica; per considerare poi le caratteristiche di detto metodo e il modo in cui questo è stato accolto - in positivo e in negativo - nel corso della storia della filosofia. In una battuta, potremmo dire che l'accostamento del metodo geometrico al pensiero filosofico non è un'operazione estrinseca alla sua natura, ma è inerente alla stessa nascita e trasmissione di questo metodo.

Nella seconda Parte, passeremo poi a considerare come Pascal abbia saputo applicare criticamente il metodo euclideo alla sua filosofia. Prima di tutto, sarà necessario analizzare brevemente l'intero excursus del pensiero pascaliano - che nel periodo pur breve della vita dell'autore, 39 anni, ha toccato una vastità di temi e campi del sapere sorprendente -, per superare l'idea secondo la quale vi sarebbe stato in Pascal un progressivo abbandono degli interessi scientifici e matematici, e per mostrare come, al contrario, questi interessi siano stati di fondamentale aiuto al nostro autore anche per le sue riflessioni in campo morale e metafisico.

Successivamente, prenderemo in esame diversi testi, compiuti e incompiuti, dell'autore, per mostrare come l'epistemologia di Pascal sia andata evolvendosi e perfezionandosi nel corso del suo pensiero, traendo frutto dalle diverse imprese intellettuali e dai diversi campi della conoscenza toccati dal nostro autore.

Porteremo così la nostra attenzione su come, in Pascal, la filosofia possa trarre frutti dall'impiego del metodo di Euclide, e sull'attenzione che Pascal dedica alla ricerca dei principi primi dai quali partire nell'applicazione di questo metodo; per prendere poi in considerazione anche le riflessioni molto precise che Pascal dedicò al metodo delle scienze empiriche - arrivando ad anticipare diversi temi della filosofia popperiana -; per concludere, infine, mostrando come il risultato dell'opera di uno dei più grandi matematici, scienziati e filosofi della storia del pensiero occidentale sia l'ammissione del fatto che la ragione umana è limitata, e si affaccia su misteri che non sono pienamente afferrabili dal raziocinio.

I PARTE: PREGNANZA FILOSOFICA DEGLI ELEMENTI DI EUCLIDE

I.1. Gli Elementi, cenni storico-filosofici

I.1.1. Euclide, una figura sfocata

Sebbene si tratti dell'autore di uno dei testi più importanti della cultura occidentale, abbiamo pochissime notizie sulla biografia di Euclide; al punto che si è arrivati addirittura a dubitare della sua effettiva esistenza. Se questo è vero, lo è anche che le testimonianze giunte fino a noi e l'opera stessa di cui ci occuperemo in questa prima Parte della nostra trattazione, gli *Elementi*, ci consentono di tracciare un profilo filosofico e intellettuale dell'autore, o degli autori, di quest'opera. In questi primi passi verso l'analisi dell'opera euclidea, quindi, non si tratterà di tracciare una vicenda biografica, quanto di cercare di cogliere lo spirito che animò l'autore, o gli autori, degli *Elementi*, al fine di inquadrare al meglio quest'opera e penetrarne il significato filosofico ed epistemologico. Per questo motivo, nel corso della trattazione indicheremo con il nome "Euclide" e con l'aggettivo "euclideo" proprio questo spirito, indipendentemente dall'uomo o dal gruppo di uomini che ne fu portatore.

Diversi studiosi concordano nel collocare Euclide nel IV secolo a. C.[1], e diversi resoconti gli attribuiscono una certa vicinanza al Museo, centro di ricerca e insegnamento istituito ad Alessandria da Tolomeo I, anche se si tratta di un'attribuzione che ha generato qualche dubbio[2].

Alcune notizie si possono rinvenire dal commentario che Proclo dedicò al primo Libro degli *Elementi*, che va però letto alla luce di due avvertenze: in primo luogo, la dubbia cura che questi dedicò alle fonti biografiche[3], e *in secundis* la spiccata vena platonica che lo animava. A quest'ultima si devono alcune esaltazioni enfatiche della vicinanza di Euclide all'Accademia. Pertanto, se non possiamo affermare con certezza con Proclo che Euclide «si propose come scopo finale di tutta la raccolta degli *Elementi* la costruzione delle figure

[1] Cfr. ACERBI F., *Introduzione* a EUCLIDE, *Elementi*, in ID., *Tutte le opere*, a cura di F. Acerbi, Bompiani, Milano 2019, p. 182. Dello stesso avviso anche FRAJESE A., *Commento* a EUCLIDE, *Gli elementi*, a cura di A. Frajese, UTET, Torino 1970, p. 9; e BOYER C.B., *Storia della Matematica*, tr. it. di A. Carugo, Mondadori, Milano 1990, p. 145.
[2] Cfr. ACERBI F., *Introduzione* a EUCLIDE, *Elementi*, cit., p. 189.
[3] Cfr. *ivi*, p. 182.

chiamate platoniche»[4], quelle cioè che Platone nel *Timeo* indica come costituenti elementari della realtà fisica, una certa vicinanza di Euclide all'ambiente accademico è innegabile, così come lo è l'influenza che questo ambiente ha avuto sulla realizzazione degli *Elementi*. Infatti, egli raccolse e rigorizzò diversi risultati ottenuti dai matematici accademici, come avremo modo di precisare in seguito.

Restano da fare alcune precisazioni sull'approccio che anima gli *Elementi*. Si tratta di un'esposizione elementare della geometria nota fino ad allora, e per questo aspetto essa andava a inserirsi in un genere molto consolidato. Ne deriva quindi che poco di quanto compare in quest'opera è attribuibile ad Euclide stesso, si trattava per lo più di verità già note, che sono state raccolte e organizzate dal nostro autore. L'originalità di Euclide si cela semmai proprio nella modalità espositiva. Se infatti tra i tanti *Elementi* di geometria che vennero scritti prima di quelli euclidei furono proprio questi ultimi ad avere la meglio, fu proprio per la loro chiarezza espositiva e la coerenza dimostrativa. Il fine ultimo di Euclide fu proprio quello di dare una fondazione il più rigorosa e metodica possibile alla conoscenza geometrica, che poggiasse sul minor numero possibile di presupposti (come vedremo nel prossimo capitolo) e comprendesse solo le proposizioni effettivamente "elementari": caratteristica che fu lodata da Proclo:

> Ma lo si ammira [Euclide] soprattutto per i suoi *Elementi di Geometria,* per l'ordine e la scelta dei teoremi e dei problemi assunti per l'insegnamento elementare. Perché egli non ha incluso tutti quelli che gli era possibile raccogliere, ma solo quanti potevano fungere da elementi; e ancora per la varietà dei modi di ragionamento, dei quali alcuni convincono partendo dalle cause, altri muovendo dalle prove, ma tutti inconfutabili, esatti e strettamente scientifici.[5]

Possiamo così tracciare lo spirito che animava il compositore degli *Elementi*: egli si proponeva di dare un'esposizione chiara e metodologicamente

[4] Cfr. PROCLO, *Commento al I libro degli* Elementi *di Euclide*, a cura di M. Timpanaro Cardini, Giardini Editori, Pisa 1978, p. 74.
[5] Cfr. *ibidem*.

accurata di acquisizioni geometriche proprie di altri autori, tra i quali spiccano quelli legati alle scuole pitagorica e accademica, e che pertanto non può vantare pretesa di originalità se non per quanto riguarda l'ordine della trattazione, il metodo in essa applicato e alcune delle dimostrazioni presentate.

I.1.2. La struttura degli *Elementi*

Veniamo ora a una breve esposizione della struttura degli *Elementi*, che ci consentirà di mettere in luce una prima grande eredità raccolta da Euclide: quella pitagorica.

I primi quattro Libri sono dedicati alla geometria piana. Nello specifico, nel primo si gettano le basi del discorso euclideo, e si introducono diverse proposizioni, legate prevalentemente alla figura del triangolo, fino a giungere alla dimostrazione del teorema di Pitagora, quarantasettesima e ultima proposizione. Nel secondo libro si analizzano prevalentemente teoremi legati a quadrati e rettangoli; di particolare interesse è il fatto che attraverso lo studio di queste figure vengano dimostrate diverse proprietà che oggi fanno parte dell'algebra, e si conclude con il procedimento della quadratura del rettangolo. Nel terzo Libro vengono trattate le proprietà del cerchio, che vengono successivamente applicate nel quarto.

Nel Libro quinto viene introdotta la teoria delle proporzioni, dovuta a Eudosso di Cnido. Si tratta di uno dei libri più letti degli *Elementi*, e dalla notevole rilevanza teorica. Quello che ci preme rilevare qui è come Euclide sembri posticipare volutamente la presentazione di detta teoria, cercando fino a quando possibile di dimostrare quanti più teoremi senza il suo impiego, giungendo in alcuni casi anche a dimostrazioni più lunghe e complesse di quelle che si sarebbero potute ottenere altrimenti. Attilio Frajese propone due possibili motivazioni a sostegno di questa scelta: da un lato si può pensare che questo posticipo sia dovuto alla difficoltà della teoria per il pubblico cui erano indirizzati gli *Elementi*, che si ricorderà era composto da coloro che per la prima volta si approcciavano alla disciplina; d'altra parte si potrebbe pensare a un certo “purismo geometrico” dei primi quattro Libri, dal momento che l’esposizione della teoria si riferisce a grandezze generiche, e viene applicata alle grandezze geometriche solo nel Libro sesto[6].

I Libri sesto, settimo e ottavo si discostano dalla geometria e presentano una trattazione della teoria dei numeri.

Il Libro decimo, il più lungo dell’opera euclidea, è dedicato alla trattazione della teoria degli irrazionali, dovuta in gran parte ai risultati dell’accademico Teeteto.

In conclusione, i libri undicesimo, dodicesimo e tredicesimo si rivolgono alla geometria solida, ed è probabilmente a questa circostanza che dobbiamo l’ipotesi di Proclo che l’intero sviluppo degli *Elementi* fosse finalizzato alla costruzione dei solidi platonici.

Come si diceva, la struttura stessa dell’opera euclidea mostra l’approccio essenzialmente pitagorico dell’autore alle matematiche, come si può evincere dalla priorità data alla geometria sull’aritmetica e dall’applicazione dei concetti propri della prima allo studio della seconda. Si prendano ad esempio in considerazioni le definizioni XVII e XVIII del settimo libro:

<17> E quando due numeri che si moltiplicano tra loro facciano un certo <numero>, quello che risulta è chiamato piano, e i suoi lati i numeri che si moltiplicano tra loro. <18> E quando tre numeri che si moltiplicano tra loro facciano un certo <numero>, quello che risulta è solido, e i suoi lati i numeri che si moltiplicano tra loro.[7]

Si può qui riscontrare - ancora più che nell’uso, ancora oggi comune, di parlare di “quadrati” e “cubi” di un certo numero -, la tendenza pitagorica a raffigurare geometricamente i numeri[8].

La stessa pratica si può rintracciare, in modo forse ancora più evidente, nella proposizione II.4, nella quale si descrive geometricamente la proprietà algebrica del quadrato di un binomio:

---

[6] Cfr. FRAJESE A., *Commento* a EUCLIDE, *Gli elementi*, cit., p. 292.
[7]Cfr. EUCLIDE, *Elementi*, cit., pp.1092-1093.
[8] Cfr. FRAJESE A., *Commento* a EUCLIDE, *Gli elementi*, cit., p. 430.

Qualora una linea retta sia secata come càpita, il quadrato sulla <retta> è uguale sia ai quadrati sui segmenti che a due volte il rettangolo compreso tra i segmenti.[9]

Si tratta della più nota formula:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

che possiamo rappresentare come segue:

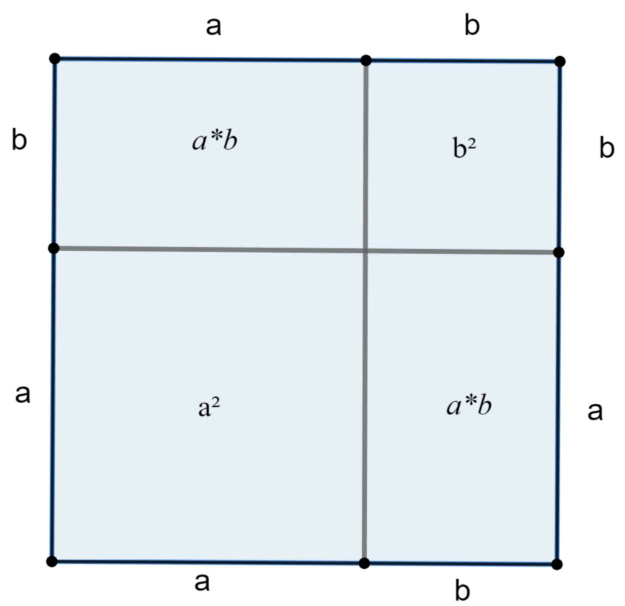

Fig. 2. Rappresentazione geometrica del quadrato di binomio

La ricettività di Euclide nei confronti della tradizione pitagorica è del resto riscontrabile già dal primo termine definito negli *Elementi*:

Punto (Σημειόν) è ciò di cui non <è> alcuna parte[10]

In questa definizione si può sentire risuonare quella di tradizione pitagorica, che descrive il punto come unità avente posizione. Frajese, dopo

[9]Cfr. EUCLIDE, *Elementi*, cit., pp.1092-1093.
[10]Cfr. *ivi.*, p.779.

aver osservato la somiglianza delle due definizioni, scrive che «Euclide avrebbe, a guisa di lapidario frontespizio, lasciato un ricordo, una traccia, dell'antica geometria pitagorica, riecheggiandone la dottrina fondamentale»[11].

I.1.3. Fonti accademiche degli *Elementi*

È arrivato ora il momento di tracciare il profilo di due teorie che svolgono un ruolo centrale nell'economia degli *Elementi* euclidei, entrambe legate all'ambiente dell'Accademia platonica: la teoria delle proporzioni, dovuta principalmente a Eudosso, e quella degli irrazionali, frutto di diversi risultati di Teeteto. In questo sottocapitolo, ci preoccuperemo di mostrare i punti geometricamente più rilevanti delle rispettive teorie - senza pretesa di esaustività, ma mettendone in luce gli aspetti più importanti dal punto di vista filosofico -, e lasceremo la trattazione di questo significato al sottocapitolo successivo.

La teoria delle proporzioni

La teoria delle proporzioni di Eudosso è segnata dall'impegno di trovare una compatibilità con la teoria degli irrazionali[12]. Possiamo riscontrare questo sforzo nelle definizioni 3,4, 5 del Libro quinto. Muoviamo dalle prime due, per portare la nostra attenzione sulla terza, la più complessa, in un secondo momento.

<3> Rapporto [*Λογός] di due grandezze [πηλικότητα] omogenee è la maniera di relazione secondo il valore.*

<4> Sono dette avere rapporto tra loro grandezze che, se <ne> sono presi multipli, possono eccedersi tra loro.[13]

---

[11] Cfr. FRAJESE A., *Commento* a EUCLIDE, *Gli elementi*, cit., p. 65.

[12] Cfr. VON FRITZ K., *The discovery of incommensurability by Hippasus of Metapontum*, in «Annals of mathematics», 46 (1945), 2, pp. 262-263.

[13]Cfr. EUCLIDE, *Elementi*, cit., p. 975.

Per comprendere al meglio la definizione di *logos*, che risulta alquanto enigmatica, è conveniente paragonarla a quella data dai pitagorici, che lo descrive come una diade finita, cioè come una coppia ordinata di numeri interi. Secondo questa definizione, indicheremo il *logos* tra due grandezze come [*x,y*], corrispondente alla scrittura odierna $\frac{x}{y}$, dove *x* e *y* siano due numeri naturali[14]. Il rapporto tra grandezze incommensurabili non è esprimibile in questi termini, ed è per questo che si rende necessaria una generalizzazione di questo concetto, come quella data nella terza definizione. Essa è rilevante anche perché esprime una condizione alla quale le grandezze devono sottostare, perché possano essere poste in rapporto tra loro: l'omogeneità, intesa come possibilità di un confronto quantitativo, un concetto che viene introdotto facendo leva sul suo significato intuitivo[15].

Nella quarta definizione viene dettata un'altra condizione alla quale le grandezze da porre in rapporto devono sottostare: quella di essere - come si sarebbe in seguito detto - "archimedee", cioè di rispettare l'assioma, che viene introdotto implicitamente in questa definizione, secondo il quale è sempre possibile trovare un multiplo dell'una che possa superare l'altra.[16] Questo viene generalmente indicato come "assioma di Archimede", ma ci sembra più accurato seguire Jean-Louis Gardies, che in virtù del riconoscimento da parte di Archimede stesso della paternità di Eudosso su questa riflessione, lo indica come "assioma di Eudosso"[17]. Estremamente utile è l'espressione logica che Gardies fa dell'assioma:

$$\forall\, xy\, \exists\, m\, (m \in N \;\wedge\; mx > y)$$ [18]

[14] Cfr. TOTH I., *Lo schiavo di Menone*, tr. it. di E. Cattanei, Vita e Pensiero, Milano 1998, p. 15.
[15] Cfr. FRAJESE A., *Commento* a EUCLIDE, *Gli Elementi*, cit., pp. 297-298.
[16] Cfr. *ivi*, p. 298.
[17] Cfr. GARDIES J.L., *Pascal entre Eudoxe et Cantor*, Librairie philosophique J. Vrin, Parigi 1984, p. 13.
[18] Cfr. *ibidem*. L'unico intervento da noi operato sulla formula è la sostituzione del francese "*et*" con il rispettivo connettivo logico.

L'assioma in questione, e in particolare la sua proposizione "simmetrica", avranno un ruolo centrale in Pascal: ruolo che sarà illustrato nella seconda Parte della nostra trattazione.

Veniamo ora alla definizione 5:

<5> Grandezze sono dette essere nello stesso rapporto [cioè in proporzione, come indicato nella definizione 6], prima rispetto a seconda e terza rispetto a quarta, quando secondo quale si voglia multiplo, gli equimultipli della prima e della terza o eccedano insieme rispettivamente gli equimultipli della seconda e della quarta, oppure siano insieme uguali, oppure facciano insieme difetto presi in ordine corrispondente.[19]

Cerchiamo di chiarire il significato di questa definizione, che può risultare piuttosto difficile a una prima lettura: si stabilisce che quattro numeri, che chiameremo *a, b, c, d*, stanno tra loro nella proporzione *a:b = c:d* se, dati altri due numeri qualsiasi *m* e *n,* i prodotti *m·n* e *m·c* hanno rispettivamente la stessa relazione di maggioranza, uguaglianza o minoranza con i prodotti *n·c* e *n·d*.

Consideriamo come esempio la proporzione:

$$2:4 = 6:12$$

Prendendo in considerazione valori *m* = 5 e *n* = 2, avremo:

$2 \cdot 5 = 10$

$6 \cdot 5 = 30$

$4 \cdot 2 = 8$

$12 \cdot 2 = 24$

e siccome $10 > 8$ e $30 > 24$, si verifica la situazione $ma > nb \ \wedge \ mc > nd$.

Nello sviluppo del Libro quinto vengono prese in considerazione diverse proprietà delle proporzioni e diversi tipi di proporzioni, che non saranno oggetto di esame poiché non pertinenti alla nostra trattazione. L'unica tipologia di proporzione sulla quale sarà utile portare l'attenzione, poiché molto rilevante ai fini dell'interpretazione del ruolo filosofico della geometria

[19]Cfr. EUCLIDE, *Elementi*, cit., p. 975.

accademica, è quella che Euclide chiama "continua", e che è esprimibile nella forma seguente:

$$a : m = m : b$$

La "continuità" della proporzione è data dall'uguaglianza tra il secondo e il terzo termine, il cui valore *m* è la media geometrica o proporzionale tra i due estremi, che si ricava attraverso la formula:

$$m = \sqrt{a \cdot b}$$

La proposizione continua e il medio geometrico hanno una grande applicazione nei passi geometrici dei dialoghi platonici, che saranno oggetto di esame nel prossimo sottocapitolo.

La teoria degli irrazionali

La teoria degli irrazionali è trattata nel libro decimo degli *Elementi*, il più lungo e complesso, costituito da 115 proposizioni. La scoperta dell'irrazionalità matematica rappresentò uno *shock* significativo per l'ambiente pitagorico, mettendo in discussione tanto l'idea che ogni aspetto della realtà fosse descrivibile attraverso *logoi* di numeri interi[20], quanto quella che di ogni grandezza (*πηλίκη*) possa darsi una misura (*ποσόν*). In questa sede ci limiteremo a trattare solo alcuni degli aspetti della teoria degli incommensurabili, che saranno rilevanti nel mostrare la stretta relazione tra questa teoria e la filosofia nei dialoghi platonici.

Iniziamo considerando la definizione euclidea di incommensurabilità:

<1> Grandezze commensurabili sono dette quelle misurate dalla stessa misura, incommensurabili quelle di cui non è possibile che risulti nessuna misura [*μέτρον*] comune.[21]

---

[20] VON FRITZ K., *The discovery of incommensurability by Hippasus of Metapontum*, cit., p. 260.
[21] Cfr. EUCLIDE, *Elementi*, cit., p. 1231.

Parafrasando, possiamo dire che commensurabili sono quelle grandezze delle quali è possibile trovare un'ulteriore grandezza che sia contenuta in entrambe per un numero finito di volte.

Euclide arriva a tracciare una netta distinzione tra aritmetica e geometria, corrispondente a quella tra commensurabile e incommensurabile. Lo fa nelle proposizioni 6 e 7 del Libro decimo, nelle quali leggiamo:

<6> Qualora due grandezze tra loro abbiano rapporto che un numero rispetto a un numero, le grandezze saranno commensurabili.[22]

<7> Le grandezze incommensurabili tra loro non hanno rapporto che un numero rispetto a un numero.[23]

L'aritmetica può quindi lavorare a servizio della geometria solo finché si rimane nel campo del commensurabile, ma non se entriamo in quello dell'incommensurabile, come scrive molto chiaramente Proclo:

Così il principio che ogni rapporto è razionale appartiene alla sola aritmetica, e per nulla alla geometria; infatti in questa ci sono anche rapporti irrazionali.[24]

Per ricongiungere l'aritmetica e la geometria si rende necessario il riconoscimento dell'esistenza di quelli che sono oggi noti come "numeri irrazionali". Il riconoscimento vero e proprio di questi si avrà solo dopo molti secoli, con la teoria cantoriana dei numeri reali, ma si può vedere un primo passo in questa direzione nel *Filebo* di Platone, di cui ci occuperemo più avanti.

Nello sviluppo del Libro decimo, Euclide costruisce numerosi tipi di linee irrazionali. Di queste si rivelerà di particolare importanza nell'analisi del ruolo filosofico della geometria accademica la linea mediale. Essa viene introdotta nella proposizione 21:

---

[22]Cfr. *ivi*, p. 1241.
[23]Cfr. *ibidem*.
[24] Cfr. PROCLO, *Commento al I libro degli* Elementi *di Euclide*, cit., p. 67.

Il rettangolo compreso da rette esprimibili commensurabili in potenza soltanto è irrazionale, e la <retta> che lo può è irrazionale, e sia chiamata mediale.[25]

La linea mediale è quindi il lato del quadrato di area equivalente a quella di un rettangolo avente lati tra loro incommensurabili. Consideriamo ad esempio un rettangolo di base razionale, *b = 1*, e altezza irrazionale, $h = \sqrt{2}$. La linea mediale sarà il lato del quadrato di area uguale al rettangolo di partenza, che possiamo ottenere con la formula:

$$Lm = \sqrt{b \cdot a}$$

Nel caso preso ad esempio esso sarà uguale a $\sqrt[4]{2}$:

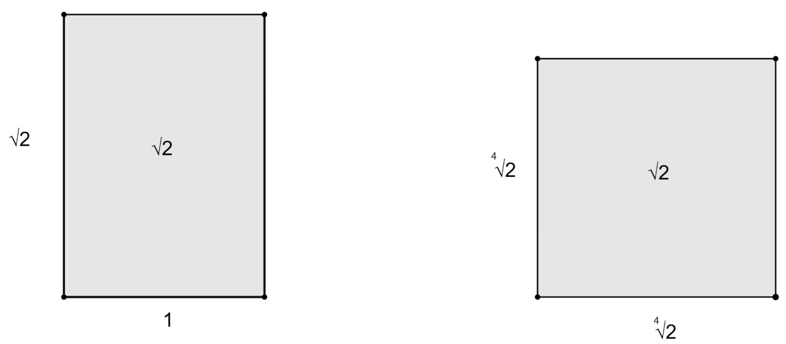

Fig. 3. La linea mediale

La linea mediale è pertanto il medio geometrico, o proporzionale, tra un numero razionale e uno irrazionale, nel nostro caso tra 1 e $\sqrt{2}$. Pertanto, vale la proporzione:

$$1 : \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{2} : \sqrt{2}$$

[25] Cfr. EUCLIDE, *Elementi*, cit., p. 1269.

Possiamo a questo punto mettere in luce una caratteristica fondamentale della linea mediale: essa è in grado di farsi "mediatrice", di mettere cioè in qualche modo in connessione, razionale e irrazionale matematico. Sarà proprio questa caratteristica a conferirle importanza nella filosofia platonica.

I.1.4. Rilevanza filosofica della geometria accademica

L'Accademia fu un luogo estremamente fertile per lo sviluppo della relazione tra filosofia e matematica. Se possiamo considerare i pitagorici come coloro che intesero il sapere matematico come filosofia, nei dialoghi platonici la trama di relazioni tra questi due ambiti del sapere si fa sempre più fitta e ricca, arrivando a toccare anche la riflessione etica.

Nel Libro VII delle *Leggi*, laddove si occupa di illustrare i criteri che la formazione di un buon cittadino dovrebbe seguire, Platone condanna fermamente l'ignoranza riguardante le grandezze incommensurabili:

ATENIESE - E che dire della lunghezza e della larghezza rispetto alla profondità, oppure della larghezza e della lunghezza fra di loro? Non siamo forse convinti tutti noi Greci che a tal proposito è possibile in una qualche maniera commisurare l'una all'altra?

CLINIA - Altro che!

ATENIESE - E se invece ci fossero dei casi in cui il reciproco rapporto delle dimensioni è assolutamente impossibile, mentre, come sappiamo noi, noi Greci siamo convinti del contrario, non sarebbe giusto che, vergognandomi a nome di tutti dicessi loro: «O voi che siete il fior fiore dei Greci, ecco qui proprio una di quelle nozioni che ritenevamo vergognoso ignorare [...].[26]

Non conoscere l'incommensurabilità risulta per Platone degno di vergogna, e poche righe dopo ci si spinge ancora oltre:

[26] Cfr. PLATONE, *Leggi*, VII, 820 a-b; in ID., *Tutti gli scritti*, a cura di G. Reale, Bompiani, Milano 2018.

ATENIESE - Mi riferisco al problema dei rapporti tra grandezze commensurabili e incommensurabili e a quello della definizione della loro natura. Questo va assolutamente affrontato e risolto se non si vuole essere squalificati come uomini [...].[27]

Possiamo leggere in queste righe la riconduzione della conoscenza degli incommensurabili alla dignità di essere umano. Senza la prima, sembra dire l'Ateniese, non può darsi l'altra. Il lettore contemporaneo potrebbe essere portato a chiedersi come sia possibile un'affermazione così perentoria: la risposta è rintracciabile negli altri dialoghi platonici. Primo tra questi il *Menone*, con il suo celebre intermezzo geometrico[28].

Mentre è intento a discorrere con Menone su cosa sia la virtù, Socrate si accinge a dimostrare la teoria dell'anamnesi attraverso un esperimento maieutico condotto con uno schiavo. L'episodio è suddiviso da Imre Toth in tre atti, e seguiremo questa partizione anche nella nostra sintesi.

I) Socrate traccia un quadrato Q di lato lungo due piedi, e perciò di area uguale a 4 piedi quadrati, e richiede allo schiavo - dopo aver concordato con questi che l'operazione è possibile -, di disegnare il quadrato di area doppia rispetto a Q, cioè di 8 piedi quadrati. Lo schiavo propone come soluzione il quadrato K di lato doppio rispetto a quello di partenza.

II) Socrate disegna il quadrato K, e mostra come l'area di questo sia 16 piedi quadrati, quindi il quadruplo dell'area di partenza, anziché il doppio. Lo schiavo allora propone come soluzione il quadrato di lato uguale a tre piedi, che si noti è la media aritmetica tra la misura del lato di Q, 2 piedi, e quella del lato del quadrato K, 4 piedi. Il secondo momento si conclude con l'illustrazione della falsità della seconda risposta, con la conseguente ammissione di ignoranza dello schiavo, e con l'invito di Socrate a mostrare il lato del quadrato desiderato, visto che non è in grado di indicarne la misura. Assistiamo qui a quella scissione tra grandezza (*πηλίκη)* e misura (*ποσόν*) che abbiamo accennato trattando la teoria degli irrazionali. Il risultato desiderato, infatti, sarà dato dalla radice quadrata di otto, e sarà quindi irrazionale. Proprio per

[27] Cfr. *ivi*, 820 b-c.
[28] Cfr. TOTH I., *Lo schiavo di Menone*, cit.

questo è impossibile per lo schiavo indicare questa misura, ma non lo è indicare il segmento ad essa relativo.

III) Socrate porta lo schiavo a indicare la soluzione: il quadrato di area doppia (=2Q) sarà quello costruito sulla diagonale del quadrato di partenza.

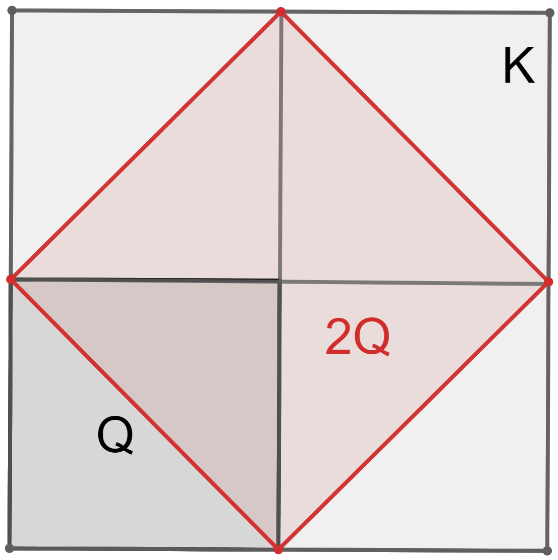

Fig. 4. Le figure dell'episodio geometrico: il quadrato di partenza Q, il quadrato quadruplo K, e il quadrato doppio 2Q.

Per cogliere a pieno la densità teoretica di questo episodio, e non leggerlo solo come un *exemplum* geometrico fine a se stesso, occorre porsi una domanda: qual è l'oggetto del ricordo dello schiavo? Si tratta forse della consapevolezza del fatto che la diagonale è il lato del quadrato di area doppia? Toth rinnega questa ipotesi, che non giustificherebbe «la sontuosa messa in scena di un dramma geometrico»[29]. Si tratta di un'acquisizione più profonda: «il Ragazzo ha preso subito coscienza dell'esistenza dell'irrazionale, che si cela nelle profondità del suo oblio»[30], cioè di quell'impossibilità di esprimere numericamente la misura della diagonale stessa.

Se l'episodio geometrico ci dice molto sul "cosa" della questione che stiamo trattando, l'importanza dell'irrazionale nella filosofia platonica, sembra

[29] Cfr. *ivi*, p. 92.
[30] Cfr. *ibidem*.

dirci poco sul "perché" di questa importanza. Per andare alla ricerca di questa causa, occorre soffermarci sull'analogia riscontrabile tra la teoria dell'irrazionale matematico e due teorie platoniche di fondamentale importanza: quella dell'anima e quella del Bene.

Platone individua nell'anima umana tre dimensioni (*eide*). In particolare, possiamo leggere questa articolazione all'interno del Libro IV della *Repubblica*, nel quale, utilizzando come leva argomentativa il principio di non contraddizione, il Socrate platonico individua in prima battuta due principi dell'anima umana:

> Pertanto - ripresi - non saremmo irragionevoli, se ritenessimo che questi due principi sono diversi fra loro: quello del ragionamento lo potremmo definire la facoltà razionale dell'anima; l'altro con cui si ama, si ha fame, si ha sete e si è sconvolti da molte altre passioni lo si chiamerà irrazionale e concupiscibile, avendo relazione coi piaceri e con ciò che li soddisfa.[31]

In queste righe possiamo leggere la prima individuazione di una dimensione razionale dell'anima, il *loghistikòn*, e di una dimensione passionale dell'anima, l'*epithymetikòn*. Come dobbiamo intendere la relazione tra questi due principi? Essi spingono verso azioni diverse e persino opposte, perseguono fini diversi, ed è difficile pensare a una piena relazione comunicativa tra l'uno e l'altro, come approfondiremo a breve. Per questo potremmo qualificarli come reciprocamente incommensurabili[32]. Nel prosieguo dell'argomentazione viene identificato un terzo principio dell'anima umana, lo *thymoeidés*, che potremmo qualificare come emozionale[33], capace di allearsi con gli altri due principi, e in particolar modo con il *loghistikòn*, pur rimanendo anch'esso fondamentalmente irrazionale.

Platone definisce, sempre nel quarto Libro della *Repubblica*, la giustizia dell'anima come una certa armonia tra le sue dimensioni:

---

[31] Cfr. PLATONE, *Repubblica*, IV, 439 d; in ID., *Tutti gli scritti*, cit.
[32] Cfr. PAGANI P., *La geometria dell'anima in Platone. Riflessioni su matematica ed etica in Platone*, Orthotes, Napoli 2012, p. 38.
[33] Cfr. PLATONE, *Repubblica*, IV, 439 e; cit.

E poi l'uomo non sarà temperante grazie all'armonia e all'accordo tra queste facoltà, quando da un lato la parte[34] egemone, dall'altro, le due sottomesse concordano nel ritenere che si debba obbedienza alla ragione e non mai ribellarsi ad essa?[35]

Come avverrà l'accordo tra queste facoltà? Il ricorso al termine "armonia" può fornire un'indicazione in questo senso. I Pitagorici, infatti, furono i primi ad associare a questo concetto quello di *logos* - rapporto-, e abbiamo visto come i loro *logoi* fossero rapporti numerici. Perché si dia l'armonia tra i principi dell'anima, deve perciò crearsi un certo rapporto tra questi, ed è a questo punto che la teoria degli irrazionali e quella delle proporzioni possono venire in soccorso all'interpretazione di queste complesse questioni. Potremmo infatti descrivere questo rapporto come quello che veniva a crearsi tra la linea mediale e i due valori, razionale e irrazionale, che si volevano mettere in comunicazione in una proporzione continua. Infatti, la linea mediale, con il suo valore irrazionale, era in grado di mettere in comunicazione un valore razionale e uno irrazionale nella proporzione - termine che, si ricordi, veniva definito da Eudosso come comunanza di rapporti (*logoi*) - continua: $x_1{:}lm = lm{:}x_2$. Allo stesso modo, lo *thymoeidés,* che si ricorderà era reputato essere anch'esso una facoltà irrazionale, sarà in grado di mettere in comunicazione il principio razionale (il *loghistikòn)* con quello irrazionale (l'*epithymetikòn)*.

L'interpretazione proposta può essere suffragata dall'immagine della biga alata, presentata nel *Fedro*. A dirigere la biga è un auriga, simbolo del *loghistikòn*. Di particolare interesse è la descrizione dei due cavalli che trainano la biga, identificabili rispettivamente con lo *thymoeidés* e con l'*epithymetikòn*:

Quello dei due cavalli che si trova nella posizione migliore di forma lineare e ben strutturato, dal collo retto con le narici adunche, bianco a vedersi e con gli occhi neri,

[34] Preferiamo qui parlare di "dimensioni" anziché di "parti", per il rinvio di quest'ultimo termine al concetto di disaggregabilità, che non è pertinente all'anima platonica.
[35] Cfr. PLATONE, *Repubblica*, IV, 439 d; cit.

amante di gloria con temperanza e con pudore e amico di retta opinione, non richiede la frusta e lo si guida *soltanto con il segnale di comando e con la parola*.

L'altro cavallo è invece storto, grosso, mal formato, di dura cervice, di collo massiccio, di naso schiacciato, di pelo nero, di occhi grigi, iniettati di sangue, amico della protervia e dell'impostura, *villoso intorno alle orecchie, sordo*, a stento ubbidisce ad una frusta fornita di pungoli [corsivi nostri].[36]

Il cavallo bianco, che rappresenta lo *thymoeidés*, è in grado di sentire e comprendere il linguaggio dell'auriga; il cavallo nero, al contrario, è descritto come impossibilitato a sentire, dal folto pelo presente sulle orecchie, e "sordo". È interessante notare come il riferimento alla sordità sia stato a lungo impiegato per riferirsi a grandezze irrazionali: in ambito latino era comune l'uso del termine *surdum*, in quello arabo era d'uso *asāmm* (letteralmente "sordomuto") e per gli autori ebrei era comune l'uso del termine *illēm* ("muto")[37]. Per i greci era comune utilizzare i termini *árreton*, che indicava l'incomunicabilità, l'ineffabilità, o *álogon*, che possiamo leggere come "privo di *logos*". In questa descrizione possiamo quindi già rintracciare un accostamento dell'*epithymetikòn* all'irrazionale matematico; ma in essa possiamo anche vedere, fatto ancora più rilevante, una conferma del ruolo di mediazione dello *thymoeidés* menzionato in precedenza: esso è in grado di comprendere il linguaggio dell'auriga e, spiega in seguito Platone, di comunicare con il cavallo nero, attraverso immagini, per farlo sottostare alle sue indicazioni.

Portiamo ora l'attenzione sul *Filebo*, ultimo dialogo platonico che prenderemo in esame, per approfondire la relazione tra la teoria del Bene e quella dell'irrazionale matematico. Di particolare interesse è il fatto che dietro la *dramatis persona* di Filebo si cela la figura di Eudosso di Cnido[38], al quale si deve la teoria delle proporzioni.

Nel tentativo di comprendere se il Bene sia riducibile al piacere, tesi che sarà nettamente rifiutata nel corso del dialogo, vengono introdotti tre generi di

---

[36] Cfr. ID., *Fedro*, 253 d-e; in ID., *Tutti gli scritti*, cit.
[37] Cfr. PAGANI P., *La geometria dell'anima in Platone. Riflessioni su matematica ed etica in Platone*, cit., p. 133.
[38] Cfr. *ivi*, p. 69.

realtà: l'illimite (*ápeiron*), che possiamo intendere come un infinito potenziale, quello delle successioni numeriche; il limite (*peras*), il finito; e il genere misto (*meiktón*), nel quale la stirpe del finito e quella dell'infinito vengono a mescolarsi. L'operazione richiesta sembra quella di racchiudere l'illimite, inteso come infinito procedurale, entro un confine limitato, dando vita a un tipo di realtà che ci sembra paragonabile al transfinito cantoriano[39]. Cantor stesso indica un'affinità tra il proprio concetto di transfinito e quello di *meiktón* che troviamo nel *Filebo*[40].

Platone riconduce il piacere al genere dell'*ápeiron*, in quanto continua successione di piaceri finiti; e la vita buona, cioè quella orientata al raggiungimento del Bene, al m*eiktón*. Il Bene viene così riconosciuto come qualcosa di attualmente infinito, e pertanto segue immediatamente che esso non sarà mai raggiungibile attraverso una successione infinita solo in potenza.

Tra Bene e piacere viene a instaurarsi quella relazione che si può riscontrare tra il valore irrazionale della diagonale del quadrato, che oggi indichiamo come $\sqrt{2}$, e la successione delle diagonali effabili[41], sviluppata in ambito pitagorico e in grado di approssimare progressivamente il valore di questa, ma senza mai poterlo raggiungere. La sequenza è data da *logoi* successivi di numeri *diagonali* e numeri *lati*, ottenuti secondo le formule:

$$d_{n+1}=d_n+2l_n$$
$$l_{n+1}=L_n+d_n$$

La sequenza è formata dai rapporti tra i numeri *d* e i numeri *l*, e approssima alternativamente per eccesso e per difetto, e con sempre maggior precisione, il valore irrazionale della diagonale.

Così come, però, la sequenza delle diagonali effabili non sarà mai in grado di esprimere la radice di 2, che è attualmente infinita, così la sequenza

---

39 Cfr. CANTOR G., *La formazione della teoria degli insiemi*, a cura di G. Rigamonti, Mimesis, Milano 2012, p. 91.
40 Cfr. *ivi*, p. 131.
41 Cfr. TOTH I., *Lo schiavo di Menone*, cit., p. 43.

proceduralmente infinita dei piaceri potrà approssimare, ma mai raggiungere, quella realtà attualmente infinita che è il Bene.

I.1.5. La geometria pitagorico-accademica e la teoria dei numeri reali

Prima di concludere la trattazione delle origini e dei significati filosofici dei teoremi degli *Elementi*, è interessante notare alcuni risultati matematicamente rilevanti che abbiamo raggiunto nell'esposizione. Nell'analisi delle teorie esposte, si possono riscontrare alcune acquisizioni che saranno centrali per la teoria dei numeri reali sviluppata nel XIX secolo da Georg Cantor e Richard Dedekind[42].

Il primo passo in questa direzione è quello compiuto dai pitagorici, che con l'individuazione dei *logoi*, ai quali pure non riconoscevano lo *status* di numeri effettivi, hanno gettato le basi per una teoria dei numeri razionali.

Il risultato più rivoluzionario però è il riconoscimento dell'esistenza dei numeri irrazionali, ai quali si deve la possibilità dell'individuazione dell'insieme dei numeri reali come un insieme continuo, ed è raggiunto in ambito accademico.

In prima battuta, è opportuno rilevare come Eudosso, nella sua teoria delle proporzioni presa in esame nelle pagine precedenti, abbia compiuto un visibile sforzo per far sì che la propria definizione fosse valida anche per valori irrazionali. In questo tentativo di instaurare proporzioni anche tra valori incommensurabili, possiamo individuare l'assunto teoretico che lo rende possibile: cioè che anche i valori irrazionali sono veri e propri numeri.

Anche nel *Filebo* possiamo riscontrare questo assunto, laddove, parlando del m*eiktón,* Platone scrive:

SOCRATE - Sì, però dopo questo, mescola ad essa [quella dell'illimite] la stirpe del limite

POLICRATE - Quale?

[42] Cfr. PAGANI P., *La geometria dell'anima in Platone. Riflessioni su matematica ed etica in Platone*, cit., p. 150.

SOCRATE - Quella dell'uguale e del doppio, e in generale quella che fa cessare i rapporti di opposizione che i contrari hanno gli uni rispetto agli altri, e li rende commisurati e proporzionati, introducendo il numero.

POLICRATE - Capisco. Infatti, mi sembra che tu mi dica che, nel mescolare queste cose, ne derivano, in ciascuna mescolanza, determinate generazioni.

SOCRATE - E mi sembra di non sbagliarmi.

POLICRATE - Parla, dunque.

SOCRATE - Non è forse vero che nelle malattie la giusta comunione di queste cose produce la natura della salute?

POLICRATE - Senza alcun dubbio.

SOCRATE - E nell'acuto e nel grave, nel veloce e nel lento, che sono illimitati, non sono forse queste medesime cose che producono un limite e, insieme, costituiscono la musica tutta quanta nella sua perfezione?

POLICRATE - In modo meraviglioso!

SOCRATE - E venutosi a trovare nei freddi e nelle calure, elimina il grande eccesso e l'illimitato, e produce la misura e insieme la proporzione.[43]

Il genere misto è in grado, leggiamo, di rendere commisurate e proporzionate realtà opposte e introduce tra esse un numero. In queste righe ci sembra di poter leggere l'ammissione di Platone del riconoscimento dell'esistenza dei numeri irrazionali, in quanto capaci di catturare in un realtà definita, quindi limitata, una sequenza illimitata di opposizioni.

[43] Cfr. PLATONE, *Filebo,* 25 d-e; in ID., *Tutti gli scritti*, cit.

I.2. Il metodo euclideo

Abbiamo fin qui messo in luce come gli *Elementi* siano stati frutto di una lunga tradizione, tanto matematica quanto filosofica. Ciò che ora occorre sottolineare è come la stessa opera euclidea sia stata a sua volta frutto di riflessioni filosofiche, incentrate soprattutto sul metodo in essa applicato. Euclide si proponeva di dare una fondazione rigorosa della verità geometrica, che si sviluppasse a partire dal minor numero di assunti, per dimostrare rigorosamente le diverse proprietà delle figure e delle grandezze considerate. Nella prima parte di questo capitolo, prenderemo in esame i punti di partenza del metodo euclideo, per concentrarci successivamente sulle dimostrazioni che da questi prendono le mosse.

I.2.1. Le basi: definizioni, assiomi e postulati

Definizioni

Il primo passo della trattazione euclidea è la definizione dei concetti e delle figure impiegate nelle proprie dimostrazioni. Per questo, ad ogni Libro, sono premessi degli *horoi*, letteralmente "termini", che troveranno applicazione nel corso dell'esposizione. L'ambizione euclidea è quella di definire ogni termine tecnico impiegato, al fine di evitare ambiguità, andando a descrivere gli enti geometrici presi in esame per classificarli attraverso una nomenclatura precisa[44].

Talvolta questa operazione presenta delle insidie, esponendosi da un lato al rischio di introdurre surrettiziamente degli assiomi o dei postulati, come nel caso della quarta definizione del Libro quinto, presa in esame nelle pagine precedenti; e dall'altro a quello di essere costretti a fare leva su concetti intuitivi e ambigui, come quello di omogeneità introdotto nella terza definizione del Libro quinto.

[44] Cfr. FRAJESE A., *Commento* a EUCLIDE, *Gli elementi*, cit., p. 48.

Assiomi

Quando si affronta la lettura degli *Elementi*, è necessario tenere a mente una distinzione caduta oggi in disuso: quella tra postulati e assiomi. Con quest'ultimo termine si fa riferimento alle *kòinai ennoiai* euclidee, sintagma traducibile con "nozioni comuni", poiché attribuibili a più scienze. Sono giunti fino a noi nove assiomi:

<1> Gli uguali allo stesso sono anche uguali tra loro.
<2> E qualora a uguali siano sommati uguali, i totali sono uguali.
<3> E qualora da uguali siano sottratti uguali, i resti sono uguali.
[<4> E qualora siano sommati disuguali, i totali sono disuguali.
<5> E i doppi dello stesso sono uguali tra loro.
<6> E le metà dello stesso sono uguali tra loro.]
<7> Ed i sovrapponentisi tra loro sono uguali tra loro.
<8> E il totale [è] maggiore della parte.
<9> E due rette non comprendono un dominio.[45]

Di questi assiomi, diversi sono stati ritenuti non autentici: Frajese esclude gli assiomi 4, 5, 6 e 9[46], e lo stesso fa Acerbi, che discute l'autenticità degli assiomi 4, 5 e 6 - come si può notare dalle parentesi quadre inserite nella citazione precedente -, e nella propria introduzione al testo euclideo esclude anche l'autenticità del 9, il cui carattere geometrico «lo dichiara già fuori posto»[47]; Russo, Pirro e Salciccia, nell'edizione del primo Libro degli *Elementi* da loro curata, discutono anche l'autenticità dell'assioma 7[48].

Postulati

---

[45] Cfr. EUCLIDE, *Elementi*, cit., pp. 781-783.
[46] Cfr. FRAJESE A., *Commento* a EUCLIDE, *Gli elementi*, cit., p. 75.
[47] Cfr. ACERBI F., *Introduzione* a EUCLIDE, *Elementi*, cit., p. 220.
[48] Cfr. RUSSO L., PIRRO G., SALCICCIA E., *Euclide: il I libro degli Elementi. Una nuova lettura*, Carocci editore, Roma 2017, p. 161.

Infine abbiamo gli *aithèmata*, o postulati: proposizione primitive riguardanti gli enti geometrici precedentemente definiti[49]. Euclide ne ammette esplicitamente cinque:

<1> Sia richiesto di condurre una linea retta da ogni punto a ogni punto.
<2> E di prolungare senza soluzione di continuità una retta limitata in <linea> retta.
<3> E che con ogni centro e intervallo sia tracciato un cerchio.
<4> E che tutti gli angoli retti siano uguali tra loro.
<5> E che, qualora una retta che incide su due rette faccia minori di due retti gli angoli all'interno e dalla stessa parte, le due rette prolungate illimitatamente incidano dalla parte in cui sono gli <angoli> minori di due retti.[50]

Nel primo postulato si richiede che dati due punti sia sempre possibile tracciare un segmento che li congiunga; si noti che negli *Elementi* il termine "retta" si riferisce a segmenti finiti. Il secondo richiede che qualsiasi retta sia prolungabile all'infinito. Nel terzo, poi, si stabilisce la possibilità, dati un centro e un raggio qualsiasi, di descrivere un cerchio. Il quarto postulato stabilisce l'uguaglianza reciproca di tutti gli angoli retti, e in conclusione, il quinto, oggetto di discussioni che hanno attraversato diversi secoli, stabilisce che se una retta incidente altre due rette non sia a queste perpendicolare, queste si incontreranno, e lo faranno dalla parte in cui la somma dei due angoli interni sarà inferiore a due angoli retti (180°).

Secondo una linea interpretativa, cui fa capo il matematico danese Zeuthen, i cinque postulati avrebbero solo valore costruttivo; essi cioè indicherebbero la possibilità di effettuare specifiche costruzioni geometriche: nel caso del primo postulato, il segmento, nel caso del secondo il suo prolungamento, nel terzo la costruzione del cerchio, mentre nel quinto si stabilirebbe la condizione perché si formi un triangolo[51]. Che dire però del quarto postulato, che impone l'uguaglianza tra tutti gli angoli retti? Secondo questa interpretazione, esso stabilirebbe l'univocità del prolungamento del

[49] Cfr. FRAJESE A., *Commento* a EUCLIDE, *Gli elementi*, cit., p. 48.
[50] Cfr. EUCLIDE, *Elementi*, cit., p. 781.
[51] Cfr. FRAJESE A., *Commento* a EUCLIDE, *Gli elementi*, cit., p. 56.

segmento, oggetto del secondo postulato, poiché l'uguaglianza di ogni angolo retto implicherebbe l'uguaglianza di tutte le somme di due retti, cioè di quelli che oggi chiamiamo "angoli piatti" - termine che non ricorre nel testo euclideo -; e proprio quest'uguaglianza porterebbe a stabilire l'unicità del prolungamento[52]. Anche Evandro Agazzi e Dario Palladino sostengono l'interpretazione costruttivista, ma ritengono che essa non si applichi al quarto postulato, che qualificano come essenziale alla trattazione del quinto, poiché permette di parlare dell'angolo retto come di una grandezza determinata[53]. Attilio Frajese propone un'interpretazione alternativa, che vede nei postulati la possibilità di confrontare tra loro le figure geometriche e rilevarne l'uguaglianza[54]. Scopo degli *Elementi* è infatti lo studio delle figure e delle relazioni tra queste; e la costruzione di rette, e delle loro intersezioni, e cerchi, garantita dai postulati 1, 2, 3 e 5, consente proprio di effettuare questa operazione[55]. In quest'interpretazione, il quarto postulato consentirebbe di rilevare l'uguaglianza tra angoli retti, che non è di per sé riscontrabile dalla definizione che Euclide ne dà: «<10> E quando una retta che sta su una retta faccia gli angoli consecutivi uguali tra loro, uno e l'altro degli angoli uguali è retto, e la retta che sta su è chiamata perpendicolare a quella su cui sta»[56]. Da questa definizione segue solamente l'uguaglianza delle singole coppie di angoli retti tra loro, ma non quella di ogni angolo retto con tutti gli altri, che deve quindi essere postulata.

Se l'interpretazione del ruolo dei postulati è stata oggetto di discussione, lo è stato ben più lo *status* epistemologico di uno di questi: il quinto. Nella concezione antica, si riteneva che i postulati fossero proposizioni evidentemente vere, che non necessitassero di una dimostrazione[57]. Nei secoli successivi alla stesura degli *Elementi*, si è a lungo dubitato del fatto che questo

---

52 Cfr. *ibidem*.
53 Cfr. AGAZZI E., PALLADINO D., *Le geometrie non euclidee e i fondamenti della geometria dal punto di vista elementare*, La Scuola, Brescia 1998, p. 40.
54 Cfr. FRAJESE A., *Sul significato dei postulati euclidei*, in «Scientia. Rivista internazionale di sintesi scientifica», 85 (1950), pp. 299-305.
55 Cfr. *Ibidem*.
56 Cfr. EUCLIDE, *Elementi*, cit., p. 779.
57 Cfr. AGAZZI E., PALLADINO D., *Le geometrie non euclidee e i fondamenti della geometria dal punto di vista elementare*, cit., p. 40.

carattere fosse attribuibile al quinto postulato. I tentativi di dimostrarlo furono innumerevoli - di particolare interesse furono quelli di Girolamo Saccheri[58] -, fino a che nell'Ottocento non si è raggiunta la consapevolezza che non solo il quinto postulato non era dimostrabile, ma che era possibile costruire geometrie che ne prescindessero: le cosiddette "geometrie non euclidee", sviluppate in un primo momento da Gauss, Lobačevskij e Bolyai[59].

Possiamo dichiarare con certezza che fino al XIX secolo nessuno dubitò della verità e inaggirabilità del quinto postulato? La risposta a questa domanda è negativa, come dimostrano gli studi di Imre Toth sull'argomento[60], che mostrano come già Platone e Aristotele facessero riferimento a possibili figure non euclidee, come il "quadrato massimale", che possiede quattro angoli piatti, e nel quale, si noti, la diagonale è commensurabile al lato; nonché alla possibilità di scegliere tra accettazione e negazione del quinto postulato.

Un primo segnale in questa direzione si può tuttavia individuare già nell'opera euclidea. Euclide ritarda quanto più possibile l'impiego del quinto postulato, tanto che esso diventa operativo solo a partire dalla proposizione 29; e ne fa a meno anche laddove si potrebbero ottenere dimostrazioni più semplici grazie alla sua applicazione. Potremmo quindi dire che la prima geometria non euclidea - quella che poi sarebbe diventata nota come "geometria assoluta", in quanto indipendente dall'assunzione del quinto postulato o della sua negazione -, sia stata sviluppata da Euclide stesso nelle proposizioni 1-28 del primo Libro degli *Elementi*. Si tratta di un indizio troppo debole per inferire che lo stesso Euclide fosse a conoscenza della decidibilità dell'alternativa euclideo-non euclideo, ma si tratta senza dubbio di una scelta che potrebbe celare qualche consapevolezza, o anche solo qualche dubbio, in merito.

---

58 Cfr. *ivi*, p. 62.
59 Cfr. *ivi*, pp. 92-98.
60 Cfr. TOTH I., *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria. Prolegomeni alla comprensione dei frammenti non euclidei del «Corpus Aristotelicum»*, tr. it. di E. Cattanei, Vita e Pensiero, Milano 1997.

In Aristotele, al contrario, questa consapevolezza è esplicitamente rilevabile. Nel secondo Libro degli *Analitici Primi,* possiamo trovare un attacco esplicito a coloro che si occupano della teoria delle parallele:

Il caso si presenta, ad esempio, quando A venga provato mediante B, B sia provato mediante C, e C d'altro canto sia naturalmente costituito per venir provato mediante A. In realtà, quando si compiono tali deduzioni, è necessario che A, come tale, venga provato mediante se stesso. Ed è proprio questo l'errore commesso da coloro che ritengono di tracciare delle rette parallele: essi infatti non si accorgono di assumere delle premesse tali, da non poter essere dimostrate, a meno che le rette non si presuppongano come parallele.[61]

In queste righe si rileva come la trattazione della teoria delle rette parallele sia segnata dalla necessità di assumere dei presupposti, dei quali gli stessi geometri, scrive Aristotele, sembrano non rendersi conto. Toth interpreta questo passo come la prova del fatto che già prima di Euclide si fossero effettuati tentativi di dimostrare quello che sarebbe poi diventato il quinto postulato, o sue proposizioni equivalenti, caduti tutti in una circolarità viziosa[62].

In Aristotele si apre così una riflessione sull'assiomatica in chiave geometrica[63], che sarebbe poi esplosa nel XIX secolo. Più che entrare nello specifico di questa riflessione, ci sembra rilevante focalizzarci sui riferimenti dello Stagirita a una possibile alternativa non euclidea. Sempre negli *Analitici primi*, poco dopo la citazione riportata precedentemente[64], Aristotele fa riferimento a quella che sarebbe poi divenuta nota come "ipotesi dell'angolo ottuso", secondo la quale può darsi un triangolo che abbia la somma degli angoli interni maggiore di due retti. In questo passo, però, Aristotele qualifica questa proposizione come falsa. La stessa immagine è riportata nell'*Etica Eudemia*, questa volta senza essere accompagnata all'aggettivo "falso"[65]. Toth,

---

[61] Cfr. ARISTOTELE, *Primi analitici*, II, 65 a 1-8; in ID., *Organon*, a cura di G. Colli, Adelphi, Milano 2003.
[62] Cfr. TOTH I., *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria. Prolegomeni alla comprensione dei frammenti non euclidei del «Corpus Aristotelicum»*, cit., p. 70.
[63] Cfr. *ivi*, p. 87.
[64] Cfr. ARISTOTELE, *Primi analitici*, II, 66 a 10-14; cit.
[65] Cfr. ID., *Etica eudemia*, II, 1222 b 15-42; in ID., *Le tre etiche*, a cura di A. Fermani, Bompiani, Milano 2008.

giustifica questa discrepanza affermando che negli *Analitici* Aristotele stava attribuendo la falsità alla proposizione non euclidea solo temporaneamente, come parte del proprio discorso; mentre nell'*Etica eudemia* si può constatare come le due ipotesi siano collocate sullo stesso piano logico[66].

In Aristotele, quindi, emerge la consapevolezza della possibilità di scelta tra geometria euclidea e non euclidea, come dichiarato esplicitamente negli *Analitici secondi*[67] e nell'*Etica Nicomachea*:

> Infatti il piacere e il dolore non corrompono né stravolgono ogni tipo di giudizio, come per esempio quello che il triangolo ha o non ha gli angoli uguali a due retti, ma solo i giudizi concernenti la sfera dell'agire.[68]

I.2.2. Dimostrazioni

Dopo aver analizzato i punti di partenza della costruzione euclidea, è arrivato il momento di portare la nostra attenzione sui momenti salienti di questa: le dimostrazioni.

In particolare, sarà necessario mettere in luce i diversi tipi di proposizioni presentate negli *Elementi*, così come le diverse strategie argomentative in esse impiegate.

I.2.2.1. Peculiarità e novità delle dimostrazioni euclidee

In prima battuta, è opportuno rilevare il carattere di novità epistemologica che spetta alle dimostrazioni euclidee, il quale è dovuto proprio alla scelta di dare una fondazione assiomatica al sistema geometrico. Prima di Euclide, infatti, era prassi ricavare le proprietà delle figure per via intuitiva dai disegni di queste. La novità introdotta dal matematico alessandrino è quella di

---

[66] Cfr. TOTH I., *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria. Prolegomeni alla comprensione dei frammenti non euclidei del «Corpus Aristotelicum»*, cit., p. 103.
[67] Cfr. ARISTOTELE, *Secondi analitici*, I, 77 b 16-33; in ID., *Organon*, cit..
[68]Cfr. ID., *Etica nicomachea*, VI, 1140 b 13-15; in ID., *Le tre etiche*,cit.

ammettere solo quelle proprietà che siano deducibili a partire dai postulati e dagli assiomi del sistema[69].

Le dimostrazioni euclidee possono essere categorizzate secondo due diversi criteri, reciprocamente indipendenti e sovrapponibili: da un lato possiamo suddividere le proposizioni in base alla funzione da queste ricoperta all'interno della costruzione euclidea: parleremo in questo caso di *problémata* e *theorémata*; dall'altra parte, e sarà la distinzione per noi più rilevante, potremo andare ad individuare le diverse modalità con cui queste proposizioni vengono dimostrate, avremo così da una parte le deduzioni dirette, e dall'altra le dimostrazioni per assurdo.

I.2.2.2. Un primo criterio di distinzione: *θεωρήματα* e *προβλήματα*

Una prima importante distinzione da fare quando si parla delle dimostrazioni degli *Elementi* è quella fatta sulla base della funzione che queste hanno nel discorso euclideo.

Un primo tipo, i *problémata* (*προβλήματα*), sono quelle proposizioni nelle quali si richiede di costruire una figura precedentemente definita. La necessità di questo tipo di proposizioni si fonda sulla consuetudine secondo la quale l'esistenza di un oggetto geometrico affonda le proprie radici nella costruibilità dello stesso[70]. I *problémata* si articolano nel modo seguente:

I) nell'enunciato, si richiede di poter costruire una certa figura;

II) l'elencazione dei passaggi effettuati per la costruzione della figura;

III) la dimostrazione, a partire da assiomi, postulati e dalle proposizioni dimostrate in precedenza, che la figura costruita rispetti effettivamente le proprietà richieste nell'enunciato;

IV) la dicitura "come si doveva fare", che conclude la dimostrazione evidenziando che si è ottenuto quanto si richiedeva nell'enunciato.

---

[69] Cfr. RUSSO L., PIRRO G., SALCICCIA E., *Euclide: il I libro degli Elementi. Una nuova lettura*, cit., p. 19.
[70] Cfr. *ivi*, p. 23.

È un esempio di *probléma* la prima proposizione del primo Libro degli *Elementi*, nella quale si richiede di costruire un triangolo equilatero.

La seconda classe di proposizioni è quella dei *theorémata* (*θεωρήματα*), nei quali si dimostrano le proprietà di figure geometriche a partire da assiomi, postulati e dalle proposizioni dimostrate in precedenza. In queste proposizioni l'articolazione cambia leggermente:

I) nell'enunciato, si dichiara che date alcune proprietà di certe figure sono implicate altre proprietà;

II) segue la dimostrazione vera e propria, nella quale si deduce l'implicazione dichiarata nell'enunciato a partire dalle ipotesi di partenza, e con l'impiego di assiomi, postulati, proposizioni precedentemente dimostrate e costruzioni geometriche;

III) a concludere vi è la formula, che si è già incontrata, "come si doveva fare".

I.2.2.3. Deduzioni dirette e dimostrazioni per assurdo

Un secondo tipo di distinzione è quella basata sulla strategia dimostrativa impiegata.

Da un lato, infatti, abbiamo la deduzione apodittica per successive implicazioni delle proprietà dichiarate nell'enunciato. In questo caso si procederà, impiegando assiomi, enunciati, proposizioni precedentemente dimostrate e costruzioni geometriche, a dimostrare l'implicazione tra le ipotesi iniziali e certe proprietà. Abbiamo in questo caso una dimostrazione "costruttiva", che fonda la propria forza epistemologica sui principi impiegati.

Dall'altro lato, abbiamo l'impiego dell'apagogia, o dimostrazione per assurdo. Questa procede assumendo come ipotesi la verità della proposizione contraddittoria a quella da dimostrare, e mostrando come da quella segua irrimediabilmente una contraddizione. Da questo passo logico segue che, per evitar contraddizione, sarà necessario accettare la negazione della proposizione assunta, quindi la proposizione che ci proponevamo di dimostrare. Lo schema logico impiegato è il seguente:

$$a \lor \neg a$$
$$\neg a \rightarrow (b \land \neg b)$$
$$\overline{}$$
$$a$$

In questo caso abbiamo quindi una dimostrazione per negazione, nella quale l'affermazione di *a* è giustificata sulla base della contraddittorietà della sua contraddittoria.

L'impiego dell'apagogia è stato oggetto di critiche da parte di Kant, che saranno prese in esame nel quarto capitolo. Nel prosieguo dell'esposizione, però, vedremo come questa è stata anche oggetto di una proficua ripresa da parte di Pascal, nella sua valorizzazione epistemologica del metodo euclideo.

I.3. L'importanza filosofica del metodo euclideo

I.3.1. Il metodo geometrico in filosofia tra Seicento e Settecento

Gli *Elementi* euclidei furono eredi di una lunga tradizione filosofica, che affonda le proprie radici soprattutto nel campo del pensiero pitagorico e di quello accademico, come abbiamo avuto modo di vedere nelle pagine precedenti; ma non solo: sarebbero state anche il punto d'avvio di importanti riflessioni in ambito filosofico, specialmente per quanto riguarda l'epistemologia.

A cavallo tra Seicento e Settecento, furono molti i filosofi a rivolgersi al metodo euclideo, applicandolo più o meno fedelmente nello sviluppo del proprio pensiero etico e metafisico.

Quale fu la motivazione che portò i filosofi dell'età moderna a "impugnare la riga e il compasso"? Possiamo leggere a questo proposito alcune righe di un'opera che segna in modo indelebile la storia dell'impiego del metodo geometrico in filosofia: il *Discorso sul metodo* cartesiano. In poche parole, il filosofo francese esprime il nocciolo del problema che inquietava i filosofi del suo tempo:

> Non dirò nulla della filosofia, se non che, vedendo che essa è stata coltivata dalle più elette menti che siano mai vissute da molti secoli in qua, e che, nondimeno, non vi si trovi ancora alcuna cosa sulla quale non si disputi, e per conseguenza che non sia dubbia, non avevo sufficiente presunzione per sperare di essere più fortunato degli altri; [...].[71]

Al di là della falsa modestia di cui sono imbevute queste parole, possiamo leggervi una preoccupazione oggettiva, e un'aspirazione per la conoscenza filosofica: laddove in geometria sembrava esserci un accordo pressoché unanime - tanto che sulle dimostrazioni di Euclide nessun matematico aveva obiezioni da presentare, ma su questo punto dovremo ritornare -, la filosofia, e in particolar modo la metafisica, si presentava come

[71] Cfr. CARTESIO R., *Discorso sul metodo*, tr. it. di G. Bontadini, Morcelliana, Brescia 2019, p. 19.

un «campo di lotte senza fine»[72], come la avrebbe rappresentata ancora Kant un secolo e mezzo più tardi. L'aspirazione cartesiana, poi condivisa da diversi pensatori, era quella di dare alla conoscenza filosofica la stessa oggettività che sembrava pertenere a quella matematica e geometrica; e la via scelta per perseguire questo fine era adottare proprio il metodo dei geometri.

Quello che i filosofi cui facciamo riferimento chiamavano "metodo geometrico", però, era in realtà per ognuno di questi qualcosa di diverso. In primo luogo si tratta di capire cosa significasse per questi autori impiegare il metodo di Euclide: si trattava di seguire un modo di procedere o di emulare un ordine espositivo delle conoscenze[73]? In secondo luogo, si tratta di capire quale fosse l'aspetto metodologico rilevante per il nostro autore autore: la fondazione assiomatica della conoscenza? il rigore delle dimostrazioni euclidee? la portata conoscitiva dell'apagogia?

Entrare nel dettaglio di questo caleidoscopio di rielaborazioni in chiave filosofica del metodo euclideo richiederebbe molto tempo. Qui ci proponiamo di mettere in luce solo i tratti fondamentali di due importanti tentativi compiuti in questa direzione: quello di Cartesio e quello di Spinoza.

I.3.1.1. Cartesio: dubbio, chiarezza e ordine espositivo

Cartesio muove i primi passi alla ricerca di una fondazione solida del sapere filosofico dubitando, o sforzandosi di dubitare, di tutte le certezze che aveva dato per vere fino a quel momento. Lo scopo di questa operazione era ritrovare dei principi primi, che potremmo assimilare agli assiomi e ai postulati della geometria euclidea, tali da costituire un fondamento stabile per l'edificazione apodittica del sapere filosofico, e in particolare metafisico. Nelle sue *Meditazioni*, infatti, Cartesio argomenta la propria decisione di intraprendere il cammino metafisico proprio sulla base della possibilità di trarre

---

[72] Cfr. KANT I., *Critica della ragion pura*, tr. it. di G. Gentile e G. Lombardo-Radice, Laterza, Roma 2005, p. 5.
[73] Cfr. BASSO P., *Il secolo geometrico. La questione del metodo matematico in filosofia da Spinoza a Kant*, Le Lettere, Firenze 2004, p. 15.

frutto dall'impiego del metodo di cui aveva già tracciato il profilo nel *Discorso* del 1637:

> Ed infine, poiché parecchie persone - le quali sanno che io ho coltivato un certo metodo per risolvere ogni sorta di difficoltà nelle scienze; metodo, che, a dir vero, non è nuovo, non essendovi nulla di più antico della verità, ma del quale esse sanno che mi sono servito assai felicemente in altri casi - hanno desiderato ciò da me, ho pensato che era mio dovere tentare qualcosa su questo soggetto.[74]

La fiducia cartesiana affondava le proprie radici nella certezza dei propri principi primi; ma su cosa si fondava a sua volta questa certezza? La risposta di Cartesio a questa domanda può destare qualche perplessità:

> Il primo [precetto] era di non accogliere mai nulla per vero, che non conoscessi evidentemente esser tale; cioè di evitare accuratamente la precipitazione e la prevenzione; e di non comprendere nei miei giudizi niente di più di quello che si presentasse così chiaramente e distintamente alla mia mente, che io non avessi alcuna possibilità di metterlo in dubbio.[75]

La certezza di detti principi doveva essere garantita dalla loro "chiarezza" e dalla loro "distinzione". Possiamo riscontrare una duplice debolezza in questo criterio: in primo luogo si tratta di due caratteristiche che non sono definite se non in modo intuitivo, il che lascia spazio a molteplici interpretazioni delle stesse; e in seconda battuta si tratta di un discrimine soggettivo, e di dubbia certezza. Possiamo riscontrare la debolezza di questo criterio nella nostra quotidianità: ad esempio, ci sembra che il tempo scorra nello stesso modo indipendentemente dal luogo in cui ci troviamo, e questa percezione è tanto chiara quanto distinta; ma la teoria della relatività spiega che in realtà non è così. Considerando un esempio geometrico, al tempo di Cartesio si poteva senza dubbio ritenere, ed è probabile che lo stesso filosofo francese lo ritenesse, che il V postulato euclideo fosse oggetto di conoscenza chiara e

[74] Cfr. CARTESIO R., *Meditazioni metafisiche, Obbiezioni e risposte*, tr. it. Tilgher e F. Adorno di in ID., *Opere filosofiche, vol. II*, Laterza, Roma 1992, p. 5.
[75] Cfr. ID., *Discorso sul metodo*, cit., p. 37.

distinta, quando invece abbiamo avuto modo di vedere che è possibile metterlo in discussione e negarne l'inaggirabilità.

Cartesio intese l'applicazione del metodo geometrico in filosofia come la ricerca di un ordine di analisi ed esposizione che fondasse le conoscenze meno evidenti a partire da quelle certe in prima battuta. Per questo, a differenza di altri autori, egli non diede una struttura geometrica alla propria argomentazione; tanto che padre Mersenne, nelle seconde obiezioni alle *Meditazioni di filosofia prima*, gli riportò un invito che, alla luce di quanto abbiamo visto, può sembrare singolare:

Ecco perché sarebbe cosa utilissima se, alla fine delle vostre soluzioni, dopo aver dapprima avanzato alcune definizioni, postulati e assiomi, voi concludeste il tutto secondo il metodo dei geometri, nel quale siete sì ben versato, affinché d'un colpo, e con una sola occhiata, i vostri lettori possano vedere di che soddisfarsi, e voi riempiate il loro spirito della conoscenza della divinità.[76]

Si imputava così al primo teorico del metodo geometrico in filosofia dell'età moderna di non aver affatto applicato questo stesso metodo. Per capire qui l'intento cartesiano, dobbiamo richiamare la distinzione, precedentemente citata, tra il metodo geometrico inteso come ordine espositivo e come modello di dimostrazione. Cartesio distingue queste due modalità, e spiega come nell'ordine espositivo egli abbia seguito a pieno il metodo dei geometri:

L'ordine consiste solamente in ciò, che le cose che sono proposte le prime, debbono essere conosciute senza l'aiuto delle seguenti, e che le seguenti debbono essere disposte in modo tale che siano dimostrate dalle sole cose che le precedono.[77]

Quanto poi al modo di dimostrare i concetti esposti, Cartesio spiega che laddove i geometri preferivano adottare un metodo sintetico - quello che

[76] Cfr. MERSENNE M., *Seconde obbiezioni, raccolte da R. P. Mersenne dalla bocca di diversi teologi e filosofi*, tr. it. di A. Tilgher e F. Adorno, in CARTESIO R..,*Opere filosofiche, vol. II*, cit., p. 122.
[77] Cfr. CARTESIO R., Risposte dell'autore alle *seconde obbiezioni, raccolte da parecchi teologi e filosofi per opera del R. P. Mersenne*, tr. it. di A. Tilgher e F. Adorno in ID.,*Opere filosofiche, vol. II*, cit., p. 144.

Mersenne gli chiedeva di impiegare -, egli aveva preferito quello analitico, in quanto più adatto alla materia trattata.

Per Cartesio, in conclusione, applicare il metodo geometrico non significava tanto ripartire gli elementi della conoscenza geometrica in definizioni, assiomi, postulati e dimostrazioni - come invece farà Spinoza -, ma adottare un certo ordine argomentativo, grazie al quale «dalla conoscenza intuitiva di alcuni enti fondamentali e di alcuni assiomi validi universalmente si passa, attraverso catene argomentative che mantengono intatto il valore di verità delle proposizioni iniziali, a dimostrare teoremi dotati della medesima certezza»[78]. Si trattava, in sintesi, di identificare principi chiari e distinti da cui dedurre tutte le verità filosofiche; di adottare un ordine logico, più che uno schema tramite cui dare alla propria trattazione una veste euclidea.

Se questo è vero, lo è anche che in risposta alla richiesta di Mersenne, Cartesio provò a dimostrare quattro proposizioni della propria metafisica impiegando il metodo sintetico, in un breve scritto intitolato *Ragioni che provano l'esistenza di Dio e la distinzione che c'è tra lo spirito e il corpo dell'uomo disposte in modo geometrico*[79]. Il testo si presenta suddiviso in definizioni, postulati, assiomi e dimostrazioni, secondo una forma analoga a quella che si troverà nell'*Etica* spinoziana - che prenderemo in esame tra poco. Nonostante questo tentativo, però, rimane vero che, nella quasi totalità della propria opera, Cartesio preferì il metodo analitico, e si impegnò in questa impresa più per non scontentare i suoi obiettori, che non per convinzione filosofica[80].

Il punto debole dell'epistemologia cartesiana, sia che la si consideri dal punto di vista del metodo analitico che da quello sintetico, è però non aver fornito un criterio che garantisse adeguatamente la solidità dei punti di appoggio della conoscenza.

---

[78] Cfr. MORI G., *Cartesio*, Carocci editore, Roma 2010, p. 40.
[79] Cfr. CARTESIO R., *Ragioni che provano l'esistenza di Dio e la distinzione che c'è tra lo spirito e il corpo dell'uomo disposte in modo geometrico*, in ID., *Meditazioni metafisiche, Obbiezioni e risposte*, cit., pp. 148-158.
[80] Cfr. MORI G., *Cartesio*, cit., p. 200.

I.3.1.1. Il metodo sintetico di Spinoza

La concezione cartesiana del metodo viene rovesciata completamente da Spinoza. Proprio per questo, concentrarci sull'impiego che il filosofo olandese fece del metodo geometrico sarà utile per considerare un volto diverso di questa vicenda epistemologica, per apprezzarne la complessità e mettere in luce alcuni problemi che trovano invece soluzione, o vengono riconosciuti e ammessi come tali, in Pascal.

La riflessione spinoziana sul metodo si articola prevalentemente nel *Trattato sull'emendazione dell'intelletto:* opera giovanile rimasta incompiuta e pubblicata postuma, ma le cui idee sono rimaste in gran parte operanti nello sviluppo del pensiero spinoziano[81]. Spinoza inaugura la sua riflessione sul metodo condannando la mossa cartesiana di iniziare con il dubbio, e affermando il primato della verità su di esso. Il metodo, perciò, non consiste nell'eliminazione del dubbio, quanto nella valorizzazione della verità:

> Parlo del vero dubbio della mente, e non di quello che possiamo vedere qua e là quando qualcuno dice a parole di dubitare, sebbene il suo animo non dubiti. Non è compito del metodo, infatti, emendare questo [...].[82]

Il referente di questo passo spinoziano è certamente Cartesio, il quale viene accusato di fingere di dubitare. Questo perché, spiega Spinoza, il dubbio non può affondare le proprie radici se non nella verità, che è raggiungibile dall'uomo grazie alla automanifestatività[83] - la verità è data immediatamente, è il segno di se stessa, e non sono necessari, per Spinoza, altri segni della sua presenza. Il compito del metodo sarà quindi quello di individuare la verità che soggiace all'errore[84], e acquisire «nell'ordine dovuto, altre idee secondo la

---

[81] Cfr. VINCIGUERRA L., *Iniziare con Spinoza. Errore e metodo nel "Tractatus de intellectus emendatione"*, in «Rivista di Storia della Filosofia», 49 (1994), 4, p. 687.
[82] Cfr. SPINOZA B., *Trattato sull'emendazione dell'intelletto*, in ID., *Tutte le opere*, tr. it. di M. Buslacchi, A. Dini, G. Durante, S. Follini, A. Sangiacomo, Bompiani, Milano 2014, p. 153.
[83] Cfr. *ivi*, p. 131.
[84] Cfr. VINCIGUERRA L., *Iniziare con Spinoza. Errore e metodo nel "Tractatus de intellectus emendatione"*, cit., p. 687.

norma di un'idea vera data»[85], cioè dimostrandole a partire da questa. Abbiamo a questo punto tutti gli elementi per comprendere cosa dovesse essere per Spinoza il "vero" metodo geometrico:

> Perciò, non avendo bisogno la verità di alcun segno, ma essendo sufficiente, per eliminare ogni dubbio, avere le essenze oggettive delle cose o, che è lo stesso, le idee, ne segue che il vero metodo non consiste nel cercare il segno della verità dopo aver acquisito conoscenza delle idee, ma il vero metodo è la via attraverso cui cercare la verità stessa, o le essenze oggettive delle cose o le idee (questi termini hanno tutti lo stesso significato) nell'ordine dovuto.[86]

Ritroviamo perciò in Spinoza la concezione, già condivisa da Cartesio, che il metodo geometrico consiste in prima battuta nel seguire un certo ordine, di natura deduttiva. D'altra parte è proprio questo ordine deduttivo-espositivo ciò che rende il metodo «*truth-preserving*»[87], capace cioè di tramandare lo statuto di verità alle proposizioni derivate da una proposizione di partenza: caratteristica che interessava tanto a Cartesio quanto a Spinoza.

Per il nostro autore però, si trattava di fare qualcosa di più che seguire un semplice ordine espositivo. Sfogliando le pagine dell'*Etica* spinoziana, infatti, si può notare che Spinoza segue Euclide molto più di quanto non avesse fatto Cartesio: l'esposizione è articolata in assiomi, postulati, proposizioni e dimostrazioni. Quello che troviamo applicato nell'*Etica* è perciò quello che Cartesio nelle sue risposte alle seconde obiezioni qualificava come "metodo sintetico".

L'esposizione di teorie che al tempo erano considerate «le dottrine più "empie" del secolo»[88], in una forma così metodologicamente rigorosa, e che al tempo godeva di molta ammirazione, provocò grandi sconvolgimenti, e il

[85] Cfr. SPINOZA B., *Trattato sull'emendazione dell'intelletto*, cit., p. 131.
[86] Cfr. *ivi*, p. 153.
[87] Cfr. MARK T.C., *"Ordine Geometrico Demonstrata": Spinoza's use of the axiomatic method*, in «The Review of Metaphysics», 29 (1975), 2, p. 264.
[88] Cfr. DE ANGELIS E., *Crisi di coscienza fra i seicentisti per il metodo geometrico*, in «Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa. Lettere, Storia e Filosofia», 31 (1962), 3/4, p. 254.

conseguente tentativo di confutare l'opera spinoziana, che portò alla messa in luce di diverse fallacie nelle dimostrazioni dell'*Etica*.

Ciò che qui è importante rilevare, però, non sono tanto gli errori che Spinoza fece nell'applicazione del proprio metodo, quanto piuttosto i problemi epistemologici che questo stesso metodo lascia irrisolti. In primo luogo, abbiamo in Spinoza, come già in Cartesio, una certa ambiguità in merito a come sia possibile stabilire l'indubitabilità degli assiomi e dei postulati. Si fa riferimento all'automanifestatività della verità prima, e alla necessità di avere «idee chiare e distinte»[89] poi; ma il problema rimane di fatto insoluto: e si tratta di un problema di primo rilievo, dal momento che la capacità del metodo di preservare la verità dei propri principi è vana fino a che non si possa esibire questa stessa verità, cosa che Spinoza non sembra in grado di fare[90].

Un altro problema nel metodo spinoziano, ma ancora più in generale geometrico, si annida nelle sue definizioni. È di fatto impossibile definire ogni termine impiegato, e questa impossibilità lascia aperta la via all'assunzione surrettizia di concetti non esplicitati dalla definizione: è quanto avviene ad esempio con la negazione della trascendenza di Dio, laddove la dimostrazione dell'immanenza divina - e quindi del panteismo spinoziano - si fonda sull'assunzione surrettizia di Dio come sostanza, che avviene in fase definitoria; essa quindi è presupposta, anziché dimostrata[91].

Avremo modo di vedere come entrambi questi problemi siano presi seriamente in considerazione da Pascal, che ne darà adeguata contestualizzazione all'interno della sua epistemologia.

I.3.2. Il metodo geometrico oltre la crisi dei fondamenti della matematica

La cosiddetta crisi dei fondamenti della matematica - scatenata dalla messa in dubbio della geometria euclidea e della teoria degli insiemi cantoriana, e alimentata ulteriormente dalla pubblicazione dei teoremi di

---

[89] Cfr. SPINOZA B., *Trattato sull'emendazione dell'intelletto*, cit., p. 161.
[90] MARK T.C., *"Ordine Geometrico Demonstrata": Spinoza's use of the axiomatic method*, cit., p. 274.
[91] *ivi*, p. 280.

Gödel - ebbe un ruolo importante nella rivalutazione epistemologica del metodo euclideo.

Se, infatti, i pensatori antichi ritenevano che i postulati, e primi tra tutti i postulati euclidei, fossero verità indubitabili, emergeva ora la consapevolezza che non si era in grado di dare una giustificazione che fondasse questa stessa indubitabilità.

La risposta che si ebbe in ambito matematico fu quella di smettere di pensare ai postulati come a principi primi della conoscenza, per considerarli come punti di partenza teorici, fissati arbitrariamente, sul cui statuto di verità non è dato esprimersi. Potremmo esemplificare così la questione: se Euclide diceva: "*siccome* questi principi sono veri, allora anche queste proposizioni sono vere", i matematici iniziarono a dire: "*se* questi principi sono veri, allora lo sono anche queste proposizioni".

Si rinunciava così al tentativo di mostrare la verità dei punti di partenza delle teorie matematiche, una rinuncia che diventa fatale nel momento in cui si impiega il metodo geometrico nel discorso filosofico. Una via alternativa è indicata proprio da Pascal, che individua un modo per mostrare la verità dei principi primi stessi, come vedremo nel prosieguo.

I.4. Critiche alla conoscenza geometrica

Se è vero che il metodo degli *Elementi* ha avuto un impatto significativo sulla riflessione filosofica di diversi autori, stimolando rielaborazioni epistemologiche di grande rilevanza, lo è anche che sono diverse le critiche mosse alla sua applicazione nel campo del ragionamento filosofico.

Di particolare rilievo sono la contestazione mossa da Kant al valore epistemico dell'apagogia - che invece, come vedremo, è stato pienamento accettato e valorizzato da Pascal -, e quella hegeliana alla possibilità di impiegare proficuamente il metodo geometrico alla riflessione filosofica.

Prima di addentrarci in queste questioni, però, occorre prendere in considerazione una "critica euclidea" a Euclide, cioè rilevare come lo stesso Euclide non abbia applicato sempre con estremo rigore il proprio stesso metodo.

I.4.1. Una critica euclidea a Euclide

La pretesa, propria del metodo euclideo, di definire rigorosamente tutti i termini impiegati e di dichiarare esplicitamente tutti i postulati e gli assiomi assunti come basi del proprio ragionamento è molto difficile da soddisfare. La sua realizzazione è infatti costantemente messa in pericolo dal rischio di introdurre surrettiziamente concetti applicati sulla base del loro significato meramente intuitivo - è il caso, analizzato nel primo capitolo, del concetto di grandezze omogenee -, o addirittura di veri e propri postulati.

Ciò avviene, ad esempio, nella prima proposizione del primo Libro, nella quale si richiede di costruire un triangolo equilatero a partire da un segmento dato AB. Per effettuare questa costruzione, si tracciano le due circonferenze aventi come centro il punto A e il punto B e di raggio comune AB. L'intersezione delle due circonferenze tracciate, che chiameremo C, sarà il vertice del triangolo equilatero ABC, i cui lati AC e BC sono uguali ad AB perché raggi delle stesse circonferenze.

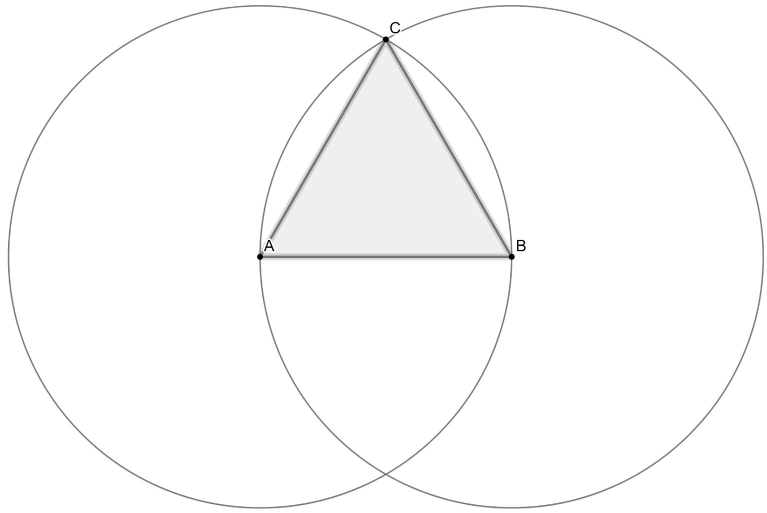

Fig. 5. La costruzione del triangolo equilatero.

A una prima considerazione sembra che questo procedimento sia impeccabile da un punto di vista logico: partendo dai presupposti del sistema euclideo si costruisce una figura, che si mostrerà essere quella ricercata proprio in virtù di quegli stessi presupposti.

Eppure, Attilio Frajese ha sottolineato, nel suo commento agli *Elementi*, come in Euclide non si dia alcuna prova dell'esistenza dell'intersezione delle due circonferenze costruite[92]. Di conseguenza non è di fatto dimostrata l'esistenza del punto C, e pertanto nemmeno quella della figura che ci si proponeva di tracciare.

Non si tratta di un caso isolato: l'introduzione di postulati non enunciati e di concetti non rigorosamente definiti è ricorrente soprattutto nelle prime proposizioni del primo Libro, tanto che Frajese parla di queste come di un vero e proprio «prolungamento dei postulati»; infatti, scrive, «contiene (come si è visto) un nuovo postulato il procedimento costruttivo della I.1: invece nelle due seguenti proposizioni I.2 e I.3 viene precisato il significato del postulato terzo. Infine nella I.4 viene introdotto, in modo non rigoroso, il movimento meccanico, sicché la proposizione stessa, [...], può esser considerata come un postulato»[93].

[92] Cfr. FRAJESE A., *Commento* a EUCLIDE, *Gli elementi*, cit., p. 77.
[93] Cfr. *ivi*, pp. 78-79.

Questa incapacità di Euclide stesso di attenersi rigorosamente al proprio metodo può condurci all'obiezione secondo la quale non è possibile definire tutti i termini e i concetti impiegati, pena la caduta in un *regressus ad infinitum* senza vie d'uscita. Nel prosieguo della trattazione, vedremo come Pascal riconosca questo limite del metodo euclideo, indicandone la ragione nella particolare posizione occupata dall'essere umano nel creato; e, soprattutto, come compia questa operazione all'interno di un lavoro di grande valorizzazione di questo stesso metodo.

I.4.2. Riserve kantiane sul valore epistemico dell'apagogia

Nella Dottrina del metodo della *Critica della ragion pura*, Kant sostiene che la conoscenza matematica, e quindi anche quella geometrica, sia conoscenza razionale per costruzione di concetti[94]. A permettere questa costruzione sono le intuizioni pure dello spazio e del tempo, e l'impiego dell'immaginazione produttiva. Questo secondo elemento, nello specifico, è richiesto in quanto alla costruzione delle figure geometriche è necessario il movimento, che può esplicarsi solo grazie alla presenza di questa ulteriore dimensione[95].

Nel prosieguo della sua riflessione, il filosofo di Königsberg riflette a lungo sulla conoscenza geometrica, da un lato indagando la natura costruttiva di definizioni, assiomi e postulati[96], e dall'altro riflettendo a lungo sulla teoria euclidea delle parallele[97]. La trattazione di queste riflessioni ci condurrebbe però lontano da ciò che qui ci preme rilevare.

Ciò che in prima battuta occorre mettere in evidenza è che in Kant vi è un certo scetticismo sulla possibilità di impiegare con profitto il metodo geometrico alla filosofia: tesi che sarà affermata con ancora più forza da Hegel, come vedremo. Nella prima *Critica*, infatti, leggiamo:

---

[94] Cfr. MORETTO A., *Con Euclide e contro Euclide: Kant e la geometria*, in «Studi Kantiani», 26 (2013), p. 73.
[95] Cfr. *ibidem*.
[96] Cfr. KANT I., *Critica della ragion pura*, cit., pp. 453-459.
[97] Cfr. MORETTO A., *Con Euclide e contro Euclide: Kant e la geometria*, cit., pp. 82-90.

La solidità della matematica poggia su definizioni, assiomi, dimostrazioni. Io mi contenterò quindi di mostrare che nessuno di questi elementi, nel senso in cui li prende il matematico, può essere fornito né imitato dalla filosofia.[98]

Vediamo in questo modo ristretto il campo di applicazione del metodo euclideo al mero studio della realtà matematico-geometrica.

Kant però non si limita a questa operazione, e nella sua riflessione sull'apagogia, ne limita la forza epistemica alla sola produzione di giudizi analitici[99], cioè quei giudizi che

non ci dicono propriamente di un oggetto più di quello che contiene già il concetto che abbiamo di esso, poiché essi non estendono la conoscenza oltre il concetto del soggetto, ma si limitano a chiarirlo.[100]

Si afferma perciò che la dimostrazione per assurdo non è di fatto in grado di ampliare le nostre conoscenze, e quindi, ancora una volta, si nega che questa possa essere usata con profitto nel campo della conoscenza filosofica.

Una certa diffidenza verso il ragionamento apagogico è riscontrabile già in Antoine Arnauld, contemporaneo di Pascal e vicino, come quest'ultimo, all'ambiente di Port-Royal. Arnauld argomenta che una dimostrazione apagogica può ben convincere l'intelletto, ma che non è in grado di dire pienamente perché le cose stiano come da questa asserito[101]. Anche in questo caso assistiamo quindi a una limitazione della portata conoscitiva dell'apagogia, della quale ci proponiamo al contrario di illustrare la forza argomentativa nella seconda Parte di questo testo.

---

[98] Cfr. KANT I., *Critica della ragion pura*, cit., p. 453.
[99] Cfr. PAGANI P., *La dimostrazione per assurdo come ideale regolativo del pensiero dimostrativo*, in ID., *L'essere è persona. Riflessioni su ontologia e antropologia filosofica in Gustavo Bontadini*, Orthotes, Napoli-Salerno 2016, pp. 127-128.
[100] Cfr. KANT I., *Critica della ragion pura*, cit., p. 458.
[101] Cfr. GARDIES J.L., *Pascal entre Eudoxe et Cantor*, cit., p. 99.

I.4.3. Hegel critico dell'impiego filosofico del metodo euclideo

Hegel rappresenta il più grande avversario dell'impiego del metodo geometrico euclideo in filosofia. Sono diversi infatti gli attacchi mossi dal filosofo tedesco a questa prospettiva.

Nell'introduzione alla *Fenomenologia dello Spirito*, Hegel si scaglia contro il presupposto, tipico del pensiero moderno, che alla trattazione filosofica vera e propria sia necessario premettere una riflessione sul metodo da impiegare nel perseguimento di questa. In questo modo, si andrebbe a delineare una distinzione tra conoscente e conosciuto che dal punto di vista dell'idealismo hegeliano è rigettata con fermezza:

> Questa preoccupazione deve tramutarsi addirittura nella convinzione che l'intera impresa di guadagnare alla coscienza, attraverso il conoscere, ciò che è in-sé, nel suo concetto sia un controsenso, e che tra il conoscere e l'assoluto si frapponga una netta linea di demarcazione.[102]

Questo tentativo di andare incontro alla verità è perciò viziato in origine dall'assunzione surrettizia di numerosi presupposti, che anziché avvicinare alla verità conducono nella direzione opposta:

> Quella paura infatti dà per presupposte *rappresentazioni* del *conoscere* inteso come uno *strumento* e come un *medium*, e inoltre una *differenza fra noi stessi* e *questo conoscere;* soprattutto, però, presuppone che l'assoluto se ne stia *da un lato* e *il conoscere dall'altro* [...].[103]

Nell'introduzione alla *Scienza della Logica*, la riflessione su questo tema si fa ancora più esplicita:

> A queste scienze è perciò concesso di parlare in guisa semplicemente lemmatica della loro base e del loro insieme, come anche del metodo, di presupporre come già conosciute ed

[102] Cfr. HEGEL G.W.F., *La fenomenologia dello spirito*, tr. it. di G. Garelli, Einaudi, Torino 2008, p. 57.
[103] Cfr. *ivi*, p. 58.

ammesse le forme delle definizioni etc., così da poterle senz'altro applicare, e di giovarsi dell'ordinario ragionamento per stabilire i loro concetti generali e le loro fondamentali determinazioni.
La logica all'incontrario non può presupporre alcuna di queste forme della riflessione, o di queste regole e leggi del pensare, perché esse fanno parte del suo stesso contenuto e non debbono esser fondate che dentro la logica stessa.[104]

Hegel rinnega dunque l'appropriatezza dell'uso del metodo geometrico in campo filosofico, poiché la filosofia non ammette nessun tipo di presupposto, al contrario di quanto previsto da detto metodo[105].

Avremo modo di vedere che la critica hegeliana coglie solo parzialmente nel segno. Difatti, nell'opera pascaliana, ma già nella riflessione di Aristotele, possiamo vedere come l'impiego dell'apagogia e del suo fondamento epistemologico - il principio di non contraddizione -, consentano di mostrare - e non, si noti, di dimostrare -, l'inaggirabilità dei principi primi, in virtù proprio di quella legge ineludibile del pensiero stesso che è l'incontraddittorietà.

[104] Cfr. ID., *Scienza della logica. Tomo primo*, tr. it. di A. Moni - C. Cesa, Laterza, Roma 1981, p. 23.
[105] Cfr. VERRA V., *Hegel critico della filosofia moderna: matematica e filosofia*, in ID., *Su Hegel*, il Mulino, Bologna 2007, pp. 39.

II PARTE: GEOMETRIA, SCIENZA EMPIRICA E METAFISICA. AL CUORE DELL’EPISTEMOLOGIA PASCALIANA

II.1. Blaise Pascal: filosofo, matematico, fisico, epistemologo. Un'introduzione

L'opera di Pascal ha toccato una grande varietà di campi del sapere, che risulta sorprendente se si considera l'arco di tempo molto ridotto, 39 anni di vita, nel quale si è dispiegata. Al fine di penetrare nella sottile epistemologia che il nostro autore ha sviluppato nel corso del suo lavoro, sarà opportuno percorrere brevemente le varie tappe toccate da questo nel proprio percorso filosofico. Questa operazione ci consentirà di illustrare alcuni criteri interpretativi che seguiremo nel prosieguo della trattazione, e di comprendere meglio la genesi e il progressivo perfezionamento di quell'epistemologia che ci proponiamo di analizzare.

Come prima cosa, dobbiamo sottolineare il grande rapporto che il nostro autore ha avuto con la Matematica, la Geometria e le scienze empiriche. Ne rende testimonianza la sorella di Blaise, Gilberte Pascal (o anche Madame Périer, dal cognome del marito) nella sua *Vita di Pascal*[106], nella quale racconta di un approccio molto precoce del fratello alle suddette discipline: a 11 anni scrisse un trattato sulla fisica dei suoni, andato perduto, e a 12 giunse a dimostrare la trentaduesima proposizione di Euclide, secondo la quale la somma delle ampiezze degli angoli interni di qualunque triangolo euclideo equivale a due angoli retti. A 16 anni, continua Gilberte, scrisse il *Trattato sulle coniche,* ispirato dalla geometria proiettiva di Girard Desargues, nel quale viene formulato il "Teorema di Pascal", secondo il quale «i punti di intersezione delle tre coppie dei lati opposti di un esagono piano inscritto in una conica appartengono alla stessa retta [la *retta di Pascal* o *pascaliana*]».[107]

[106] Cfr. PASCAL G., *Vita di Pascal, prima versione* in PASCAL B., *Opere complete*, a cura di M. V. Romeo, Bompiani, Milano 2020, pp. 101-137.
[107] Cfr. PERATONER A., *Pascal*, Carocci editore, Roma 2011, p. 33.

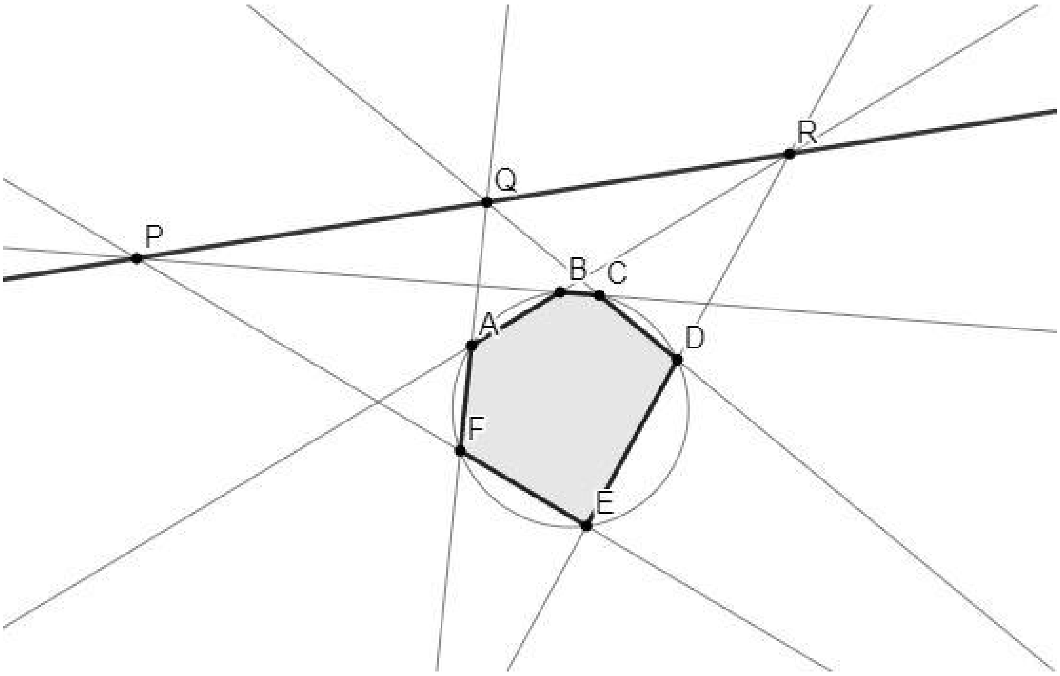

Fig. 1. Rappresentazione della retta pascaliana

In questo breve excursus sulla precocità intellettuale di Pascal viene menzionata anche la sua salute, che «cominciò a essere compromessa da quando toccò l'età di diciotto anni»[108]: compromissione che fu causa di periodi di inattività, nonché della morte precoce del nostro autore.

L'ultimo impegno matematico-scientifico citato da Gilberte è quello riguardante gli esperimenti sul vuoto:

> [...] all'età di ventitré anni, [...], avendo visto l'esperimento di Torricelli, inventò ed eseguì quegli altri esperimenti che sono stati chiamati gli esperimenti sul vuoto, che provano tanto chiaramente che tutti gli effetti, che erano stati fino ad allora attribuiti all'orrore del vuoto, sono causati dal peso dell'aria. Una tale occupazione fu l'ultima in cui applicò la sua mente per le scienze umane; e benché in seguito abbia inventato la cicloide, questo non contraddice quanto dico, perché la trovò senza pensarvi e in un modo che mostra bene che non vi si era impegnato, come dirò a suo tempo.[109]

[108] Cfr. PASCAL G., *Vita di Pascal, prima versione,* cit., p. 107.
[109] Cfr. *ibidem*.

In queste ultime battute il racconto di Gilberte si fa meno veritiero. L'intento dell'autrice della *Vita di Pascal* non era tanto ritrarre il genio del fratello e illustrarne i risultati teorici, quanto invece dipingerlo sotto una luce agiografica, e l'immagine di un Pascal che abbandona le preoccupazioni scientifiche per dedicarsi a vivere da buon cristiano si prestava in modo eccellente allo scopo[110]. Al contrario di quanto riportato, però, queste non furono le uniche conquiste matematiche e scientifiche del nostro autore, né tantomeno le ultime in ordine cronologico, e anzi, mostreremo come la sensibilità matematico-scientifica non abbandonerà mai il filosofo di Clermont-Ferrand, giocando un ruolo essenziale anche all'interno delle sue riflessioni religiose e apologetiche.

Un primo traguardo omesso da Gilberte è la realizzazione della prima macchina calcolatrice, la *pascalina*, alla quale Pascal si dedicò dal 1642 al 1645, cioè precedentemente agli esperimenti sul vuoto.

Come si anticipava, però, le occupazioni matematico-scientifiche di Pascal erano ben lungi dal terminare con questi esperimenti. Infatti è di un periodo successivo il carteggio del filosofo di Clermont-Ferrand con Fermat, che portò il primo a così importanti traguardi da vedersi attribuire il titolo di inventore della *géométrie du hasard*. Di particolare rilievo è la riflessione sulla *speranza matematica*, nell'ambito della riflessione sul *problème de partis*, cioè su come sarebbe stato più opportuno dividere la posta in un gioco d'azzardo qualora questo fosse stato interrotto anzitempo. Possiamo esemplificare la formula come segue[111]: se E è la speranza matematica, V è la vincita attesa, p è la probabilità di vittoria, q la probabilità di sconfitta (cioè equivalente a 1-p) e B è la cifra scommessa dal giocatore, allora si avrà:

$$E = V \cdot p + q(-B)$$

Si tratta di un traguardo matematico che avrà un ruolo di rilievo nell'opera apologetica pascaliana, di cui si darà conto in seguito, a riprova di

[110] Cfr. ROMEO M.V., *Nota introduttiva* a PASCAL G., *Vita di Pascal, cit.*, p. 93.
[111] Cfr. PAGANI P., *Pascal. Una lettura del Pari*, in «Rosmini Studies», 7 (2020), p. 361

quanto per il nostro autore gli studi e i risultati matematici ebbero un'importanza centrale anche nelle riflessioni più tarde.

Dello stesso periodo sono le riflessioni e gli scritti di Pascal sul triangolo aritmetico, noto in Italia soprattutto per i lavori del matematico bresciano Niccolò Tartaglia, e per la sua applicazione nel calcolo degli elevamenti a potenza di binomi. Gli scritti sul triangolo aritmetico risultano interessanti per questa trattazione, perché rappresentano una prima formulazione astratta e rigorosa del metodo dell'induzione matematica[112], che differisce dall'induzione empirica, sulla quale pure Pascal farà delle osservazioni di grande importanza epistemologica, come vedremo in seguito. Questo metodo consiste nel dimostrare che una certa proprietà P è valida per un valore *k* - P(k) sarà detta *base dell'induzione* - e nel dimostrare che P(n)→P(n+1), cioè che il fatto che la proprietà P si predichi di un valore generico *n* implica che essa si predichi anche del suo successore. Si parla in questo secondo caso di *passo induttivo*. L'unione delle due formule dimostra che la proprietà P vale per k e per tutti i suoi successori.

Di poco successiva, 1655, è l'elaborazione pascaliana di quella che avrebbe dovuto essere un'opera dal titolo *De l'esprit géométrique*. Del progetto, rimasto incompiuto, sono giunti fino a noi due frammenti: il primo, dal titolo *Réflexions sur la Géométrie en général,* che si focalizzava prevalentemente sulla definizione di un corretto metodo geometrico per la conoscenza, che sarà preso in esame nel seguente capitolo; il secondo, dal titolo *De l'art de persuader,* che mostra come vi sia un nesso tra il metodo geometrico e la capacità di convincere un interlocutore. Come spiega Jean Mesnard, infatti: «Per convincere gli altri, anche fuori dalla geometria, bisogna applicare il modello geometrico: enunciare dei princìpi e dedurne delle conseguenze. La maniera di dedurre non cambia in nessun modo. Solo i princìpi sono di un nuovo tipo»[113].

---

[112] Cfr. HARA K., *Pascal et l'induction mathématique*, in «Revue d'histoire des sciences et de leurs applications», 15 (1962), 3/4, pp. 287-302. Su questo tema si veda anche BOYER C.B., *Storia della Matematica*, tr. it. di A. Carugo, Mondadori, Milano 1990, pp. 509-510.

[113] Cfr. MESNARD J., *Sui "Pensieri" di Pascal*, Morcelliana, Brescia 2011, p. 111.

È nei suoi scritti di carattere apologetico-religioso che Pascal farà ampio uso di questo metodo. Se infatti è vero che «questo metodo si può applicare unicamente nei confronti di coloro che ammettono i principi, cioè i credenti», e quindi se è vero che «esso non permetterà [...] di convincere il "libertino"» lo è anche che esso potrà suscitare una miglior conoscenza in «coloro che ammettono i principi»[114], rendendo più intellegibili e persuasive alcune delle verità di fede.

La riflessione religiosa ricopre un ruolo essenziale nel pensiero di Pascal, e sarà al centro di alcune delle imprese intellettuali del nostro autore. Prime tra queste sono le *Lettere provinciali*, scritte tra il 1656 e l'anno successivo, nelle quali Pascal si impegna, mostrando una notevole *vis* polemica, a difendere il "cattolicesimo agostiniano" - termine che presenta meno ambiguità del più utilizzato "giansenismo"[115] - caratteristico dell'ambiente di Port-Royal. Di particolare rilievo è il fatto che anche in quest'impresa di carattere apologetico-polemico, Pascal non perde il proprio rigore scientifico-metodologico[116], a riprova di quanto affermavamo in precedenza, cioè che il rigore matematico e geometrico non è abbandonato dal nostro autore in favore della riflessione religiosa, ma è messo al servizio di questa. Si tratterà di mettere in luce, nel prosieguo della trattazione, il modo in cui ciò avviene.

Gli ultimi anni della vita di Pascal sono segnati, oltre che dal progressivo peggioramento del suo stato di salute, da due importanti imprese intellettuali: una di stampo apologetico e una di stampo matematico. Quest'ultima consiste negli studi che Pascal portò avanti - e di cui la sorella Gilberte fa menzione nella citazione riportata in precedenza, seppur sminuendone l'importanza -, dedicati alla *roulette*: la figura tracciata da un punto fisso su una circonferenza che ruota senza traslare lungo una linea retta, a noi nota come "cicloide". Pascal risolse diversi problemi legati a questa figura, quali la «valutazione della lunghezza dell'arco, valutazione dell'area compresa tra la cicloide e la retta sulla quale la

[114] Cfr. *ivi*, p. 113.
[115] Cfr. *ivi*, p. 147.
[116] Cfr. PERATONER A., *Pascal*, cit., p. 96.

circonferenza rotola, valutazione della posizione dei baricentri di certi solidi che si ottengono facendo ruotare la curva, o parti di essa, attorno a vari assi di rotazione ad essa collegati»[117].

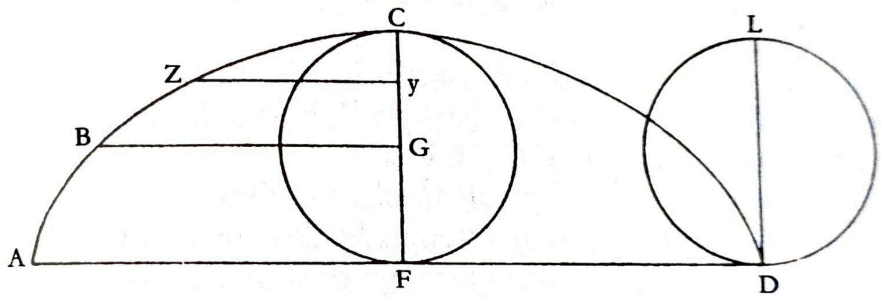

Fig. 2. Rappresentazione della roulette[118]

Di particolare interesse è il metodo che Pascal applicò allo studio di questa figura. Egli, infatti, attraverso un'applicazione del metodo di esaustione, presentato negli *Elementi* e comunemente attribuito a Eudosso, giunse a considerare gli infinitesimi nella risoluzione di questi problemi. Si tenga a mente che Pascal non considerava gli infinitesimi come realtà effettivamente esistenti - era infatti sostenitore di una infinita divisibilità dello spazio -, ma li considerava esclusivamente quali ipotesi di lavoro. Pascal stesso, in una lettera indirizzata a de Carcavy, scritta sotto lo pseudonimo di Amos Dettonville, specifica che «tutto ciò che è dimostrato dalle vere regole degli indivisibili si dimostrerà anche con rigore e alla maniera degli antichi [cioè muovendo da considerazioni euclidee, *ndr*]; e che così uno di questi metodi differisce dall'altro solo nel modo di parlare»[119]. Al di là della considerazione che Pascal stesso ebbe del metodo impiegato, si tratta a tutti gli effetti di un primo passo in direzione della formalizzazione del calcolo integrale.[120] Pascal tuttavia non giunse a una generalizzazione di questo metodo: traguardo che fu ottenuto in seguito indipendentemente sia da Newton che da Leibniz.

[117] Cfr. MANARA C. F., *Pascal matematico*, in «Rivista di Filosofia Neo-Scolastica», 87 (1995), p. 538.
[118] Cfr. PASCAL B., *Opere complete*, cit., p. 1923.
[119] Cfr. PASCAL B., *Lettera del signor Dettonville al signor de Carcavy*, in PASCAL B., *Opere complete*, cit., p. 2007.
[120] Cfr. ROMEO M. V., *Introduzione generale* agli *Scritti sulla cicloide,* in PASCAL B., *Opere complete*, cit., p. 1869.

Degli stessi anni è l'intenso lavoro che Pascal dedica alla scrittura di una apologia della religione cristiana, rimasta incompiuta a causa della morte prematura dell'autore, e i cui frammenti sono stati pubblicati in diverse edizioni e con diversi criteri organizzativi con il titolo di *Pensieri*. Questi frammenti danno alcune indicazioni di fondamentale importanza sullo sviluppo dell'epistemologia pascaliana, di cui daremo conto in seguito. Ciò che è importante rilevare ora è in primo luogo la contiguità del lavoro apologetico e di quello matematico, ma anche, il che è ancora più significativo, la compenetrazione dei due. Come sottolinea Jean Mesnard: «I *Pensieri* non hanno nulla dell'opera scientifica [...]. Ma la scienza vi appare come un riferimento costante. Solo prodotto della mente umana che ha il carattere della certezza, che s'impone a tutti gli uomini quando ragionano in modo corretto, essa occupa necessariamente un posto privilegiato in un'opera che cerca di rendere conto di tutto l'uomo e intende elaborare ragionamenti convincenti»[121].

Al termine di questo breve *excursus* sull'opera dell'ingegno pascaliano, possiamo mettere in luce tre acquisizioni interpretative, che sarà essenziale tenere a mente nel prosieguo di questo lavoro: *a)* la varietà di aree disciplinari toccate dal pensiero di Pascal ha contribuito allo sviluppo e all'affinamento della sua epistemologia; *b)* non si può sostenere che l'impegno scientifico e matematico si sia dispiegato solo nel primo periodo di vita del nostro autore, per poi essere abbandonato in favore di quello religioso e apologetico; e, anzi, *c)* il metodo scientifico-matematico presta la sua utilità all'opera apologetica, pur senza poterla esaurire completamente.

[121] Cfr. MESNARD J., *Sui "Pensieri" di Pascal*, cit., p. 88.

II.2. L’ideale di una conoscenza euclidea

È arrivato ora il momento di portare la nostra attenzione verso l’epistemologia di Pascal, a cominciare dal modo in cui il nostro autore reinterpretò e riadattò il metodo geometrico. Prima di compiere questa operazione, però, sarà opportuno mettere in chiaro il modo in cui proseguiremo. Approcciarsi alla filosofia pascaliana comporta confrontarsi con testi incompiuti, frammenti, lettere, con un’esposizione insomma che non può certo dirsi sistematica e lineare.

In questo quadro frammentato, è però possibile rintracciare un’epistemologia definita per gradi nelle varie opere, compiute e incompiute che siano. Come scrive Jacques Chevalier, infatti: «*Pascal n’a donc pas de système, mais il a une méthode. Et cette méthode est sûre, efficace et féconde, dans la mesure même où elle se refuse à être systématique*»[122].

Mettersi sulle tracce di questo metodo comporterà confrontarsi con diversi testi: dai frammenti incompiuti di *De l’esprit géométrique* e dei *Pensieri*, alla *Prefazione al trattato sul vuoto*, passando per la *Lettera a Padre Noël* del 29 ottobre 1647. Dall’accostamento e dal raffronto delle diverse riflessioni pascaliane emergerà una chiara teoria del metodo - come spiega Alberto Peratoner - riferendosi ai *Pensieri*: «Ne risulta una gnoseologia che, sebbene non sia mai stata sistematizzata in profondità dall'autore, è riconoscibile nella coerenza di un impianto che trova conferma in altri scritti di Pascal, anche a contenuto scientifico, e che prenderà la forma di un'equilibrata integrazione di ruoli distinti ma complementari di facoltà diverse»[123].

Ci proponiamo di proseguire con gradualità, ponendo prima di tutto attenzione a come Pascal abbia inteso il metodo geometrico, per poi mostrare le feconde riflessioni che il filosofo francese dedicò all’individuazione dei principi primi di detto metodo. L’attenzione si sposterà poi su un altro aspetto dell’epistemologia pascaliana: la riflessione sulla conoscenza empirica, nella

[122] Cfr. CHEVALIER J., *La méthode de connaître d'après Pascal*, in «Revue de Métaphysique et Moral», 30 (1923), 2, pp. 181-215.
[123] Cfr. PERATONER A., *Blaise Pascal e le ragioni del cuore*, in «Rivista di Filosofia Neoscolastica», 89 (1997), p. 319.

quale, come si vedrà, Pascal mostrò una consapevolezza sorprendente per un filosofo del suo tempo, arrivando ad anticipare le teorie popperiane. In conclusione, daremo conto del ruolo che Pascal assegna alla ragione umana, e dei limiti ai quali questa è sottoposta.

II.2.1. La teoria della conoscenza in De l'esprit géométrique e nella Lettera a Padre Noël

Nei frammenti intitolati *De l'esprit géométrique*, Pascal vede nel metodo geometrico l'ideale di una conoscenza rigorosa. Prima ancora di indicare quale sia il metodo che gli esseri umani debbano trarre dalla geometria, però, il nostro autore dichiara che ve n'è uno «ancor più eminente e più completo, ma a cui gli uomini non possono mai arrivare»[124]:

> Questo vero metodo, che elaborerebbe le dimostrazioni nella più alta eccellenza, se fosse possibile arrivarci, consisterebbe in due cose principali: l'una, nel non usare alcun termine di cui non si fosse spiegato prima con chiarezza il senso; l'altra, nel non avanzare mai alcuna proposizione che non si sia già dimostrata con altre verità già conosciute; cioè, in breve, di definire tutti i termini e di dimostrare tutte le proposizioni.[125]

In questa breve descrizione ritroviamo gran parte degli elementi costitutivi del metodo euclideo: definizioni, proposizioni, dimostrazioni. Questa prospettiva sarà però irrealizzabile, come specifica lo stesso Pascal, e si vedrà che questa impossibilità è dettata dalla posizione dell'uomo all'interno della realtà. Rimanendo però sul tema in esame: riscontrata l'impossibilità di seguire quello che sarebbe il metodo ideale, come deve comportarsi l'uomo che voglia conoscere alcunché?

In primo luogo, spiega Pascal, egli dovrà definire nel modo più chiaro possibile e senza ambiguità quanti più termini possibili, risparmiando quei termini la cui definizione renderebbe ancora più ambiguo il concetto da

[124] Cfr. PASCAL B., *L'intelligenza geometrica*, in ID. *Opere complete*, cit., p. 1593.
[125] Cfr. *ibidem*.

definire, anziché chiarirlo, e i termini che sono maggiormente chiari agli uomini, tra i quali Pascal cita: l'essere, lo spazio, il tempo, il movimento[126]. Per quanto riguarda le definizioni, infine, Pascal enuncia un'ulteriore regola: quella di sostituire mentalmente la definizione al termine utilizzato per appellarsi al definito, in modo da evitare che l'uso di quest'ultimo possa creare delle ambiguità: invito rivolto con gran forza anche a Padre Noël[127].

Il secondo passo è quello di «proporre principi o assiomi evidenti»[128], per i quali, in un primo momento, Pascal ripropone il criterio cartesiano dell'evidenza, secondo il quale sono da ammettere solo i principi chiari e distinti: criterio del quale nella prima Parte abbiamo messo in luce la debolezza.

Alla luce di queste considerazioni, Pascal giunge a elencare le regole del metodo:

Regole per le definizioni

1. Non tentare di definire nessuna delle cose talmente conosciute di per sé stesse, se non si hanno termini più chiari per spiegarle.
2. Non ammettere nessuno dei termini un po' oscuri o equivoci, senza definizione.
3. Non usare nella definizione dei termini se non parole perfettamente conosciute, o già spiegate.

Regole per gli assiomi

1. Non ammettere nessuno dei princìpi necessari senza aver chiesto se lo si conceda, per chiaro ed evidente che possa essere.
2. Non richiedere come assiomi se non cose che sono perfettamente evidenti di per sé stesse.

Regole per le dimostrazioni

1. Non tentare di dimostrare nessuna delle cose che sono talmente evidenti di per sé stesse, da non avere nulla di più chiaro per dimostrarle.

[126] Cfr. *ivi*, p. 1597.
[127] Cfr. ID., *Polemica con Étienne Noël,* in ID. *Opere complete*, cit., p. 673.
[128] Cfr. ID., *L'intelligenza geometrica*, cit., p. 1619.

2. Dimostrare tutte le proposizioni un po' oscure, e usare a loro prova soltanto assiomi molto evidenti, o proposizioni già accordate o dimostrate.
3. Sostituire sempre mentalmente le definizioni al posto dei definiti, per non ingannarsi con l'equivoco dei termini che le definizioni hanno ristretto.[129]

Così esposto, però, il metodo di Pascal sembra prestare il fianco agli stessi problemi che affliggono quello cartesiano e spinoziano: il rischio di impiegare termini definiti solo intuitivamente, e la debolezza del criterio dell'evidenza per la validità degli assiomi, che pone in dubbio la stabilità dell'intero edificio del sapere che è fondato su di essi.

In realtà, la teoria di Pascal è in grado di difendersi, in parte, da queste insidie, e, d'altra parte, le richieste che egli sottopone al metodo geometrico sono diverse da quelle di Cartesio, Spinoza e gli altri filosofi moderni. La riflessione sul metodo, infatti, è accompagnata da una chiara visione del punto di prospettiva dell'uomo sulla realtà, il quale impone di ridimensionare le capacità della ragione umana, riconoscendo che essa non è in grado di conoscere tutto.

II.2.2. La posizione dell'uomo e le sue implicazioni epistemologiche

Analizzare la posizione dell'uomo nella filosofia pascaliana richiede prima di tutto un profondo confronto con i *Pensieri*[130], e in secondo luogo una certa familiarità con il concetto di infinito e le sue diverse sfumature. Sarà opportuno, quindi, iniziare con il distinguere quattro tipi di infinito[131]:

- un infinito di perfezione, "determinato e non incrementabile", più comunemente identificato con Dio;
- un infinito potenziale, detto anche matematico o procedurale, dato sotto forma di serie infinita o di ragione generatrice. È il tipo

[129] Cfr. *ivi*, p. 1621.
[130] L'edizione che prenderemo in considerazione è la seguente, riorganizzata da Maria Vita Romeo: PASCAL B., *Pensieri*, in ID. *Opere complete*, cit., pp. 1231-2785.
[131] Cfr. PAGANI P., *Finito e infinito nei pensieri di Pascal*, in AA. VV., *Virtù, legge e fioritura umana. Saggi in onore di Angelo Campodonico*, a cura di S. Langella, M. S. Vaccarezza e M Croce, Mimesis, Milano-Udine 2022, pp. 433-435.

di infinito delle successioni matematiche, ed è "indeterminato e incrementabile";

- il transfinito, teorizzato da Georg Cantor, e da questi definito come «una scala illimitata di modi determinati che per loro natura non sono finiti ma infiniti e però possono essere specificati, proprio come il finito, mediante numeri determinati, ben definiti e distinguibili l'uno dall'altro»[132]. Potremmo definirlo, in altre parole, come il tipo di infinito ottenuto immaginando di racchiudere una serie potenzialmente infinita entro un confine determinato, e considerandola quantificabile. Diremo questo tipo di infinito "determinato e incrementabile";
- vi è infine un quarto tipo di infinito, che chiameremo infinito trascendentale, che per esaustione rispetto ai primi tre definiremo "indeterminato e non incrementabile". Ne approfondiremo la natura nel prosieguo, ma intanto è opportuno indicare come questo sia condizione di costruibilità del secondo e del terzo tipo di infinito (il potenziale e il transfinito) e condizione di concepibilità del primo: l'infinito di perfezione.

Nel frammento *Sproporzione dell'uomo*[133], come in altri luoghi dei *Pensieri*, Pascal definisce l'uomo come sospeso tra due infiniti. Da un lato vi è un infinito di grandezza, e nel senso contrario vi è un infinito di piccolezza: quest'ultimo, dice Pascal, più difficile da percepire e negato da molti. Il riferimento di Pascal in queste righe sono senza dubbio gli atomisti, che negano una infinita divisibilità della realtà materiale, che al contrario viene ammessa da Pascal. Dal punto di vista fisico, quindi, l'uomo è un punto sospeso tra l'infinitamente grande e l'infinitamente piccolo, che egli è in grado di concepire, ma non di conoscere a pieno. Questi due infiniti - come spiega Jean-Louis Gardies - sono esprimibili attraverso l'assioma di Eudosso e il suo simmetrico che abbiamo preso in considerazione nella prima Parte: il primo

[132] Cfr. CANTOR G., *La formazione della teoria degli insiemi*, cit., p. 91.
[133] Cfr. PASCAL B., *Pensieri*, cit., pp. 2382-2392.

sancisce la possibilità di ottenere sempre una grandezza più grande rispetto a una grandezza data attraverso la moltiplicazione di una grandezza omogenea a quella di partenza e a questa più piccola; il secondo sancisce la possibilità di ottenere sempre una grandezza più piccola di una grandezza data, dividendo una grandezza di questa maggiore[134]. Per semplicità, esprimiamo logicamente l'assioma di Eudosso in questi termini:

$$\forall xy\ \exists m\ (m \in N \wedge mx > y)$$

e il suo simmetrico:

$$\forall xy\ \exists m\ (m \in N \wedge x/m < y)$$

A partire dalla geometria euclidea, quindi, Pascal deriva verità di ordine fisico: l'esistenza dell'infinitamente grande e quella dell'infinitamente piccolo - infinità, si noti, di tipo potenziale -, quest'ultima formulabile come infinita divisibilità della materia.

In *De l'esprit géométrique,* Pascal mostra chiaramente in che senso l'uomo sia cinto continuamente da questi due estremi:

> Ma coloro che vedranno chiaramente queste verità potranno ammirare la grandezza e la potenza della natura in questa duplice infinità che ci circonda da ogni parte, e imparare da questa meravigliosa considerazione a conoscere sé stessi, vedendosi posti tra una infinità e un nulla di estensione, tra una infinità e un nulla di numero tra una infinità e un nulla di movimento, tra una infinità e un nulla di tempo. In base a questo si può imparare a stimarsi nel giusto valore, e formare riflessioni che valgono più di tutto il resto della geometria.[135]

D'altra parte, nonostante la sua finitezza l'uomo è in grado di conoscere - seppur non pienamente, come vedremo -, delle realtà infinite. Questo avviene prima di tutto in ambito matematico, laddove la presenza dell'infinito potenziale è continua. Ma in Pascal si intravede anche la nozione di transfinito -

[134] Cfr. GARDIES J.L., *Pascal entre Eudoxe et Cantor*, cit., p. 64.
[135] Cfr. PASCAL B., *L'intelligenza geometrica*, cit., p. 1621.

che era stata in qualche modo introdotta da Agostino nel *De civitate Dei*[136] -, laddove questi fa riferimento al concetto di numero infinito[137]. Lo stesso Cantor ha riconosciuto questo traguardo di Pascal:

Pascal, come da poco ho potuto vedere, ha ben riconosciuto il punto critico, se non addirittura contraddittorio, delle deduzioni che incontriamo nei citati autori, e perciò si esprime, analogamente all'amico Antoine Arnauld, in favore dei numeri attualmente infiniti; solo che egli, sulla base di un'altra motivazione pure confutabile nella quale non voglio ora addentrarmi, reputa le forze dello spirito umano troppo limitate per la comprensione dell'infinito attuale.[138]

Su quest'ultimo punto ci sentiamo di dissentire dall'interpretazione cantoriana. È vero che per Pascal l'uomo non è in grado di conoscere totalmente l'infinito attuale, in quanto egli non è attualmente infinito in ogni suo aspetto; ma è anche vero che l'uomo è capace di conoscere l'infinito attuale, nella forma del transfinito, come abbiamo visto, e di riconoscere l'esistenza dell'infinito di perfezione, come stiamo per vedere.

Per Pascal, infatti, l'uomo è in grado altresì di rivolgersi a Dio, ed è in questa capacità che si ritrova la sua principale grandezza:

Sento che posso non essere esistito, perché il mio io consiste nel mio pensiero. Quindi io che penso non sarei affatto esistito, se mia madre fosse stata uccisa prima che io fossi nato. Quindi non sono un essere necessario. Non sono nemmeno eterno, né infinito. Però vedo bene che nella natura c'è un essere necessario, eterno e infinito.[139]

L'uomo è perciò in grado di rivolgersi all'infinito e di comprenderlo parzialmente. Ciò è ancora più evidente nel celebre frammento sulla scommessa:

---

[136] Cfr. PAGANI P., *Finito e infinito nei pensieri di Pascal*, cit., p. 433.
[137] Cfr. PASCAL B., *Pensieri*, cit. , p. 2367.
[138] Cfr. CANTOR G., *La filosofia dell'infinito. Scritti scelti (1884-1888),* tr. it. di E. Ferrario, P. Pozzi, Mimesis, Milano 2021, p. 39.
[139] Cfr. PASCAL B., *Pensieri*, cit., p. 2349.

Esaminiamo dunque questo punto e diciamo: Dio esiste o non esiste. Ma verso quale parte propenderemo? La ragione qui non può stabilire nulla. Un abisso infinito ci separa. All'estremità di quest'infinita distanza si gioca una partita dove capiterà testa o croce: su cosa punterete? Con una valutazione razionale non potete scegliere né l'uno né l'altro, con una valutazione razionale non potete escludere nessuno dei due.

Non rimproverate dunque di avere sbagliato quelli che hanno operato una scelta, perché voi non ne sapete nulla! «No di certo, ma li rimprovererò d'aver fatto non già quella scelta, bensì una scelta. Infatti, sebbene si trovi ugualmente in errore sia chi sceglie croce sia l'altro, entrambi sbagliano. Il partito giusto è non scommettere».

Sì, però si deve scommettere. Non è questione di volontà, voi siete imbarcato. Quale sceglierete dunque? Vediamo. Giacché si deve scegliere, consideriamo quello che per voi è meno interessante. Avete due cose da perdere: il vero e il bene; e due cose da mettere in gioco: la vostra ragione e la vostra volontà, la vostra conoscenza e la vostra beatitudine; mentre la vostra natura ha due cose da fuggire: l'errore e la miseria. Poiché bisogna scegliere per forza, la vostra ragione non è maggiormente offesa da una scelta piuttosto che dall'altra. Ecco un punto risolto. Ma la vostra beatitudine? Soppesiamo la vincita e la perdita, qualora voi sceglieste croce che Dio esiste. Valutiamo questi due casi: se vincete, vincete tutto; se perdete, non perdete nulla. Scommettete dunque che esiste, senza esitare! «È sorprendente. Sì, bisogna scommettere. Ma forse scommetto troppo». Vediamo. Siccome vi è pari probabilità di vincita e di perdita, se non aveste da vincere che due vite contro una, potreste ancora scommettere. Ma se ve ne fossero tre da vincere, dovreste giocare (visto che siete nella necessità di giocare) e voi sareste sconsiderato, costretto come siete a giocare, a non mettere in gioco la vostra vita per guadagnarne tre, in una partita in cui è uguale la probabilità di perdita e di vincita. Ma qui c'è un'eternità di vita e di felicità. E in questo caso, quand'anche le probabilità fossero infinite e una sola a vostro favore, avreste ancora ragione a scommettere uno per due, mentre agireste in maniera sconsiderata se, costretto come siete a giocare, rifiutaste di giocare una vita contro tre in un gioco nel quale su infinite probabilità ve n'è una a vostro favore, cioè la vincita di un'infinità di vita infinitamente felice. Ma qui c'è da guadagnare un'infinità di vita infinitamente felice, una probabilità di vincita contro un numero finito di probabilità di perdita, e la vostra puntata è limitata. Questo esclude ogni altra posta in gioco: dovunque vi sia l'infinito e non vi sia un'infinità di probabilità di perdita contro quella della vincita, non c'è da tentennare, bisogna dare tutto. E così, una volta costretti a giocare, bisogna proprio rinunziare alla ragione, per conservare la vita anziché rischiarla per una vincita infinita, altrettanto pronta ad arrivare quanto la perdita del nulla.[140]

[140] Cfr. PASCAL B., *Pensieri*, cit., pp. 2633-2635.

In questo frammento, assistiamo da un lato a un'ulteriore affermazione del fatto che l'uomo non può conoscere a pieno l'infinito attuale. La scommessa si basa però sulla capacità dell'uomo di comprendere quell'infinito attuale che è la posta in gioco della scommessa[141], e di operare con l'infinito all'interno della formula della speranza matematica, che abbiamo incontrato in precedenza, al fine di comprendere la ragionevolezza di scommettere sull'esistenza di Dio.

Su cosa si fonda questa capacità dell'essere umano, finito, di comprendere l'infinito? Non potrà che basarsi su qualcosa di infinito, dal momento che l'infinito stesso non è un concetto derivabile dal finito per rimozione di limiti, ma è un concetto primario rispetto a questo[142]. Pertanto, è la stessa mente umana che dev'essere strutturalmente capace dell'infinito. Il contrasto tra la finitezza dell'uomo e la sua capacità di affacciarsi sull'infinito è spiegata molto chiaramente da Mesnard: «In quanto estensione, l'uomo non è che un punto nell'universo che "lo inghiotte". Ma, col pensiero, egli "contiene" in sé tutto l'universo: il punto che il pensiero forma, diventa un centro che racchiude la totalità delle cose»[143].

Il tipo di infinito che qui Mesnard delinea - un «punto che racchiude la totalità delle cose» - assume la forma di una commistione tra finito e infinito, che potrebbe richiamare quella del transfinito. Laddove però il transfinito è un concetto ancora incrementabile - tanto che con i valori transfiniti si possono effettuare operazioni matematiche e ottenere valori transfiniti di cardinalità sempre maggiore -, lo stesso non si può dire del tipo di infinito che pertiene alla mente dell'uomo. Entra così in gioco la nozione di infinito trascendentale, che avevamo indicato come "indeterminato e non incrementabile"; esso «non è un mero "infinito potenziale" (indeterminato e incrementabile); piuttosto è un infinito attuale. Ma che tipo di infinito attuale? Non un infinito di perfezione, sostanziale o sussistente (e quindi determinato e

[141] Cfr. PAGANI P., *Pascal. Una lettura del Pari*, cit., p. 362.
[142] Cfr. ID.., *Finito e infinito nei pensieri di Pascal*, cit., pp. 421-422.
[143] Cfr. MESNARD J., *Sui "Pensieri" di Pascal*, cit., p. 209.

non-incrementabile), bensì un infinito (indeterminato ma non-incrementabile) che è attuale come orizzonte, cioè come semplice esistenza»[144]. Esso è, in sintesi, l'orizzonte su cui si affaccia il pensiero dell'uomo, e all'interno del quale l'uomo è in grado di comprendere gli altri tipi di infinito.

Questo concetto era stato in qualche modo anticipato da Agostino nel X Libro delle *Confessioni*, laddove egli afferma che:

> Tutto ciò si svolge in me, nell'aula immensa della mia memoria. Lì infatti ho a mia disposizione il cielo, la terra e il mare, insieme a tutte le cose che ho potuto vedere o percepire, eccettuate quelle che sono cadute nell'oblio.[145]

Nel corso del Libro X i riferimenti a questa immensità della mente umana sono continui, e portano Agostino a connotarla come «ricettacolo enorme e infinito»[146], e a identificare proprio questa infinità ciò che fonda la capacità umana di rivolgersi al Creatore.

Tornando a Pascal, possiamo ora capire perché la capacità conoscitiva dell'uomo non possa giungere al metodo ideale: l'uomo non è l'infinito in modo perfetto - esso è una realtà finita -, ma è in grado di affacciarsi sull'infinito e di comprenderne parzialmente la natura. Pertanto egli è in grado di concepire la via infinita che porta alla definizione di tutti i termini e alla dimostrazione di tutte le proposizioni, ma non di percorrerla.

La stessa situazione si prefigura all'uomo nel campo della morale. L'uomo propende per la ricerca della felicità, di un bene attualmente infinito, ma finché si rivolge alla realtà finita - attraverso quella ricerca di piaceri e distrazioni che Pascal chiama *divertissement* -, non potrà mai raggiungerla. Per farlo, spiega Pascal, dovrà affidarsi a quella realtà perfettamente infinita che è Dio.

Come dovrà muoversi allora l'uomo nella ricerca della verità? Sebbene non sia capace, come si è visto, di impiegare il metodo ideale, all'uomo non è preclusa la conoscenza del vero. Pascal identifica diverse regole applicando le quali l'uomo può giungere a una conoscenza del reale - o meglio di una parte di

---

[144] Cfr. PAGANI P., *Finito e infinito nei pensieri di Pascal*, cit., p. 436.
[145] Cfr. AGOSTINO, *Le Confessioni*, tr. it. di D. Tessore, Newton-Compton, Roma 2008, p. 301.
[146] Cfr. *ibidem*.

questo, senza poter esaurire il mistero in cui il reale affonda -, a partire da quelle che consentono di individuare dei principi primi indubitabili, che saranno ora prese in esame.

II.3. Pascal e la conoscenza dei principi

Quello che stiamo per considerare è senza dubbio il più grande contributo pascaliano alla riflessione filosofica intorno al metodo geometrico. Infatti, come si è mostrato, la possibilità di impiegare proficuamente questo metodo dipende dalla capacità, o dall'incapacità, di ottenere dei principi primi veri necessariamente, sui quali edificare la conoscenza.

L'analisi di Pascal in merito è duplice: da un lato, nei *Pensieri* egli teorizza una facoltà vòlta proprio alla conoscenza di questi principi - una riflessione, questa, che altri filosofi moderni avevano trascurato. Questa osservazione consente al nostro autore di indagare più in profondità la relazione tra la conoscenza dei primi principi e la ragione dimostrativa, che era stata lasciata in secondo piano e non esplicitata dai suoi contemporanei.

D'altra parte, Pascal non si limita al pensiero di una fondazione della conoscenza meramente intuitiva. In *De l'esprit géométrique* e nella *Lettera a Padre Noël* viene indicata la possibilità di esibire per via apagogica la necessità di alcuni "principi primi": termine che in Pascal assume un'accezione piuttosto ampia, ma che qui riguarda specificamente alcuni degli assiomi e postulati dai quali avviare il metodo geometrico (ad esempio l'infinita divisibilità dello spazio). Con questa operazione si è in grado di esibire la necessità di questi stessi "principi" - obiettivo, questo, che non potrebbe essere raggiunto pienamente postulando una capacità intuitiva di percepire immediatamente la verità.

Dobbiamo però precisare che la via apagogica non potrà riguardare i principi che sono primi in senso assoluto. Da un lato perché, in quanto primi, essi sono indimostrabili - se per dimostrare si intende, come comunemente si intende, "ricavare deduttivamente da principi primi"-; e in secondo luogo perché proprio su alcuni di questi, si pensi ai principi di non contraddizione e del terzo escluso, si fonda la possibilità stessa della dimostrazione apagogica.

Questa impossibilità di dimostrarne il fondamento, però, non rappresenta un punto di debolezza per l'apagogia, e anzi, la forza di questa modalità dimostrativa verte proprio sul fatto che il principio di non contraddizione non è dimostrabile, ma difendibile elencticamente, cioè mostrando come sia di fatto impossibile avanzare e sostenere la tesi della sua falsità. In questo modo si mostra che il principio di non contraddizione è necessario e inaggirabile, ed è così affermata di conseguenza anche la necessità dell'apagogia.

II.3.1. La *raison* e il *coeur*

Nel Pascal dei *Pensieri*, la riflessione sul metodo geometrico occupa un ruolo fondamentale. Come spiega Mesnard, infatti: «il problema del *metodo* non cessò di interessare Pascal, dal tempo delle controversie sul vuoto fino a quello della riflessione apologetica. A tal proposito, i *Pensieri* devono essere completati da un opuscolo che fornisce loro una sorta d'introduzione: quello che, dal titolo generico *Lo spirito geometrico*, si scompone in due frammenti [...]»[147]. In Pascal quindi la riflessione sul metodo non viene mai meno - come ci siamo impegnati a mostrare all'inizio di questa seconda Parte -, e anzi viene ampliata e approfondita. Qui infatti possiamo assistere all'identificazione di due principi conoscitivi dell'uomo:

> Conosciamo la verità non solo con la ragione [*raison*], ma anche con il cuore [*coeur*]. È in quest'ultimo modo che conosciamo i primi princìpi, e invano il ragionamento, che non vi partecipa affatto, cerca di metterli in dubbio. I pirroniani, che mirano solo a questo, vi si affaticano vanamente. Noi sappiamo di non sognare, pur essendo impotenti a provarlo mediante la ragione. Tale impotenza non dimostra altro se non la debolezza della nostra ragione, ma non, come essi pretendono, l'incertezza di tutte le nostre conoscenze.
> Infatti, la conoscenza dei primi princìpi, quali l'esistenza dello spazio, del tempo, del moto, dei numeri, [è] tanto sicura quanto quelle che ci forniscono i nostri ragionamenti; ed è proprio su queste conoscenze del cuore e dell'istinto che la ragione deve appoggiarsi e fondarvi tutto il suo discorso. Il cuore sente che esistono tre dimensioni nello spazio e che i

[147] Cfr. MESNARD J., *Sui "Pensieri" di Pascal*, cit., p. 105.

numeri sono infiniti; e poi la ragione dimostra che non esistono due numeri quadrati di cui l'uno sia doppio dell'altro. I princìpi si sentono, gli enunciati si dimostrano, e tutto con certezza, anche se per vie diverse. Ed è tanto inutile e ridicolo che la ragione richieda al cuore prove dei suoi primi princìpi per dare il suo assenso, quanto sarebbe ridicolo se il cuore domandasse alla ragione un sentimento di ogni enunciato da lei dimostrato, per accoglierlo.[148]

Vediamo come l'operazione propria del *coeur* sia indicata come un "sentire": un verbo che rimanda all'acquisizione spontanea e non mediata di un contenuto. Il *coeur* quindi è in grado di percepire immediatamente, scrive Pascal, la verità dei principi che lo riguardano, in un modo che è incomprensibile per la *raison*. Di particolare utilità per la comprensione delle modalità d'azione dei due principi è la descrizione che ne dà Chevalier:

La raison, c'est le discours, ou le raisonnement; c'est cette faculté qui veut toujours démontrer par ordre, comme en géométrie, qui veut tout prouver, jusqu'aux principes, qui avance lentement et comme par degrés, en s'appuyant sans cesse sur la mémoire. Le coeur, c'est l'instinct, ou l'appréhension immédiate des principes; c'est la partie la plus intime de l'âme, la point extrême où connaissance et sentiment ne font qu'un, parce qu'ils coïncident avec leur objet, par sympathie ou par amour, en un «sentiment intérieur et immédiat».[149]

I due principi conoscitivi, quindi, sono radicalmente distinti e operano in modo diverso e su contenuti diversi; tanto che Pascal tiene a sottolineare come uno scorretto impiego di questi conduca direttamente all'errore:

Coloro che sono abituati a giudicare col sentimento non capiscono nulla dei procedimenti razionali. Perché vogliono subito penetrare a colpo d'occhio e non sono abituati a cercare i princìpi. E gli altri, invece, abituati a ragionare in base a princìpi, non capiscono nulla delle cose del sentimento, perché vi cercano dei princìpi e non sono capaci di vederli a colpo d'occhio.[150]

[148] Cfr. PASCAL B., *Pensieri*, cit., p. 2335.
[149] Cfr. CHEVALIER J., *La méthode de connaître d'après Pascal*, cit., 2, p 186.
[150] Cfr. PASCAL B., *Pensieri*, cit., p. 2335.

Pertanto l'unica possibilità di avere una conoscenza certa e indubitabile è applicare correttamente le due facoltà ai loro oggetti propri, e farle cooperare costruttivamente. Peratoner parla a questo proposito di un «concorso armonico di potenze complementari»[151].

L'analisi pascaliana sulla relazione tra *raison* e *coeur* - sebbene chiarisca diversi punti in merito alla relazione tra l'acquisizione dei principi primi del metodo geometrico e l'impiego di questi all'interno delle catene dimostrative -, lascia aperto ancora un problema: che cosa ci garantisce che le intuizioni del *coeur* sono effettivamente indubitabili? Che non ci stiamo sbagliando nell'assegnare la nostra percezione soggettiva dell'evidenza di un principio al "sentire" del *coeur*? Rimane ancora viva la tensione tra l'impossibilità di dimostrare i principi primi - che per definizione, in quanto "primi", non possono essere dimostrati -, e la necessità di avere una prova della loro necessità. La soluzione di questa tensione - che sarà una soluzione solo parziale, visto che potrà applicarsi solo ad alcuni di questi principi - si avrà nella figura logica dell'apagogia.

II.3.2. Il valore fondativo della dimostrazione per assurdo

Nella *Lettera a Padre Noël* - che si inserisce all'interno della discussione sul tema del vuoto -, Pascal si occupa diffusamente di epistemologia. Nel *modus operandi* dei propri oppositori, infatti, egli riscontra diversi problemi: abbiamo visto le ambiguità legate alle definizioni, ma anche in merito all'accettazione della verità di certe proposizioni è necessaria una precisazione:

> Io mi sento in obbligo di dirvi due parole su questo argomento: tutte le volte che, per trovare la causa di parecchi fenomeni conosciuti, si pone un'ipotesi, tale ipotesi può essere di tre tipi.
> Qualche volta, infatti, dalla sua negazione si conclude una palese assurdità, e allora l'ipotesi è vera e certa; oppure dalla sua affermazione si conclude una palese assurdità, e allora l'ipotesi è ritenuta falsa; e quando non si è potuto dedurre un assurdo, né dalla sua

[151] Cfr. PERATONER A., *Blaise Pascal e le ragioni del cuore*, cit., p. 321.

negazione, né dalla sua affermazione, l'ipotesi resta dubbia. Di modo che, per far sì che un'ipotesi sia evidente, non basta che tutti i fenomeni ne conseguano; mentre, se ne consegue qualcosa contraria a uno solo dei fenomeni, questa basta per essere sicuri della sua falsità.[152]

In queste righe possiamo leggere alcune riflessioni di enorme importanza per la filosofia della scienza, delle quali rimandiamo l'esame al prossimo Capitolo. Quello che ci preme qui rilevare è come Pascal spieghi che grazie alla dimostrazione per assurdo è possibile acquisire certezza in merito alla verità o meno di una certa proposizione. Possiamo leggere una riflessione analoga in *De l'esprit géométrique:*

È una malattia naturale dell'uomo il credere che possieda la verità direttamente; e da qui deriva che egli è disposto a negare tutto ciò che gli risulta incomprensibile; laddove egli conosce naturalmente soltanto la menzogna, e che non deve prendere per vere se non le cose il cui opposto gli si mostra chiaramente come falso.
E per cui, ogni volta che una proposizione è inconcepibile, bisogna sospenderne il giudizio e non negarla per tal segno, ma esaminarne il contrario; e se lo si trova manifestamente falso, si può arditamente affermare la prima, per incomprensibile che sia. Applichiamo questa regola al nostro argomento.[153]

Si noti come in quest'ultimo passo il termine "inconcepibile" non indichi un'autocontraddittorietà - il che annullerebbe l'intero discorso che si sta impostando -, ma una non piena afferrabilità da parte della ragione.

Prima di prendere in esame il contenuto di questi testi, è necessaria una precisazione: nelle righe tratte da *De l'esprit géométrique* Pascal fa riferimento al fatto che l'apagogia si rivolge al "contrario" della proposizione. L'accostamento al passo della *Lettera a Padre Noël* - nella quale si afferma la necessità di prendere in esame "la negazione" della proposizione di partenza, cioè la sua contraddittoria - ci indica in realtà che ciò a cui dobbiamo rivolgerci è proprio il contraddittorio. Si tratta di una distinzione di importanza centrale:

[152] Cfr. PASCAL B., *Polemica con Étienne Noël,* cit., pp. 675-677.
[153] Cfr. ID., *L'intelligenza geometrica*, cit. , p. 1605.

tra due contrari - che sono tali in quanto collocantisi all’interno dello stesso genere ma alla massima distanza - è possibile una scala di sfumature intermedie; tra due contraddittori, diversamente, non si dà una terza opzione: si dà o p o $\neg p$. È proprio su questa alternativa biunivoca che si fonda la forza dell’apagogia: sapendo che è necessario scegliere tra due - e soltanto due - proposizioni, laddove una di queste sia autocontraddittoria, sarà affermata necessariamente l’altra.

Ma c’è un ulteriore fattore, ancor più rilevante, che rende questa strategia dimostrativa fondamentale per l’epistemologia pascaliana. Come notava Aristotele negli *Analitici Primi*[154], la dimostrazione per assurdo non richiede l’accordo su principi preliminari, ma si fonda solo sul principio di non contraddizione - che non viene dimostrato, ma *mostrato* come inaggirabile per via elenctica. Per la ragione indicata da Aristotele, l’apagogia si presta a rendere ragione della necessità di alcuni principi, risolvendo il problema lasciato aperto in merito al modo in cui si potesse essere indubitabilmente certi della loro verità.

Quanto detto, ci permette di andare al di là della critica arnauldiana secondo la quale l’apagogia darebbe luogo solo a una conoscenza di tipo negativo[155]; come anche a quella kantiana, secondo la quale essa sarebbe in grado di produrre conoscenza solo analitica, come visto nel Capitolo I.4. Essa è al contrario in grado di mostrare la necessità di determinate proposizioni, come abbiamo visto, e pertanto di fondare adeguatamente la costruzione logica propria del metodo geometrico.

Questo discorso, però, non si può affrancare dalla messa in evidenza di alcuni aspetti critici di questo procedimento. Da un lato, ridurre a contraddizione una tesi non è sempre possibile, pertanto la serie di principi dimostrabili per questa via è esigua, come abbiamo già indicato. D’altra parte, è altrettanto vero che talvolta la dimostrazione per assurdo non conduce a un’affermazione netta e distinta, ma lascia aperte varie possibilità, che possono risultare indominabili dal particolare punto di vista occupato dall’essere umano.

---

[154] Cfr. ARISTOTELE, *Primi analitici*, I, 50 a 30-38; cit.
[155] Cfr. GARDIES J.L., *Pascal entre Eudoxe et Cantor*, cit., p. 99.

Essa si configura in questi casi come una finestra sul mistero, che non è accessibile all'uomo per via razionale.

Per inserire quanto detto finora all'interno dell'epistemologia di Pascal, può essere utile riprendere lo schema che Chevalier presenta a questo riguardo[156], del quale la tabella che segue è una traduzione, nonché una libera rielaborazione:

Facoltà conoscitiva	**Ulteriore articolazione**	**Modalità conoscitiva**	**Realtà conosciuta**
Sensi	-	Conoscenza per esperienza	Fatti
Pensiero	*raison*	Conoscenza discorsiva	Conseguenze
		Conoscenza per negazione	Principi
	coeur	Conoscenza attraverso il sentimento	
Carità	-	Fede	Soprannaturale
		Gloria	

Questa tabella ci permette di comprendere la stratificazione che avviene all'interno dell'epistemologia di Pascal. Fino ad ora abbiamo tenuto la nostra attenzione sull'ambito del pensiero, ma esso non è l'unico che riguarda il tema in esame.

Nel prossimo Capitolo ci concentreremo sulla filosofia della scienza di Pascal, all'interno della quale si trova un'analisi molto accurata della conoscenza sensibile; per poi passare, nel capitolo conclusivo, a considerare più

[156] Cfr. CHEVALIER J., *La méthode de connaître d'après Pascal*, cit., p 190.

approfonditamente le ragioni che portarono Pascal a considerare i limiti della portata conoscitiva della ragione umana.

II. 4. Per una teoria della conoscenza empirica: Pascal falsificazionista *ante-litteram*

Abbiamo già sottolineato come in Pascal vi sia una forte attenzione al metodo da impiegare per ottenere una conoscenza vera. Nello specifico, com'è spiegato in *De l'esprit géométrique*, questa questione può essere trattata da tre punti di vista differenti:

> Nello studio della verità si possono avere tre oggetti principali: l'uno, di scoprirla quando la si cerca; l'altro, di dimostrarla quando la si possiede; l'ultimo, di distinguerla dal falso quando la si esamina.[157]

Nei frammenti sullo spirito geometrico Pascal si propone di occuparsi della seconda e della terza di queste questioni, ma in altri scritti si interessa approfonditamente della prima, specie quando si parla di conoscenza empirica. La riflessione sul metodo, infatti, era di fondamentale interesse e utilità per Pascal, soprattutto per rispondere alle critiche mosse dai suoi avversari sull'esistenza del vuoto. Oltre alle riflessioni sul metodo geometrico, che abbiamo visto nei capitoli precedenti, Pascal espone un punto di vista molto innovativo sulla conoscenza scientifica, che arriva ad anticipare alcune delle conquiste teoriche popperiane.

Nella *Lettera a Padre Noël* possiamo leggere:

> per far sì che un'ipotesi sia evidente, non basta che tutti i fenomeni ne conseguano; mentre, se ne consegue qualcosa contraria a uno solo dei fenomeni, questa basta per essere sicuri della sua falsità.[158]

Possiamo vedere in queste righe una critica analoga a quella che Popper avrebbe mosso contro la teoria marxista della storia, la psicologia adleriana e la

---

[157] Cfr. PASCAL B., *L'intelligenza geometrica,* cit., p. 1591.
[158] Cfr. ID., *Polemica con Étienne Noël,* cit., p. 677.

psicanalisi freudiana[159]: non è sufficiente che una teoria sia in grado di spiegare tutto perché questa sia vera. C'è di più, in queste righe troviamo anche una prima formulazione del principio secondo il quale non è possibile verificare una teoria attraverso l'osservazione e l'esperimento[160]: principio che troviamo esplicitato meglio nella *Prefazione al trattato sul vuoto*:

In tutte le discipline la cui la prova consiste in esperimenti e non in dimostrazioni, non si può fare alcuna affermazione universale se non mediante l'enumerazione generale di tutte le parti o di tutti i casi differenti. Così, quando diciamo che il diamante è il più duro di tutti i corpi, noi ci riferiamo a tutti i corpi che conosciamo, e non possiamo né dobbiamo includervi quelli che non conosciamo affatto; e quando diciamo che l'oro è il più pesante di tutti i corpi, saremmo temerari se includessimo in questa proposizione generale quelli che non sono ancora affatto di nostra conoscenza, benché non sia impossibile che esistano in natura.[161]

Ritorna a questo riguardo il richiamo all'infinito: non è possibile giustificare una legge universale - la quale pretende di esprimersi su tutta l'infinità dei casi possibili - attraverso una verifica di diversi casi particolari. Pascal qui si discosta da Galileo Galilei, che prevedeva la possibilità di verificare ultimativamente le proprie teorie attraverso «sensate esperienze»:

Voi, da vero scienziato, fate una ben ragionevol domanda; e così si costuma e conviene nelle scienze le quali alle conclusioni naturali applicano le dimostrazioni matematiche, come si vede ne i perspettivi, negli astronomi, ne i mecanici, ne i musici ed altri, li quali con sensate esperienze confermano i principii loro, che sono i fondamenti di tutta la seguente struttura.[162]

Pascal si rende cioè conto - prima di Hume - della non conclusività del ragionamento induttivo da un punto di vista logico. Analizzata logicamente, infatti, la struttura dell'induzione può essere espressa come segue:

---

[159] Cfr. POPPER K.R., *La scienza: congetture e confutazioni*, in ID., *Congetture e confutazioni*, tr. it. di G. Pancaldi, Il Mulino, Bologna 1972, p. 62.
[160] Cfr. CAILLAT J., *La Méthode scientifique selon Pascal. Formation et apprentissage de la Méthode*, in «Revue d'Histoire littéraire de la France», 30 (1923), 3, p. 276.
[161] Cfr. PASCAL B., *Polemica con Étienne Noël,* cit., pp. 653-655.
[162] Cfr. GALILEI G. *Discorsi intorno a due nuove scienze,* in ID., *Opere, volume secondo*, a cura di F. Brunetti, Utet, Torino 1964, p.743.

$$P(x_1)$$
$$P(x_2)$$
$$P(x_3)$$
$$\dots$$
$$P(x_n)$$
$$\overline{\qquad\qquad}$$
$$\forall x\, P(x)$$

Si osservano cioè diversi casi particolari nei quali certi oggetti *x* dimostrano di possedere la proprietà P, e se ne conclude che essa è attribuibile ad ogni possibile *x*. Questa è però una conclusione logicamente non rigorosa, come si può ben comprendere anche senza scomodare cigni bianchi e neri.

Quale possibilità rimane allora allo scienziato? Egli non può verificare la propria teoria, ma può metterla alla prova e, nel caso, confutarla in modo deduttivamente ineccepibile[163]. Se, difatti, lo schema induttivo della verificazione è logicamente inaccettabile, lo stesso non si può dire di quello deduttivo della falsificazione:

$$\exists x\, \neg P(x) \rightarrow \neg(\forall x\, P(x))$$

il quale poggia a sua volta sullo schema logico del *modus tollens*:

$$p \rightarrow q$$
$$\neg q$$
$$\overline{\qquad\qquad}$$
$$\neg p$$

È evidente così come sia sufficiente un solo caso particolare che contraddica una legge universale per confutare questa stessa legge. In Pascal

[163] Cfr. POPPER K.R., *Logica della scoperta scientifica*, tr. it. di M. Trinchero, Einaudi, Torino 1970, p.57.

vediamo così un'anticipazione di quelli che saranno alcuni temi centrali del falsificazionismo popperiano. Possiamo confrontare quanto detto con il modo in cui lo stesso filosofo austriaco riassume la questione:

> Il metodo per prove ed errori è il metodo di eliminazione delle teorie false mediante asserzioni osservative; e la sua giustificazione è assicurata dal puro rapporto logico di deducibilità che ci consente di asserire la falsità di certi asserti universali, quando ammettiamo la verità di corrispondenti asserti singolari.[164]

Sulle conseguenze di questa falsificazione, però, la visione di Pascal è differente da quella che sarebbe successivamente stata quella di Popper. Per Popper, difatti, l'osservazione di un caso contrario a quello della teoria portava alla falsificazione *in toto* di questa stessa teoria[165]. La scienza empirica, in realtà, procede più per un ampliamento di modelli che non attraverso la negazione di questi, ed è proprio questo il modo in cui lo stesso Pascal procedette ad esempio riguardo l'esperimento di Torricelli: una volta verificato che questo, ripetuto a diverse altitudini, dava risultati diversi, non interpretò questi risultati come falsificanti la teoria, ma la ampliò per comprendere anche queste casistiche; il tutto - come Pascal, su questo in pieno accordo con Popper, tiene più volte a specificare - senza l'introduzione di ipotesi *ad hoc*. L'ampliamento e l'adattamento del modello, infatti, non può prescindere da una certa onestà intellettuale, e deve pertanto basarsi su argomentazioni razionali più che sulla volontà di confermare le proprie convinzioni. Altrimenti si incorrerebbe in quello stesso comportamento che Pascal contestava prima di tutto a Padre Noël: ammettere acriticamente tutte le conseguenze necessarie a confermare la propria tesi pur di non essere costretti ad ammetterne la falsità.

---

[164]Cfr. ID., *La scienza: congetture e confutazioni*, cit., p. 100.
[165] Cfr. ID., *Logica della scoperta scientifica*, cit., pp. 76-77

II. 5. «L’estremo passo della ragione»

Nelle pagine precedenti, abbiamo già avuto modo di richiamare come in Pascal la portata conoscitiva della ragione umana sia di fatto limitata: essa non è in grado di conoscere tutto. Si tratta di una tesi ricorrente nei *Pensieri*, nei quali non mancano diversi riferimenti alla necessità di ampliare questa riflessione:

Due eccessi.
Escludere la ragione, non ammettere altro che la ragione.[166]

e ancora:

Scrivere contro quelli che approfondiscono troppo le scienze. Descartes.[167]

Da un lato, come si è visto, questa impossibilità di conoscere ogni realtà tramite la sola ragione dipende dalla sua incapacità di impiegare il metodo geometrico perfetto, che sfocia nella necessità di fare affidamento sulla facoltà pre-razionale del *coeur*.

D’altra parte, Pascal giunge a dare anche una motivazione metafisica di questa impossibilità, nella sua teoria dei “tre ordini” di realtà. Si tratterà quindi, in questo Capitolo, di prendere in considerazione tale teoria, e di mostrare come la limitazione del raggio d’azione della ragione sia in ultima analisi un atto pienamente razionale.

II.5.1 La teoria degli ordini della realtà

Nei *Pensieri* assistiamo all’individuazione di tre diversi ordini della realtà: la carne, le menti, la carità. Per prendere in esame questa teoria pascaliana, è

[166] Cfr. PASCAL B., *Pensieri*, cit., p. 2377.
[167] Cfr. *ivi*, p. 2525.

essenziale il confronto con il frammento nel quale questo tema viene sviluppato:

La distanza infinita tra i corpi e le menti raffigura la distanza infinitamente più infinita tra le menti e la carità, poiché questa è soprannaturale.
Tutto il fulgore delle grandezze carnali non ha nessuno splendore per le persone occupate nelle ricerche intellettuali.
La grandezza degli intellettuali è invisibile ai re, ai ricchi, ai capitani, a tutti questi grandi della carne.
La grandezza della saggezza, che è nulla se non da Dio [*qui n'est nulle sinon de Dieu*], è invisibile agli uomini carnali e agli intellettuali. Sono tre ordini di genere diverso.
I grandi geni hanno il loro impero, il loro fulgore, la loro grandezza, la loro vittoria, il loro lustro, e non hanno alcun bisogno delle grandezze carnali, con cui non hanno rapporto. Non dagli occhi essi sono visti, ma dalle menti, e ciò basta.
I santi hanno il loro impero, il loro fulgore, la loro vittoria, il loro lustro, e non hanno alcun bisogno delle grandezze carnali o intellettuali, dove esse non hanno alcun rapporto con loro poiché non vi aggiungono né tolgono alcunché. Essi sono visti da Dio e dagli angeli, non dai corpi, né dalle menti curiose: a loro basta Dio.
[...]
Tutti i corpi, il firmamento, le stelle, la terra e i suoi regni non valgono la più piccola delle menti. Infatti, questa conosce tutto ciò, e se stessa, mentre i corpi nulla.
Tutti i corpi insieme e tutte le menti insieme e tutte le loro produzioni non valgono il minimo moto di carità. Questo è di un ordine infinitamente più elevato.
Da tutti i corpi insieme non si saprebbe far uscire un piccolo pensiero: è impossibile, appartiene a un altro ordine. Da tutti i corpi e da tutte le menti non si può trarre un moto di vera carità: è impossibile, appartiene a un altro ordine, soprannaturale.[168]

Tra corpi, mente e carità viene così a instaurarsi un rapporto di completa incommensurabilità. Gardies, per spiegare questo passo pascaliano, fa riferimento alla nozione euclidea di eterogeneità[169], che nel Libro V degli *Elementi* indicava l'impossibilità di ottenere una grandezza superiore a una grandezza data, per moltiplicazione di una grandezza ad essa inferiore; per

[168] Cfr. *ivi*, pp. 2441-2443.
[169] Cfr. GARDIES J.L., *Pascal entre Eudoxe et Cantor*, cit., p. 81. È dello stesso avviso anche CORTESE J.F.N., *Infinity between mathematics and apologetics: Pascal's notion of infinite distance*, in «Synthese», 192 (2015), pp. 2379-2393.

chiarire: linea e superficie sono grandezze eterogenee, perché non è possibile ottenere una grandezza superiore a quella di una superficie data, per successiva aggiunta di linee rette. Lo stesso rapporto si ha tra i tre ordini: essi sono reciprocamente incommensurabili, strutturalmente distinti, e per questo conoscibili per vie differenti. Le parole di Mesnard possono aiutarci a chiarire ulteriormente questa questione:

> Le grandezze della *carne* (cioè della potenza che agisce sui corpi), quelle della *mente* (considerata soprattutto come creatrice della scienza) e quelle della *carità* (nel senso religioso di *amore*) appartengono a «tre ordini differenti di genere». Esse sono radicalmente discontinue. È chiaro che un infinito potere dei corpi non procura il più piccolo inizio di scienza, né un infinito potere dei corpi o una scienza infinita il più piccolo inizio d'amore.[170]

Nella distinzione tra i tre ordini rientra così il tema dell'infinità. Da un lato esso compare laddove Pascal fa riferimento alla «distanza infinitamente più infinita», nella quale possiamo trovare un'ulteriore anticipazione del transfinito, riscontrabile questa volta nella possibilità di individuare infiniti di diverso grado o, nel lessico cantoriano, di diversa cardinalità.

L'infinità rientra però in questo discorso anche da un altro punto di vista: ritorna qui la figura dell'infinito trascendentale, che consente in primo luogo di cogliere la differenza, o distanza, tra i tre ordini - che è infinita -; e in secondo luogo di scorgere quella dimensione incommensurabile che è il regno della carità, che non è penetrabile per mezzo della ragione.

A quest'articolazione metafisica corrisponde perciò un'articolazione epistemologica - che già potevamo intravedere nella tabella di Chevalier, riportata nel Capitolo III.2 -, che conta tre facoltà conoscitive: l'ordine dei corpi sarà accessibile ai sensi, quello della mente al pensiero - il quale è a sua volta articolato in *raison* e *coeur* - e quello della carità alla fede[171].

Possiamo così capire come l'uomo possa arrivare ad avere una comprensione della complessità del reale, ma come la *raison* abbia accesso

---

170 Cfr. MESNARD J., *Sui "Pensieri" di Pascal*, cit., p. 94.
171 Cfr. CALVETTI GALLICET C., *Le strutture della persona umana in Blaise Pascal*, in «Rivista di Filosofia Neo-Scolastica», 55 (1963), 6, p. 601.

solo a una dimensione di questa. Quello che resta da vedere è come in Pascal questa rinuncia a una onnicomprensività della conoscenza razionale sia in ultima analisi un passo della ragione stessa. In altre parole, come sia l'impiego stesso della ragione a mostrarne l'insufficienza; come sia la *raison* stessa a mostrare che vi è qualcosa che la trascende e la completa.

II.5.2. La circoscrizione dello spettro d'azione della ragione come atto razionale

Nulla è così conforme alla ragione quanto questa sconfessione della ragione.[172]

L'estremo passo della ragione consiste nel riconoscere che esiste un'infinità di cose che la trascendono. Essa è soltanto debole se non arriva a riconoscerlo.[173]

Secondo Pascal, è la ragione stessa a rendersi conto di essere insufficiente alla comprensione della realtà nella sua integrale estensione. Da un lato, come abbiamo visto in precedenza, perché essa non è in grado di dimostrare tutte le proposizioni e definire tutti i termini - applicando così quello che nel *De l'esprit géométrique* era stato qualificato come il metodo perfetto -, mentre deve fare riferimento a termini definiti intuitivamente e a principi sentiti dal *coeur*.

In modo ancora più decisivo, però, questa limitatezza della ragione è avvertita in rapporto all'infinito di perfezione. Essa è in grado di intuirne l'esistenza, grazie alla sua infinità trascendentale, ma è destinata a non poterne comprendere la natura, in quanto essa stessa non è infinita in senso perfetto:

Noi sappiamo che esiste un infinito, e ignoriamo la sua natura; siccome sappiamo che non è vero che i numeri siano finiti, dunque è vero che esiste un infinito nei numeri, ma non sappiamo che cosa esso sia: è errato che sia pari, è errato che sia dispari, perché, aggiungendo l'unità, esso non cambia di natura; e tuttavia è un numero, e ogni numero è

[172] Cfr. B. PASCAL, *Pensieri*, cit., p. 2377.
[173] Cfr. *ivi*, p. 2379.

pari o dispari (è vero che ciò s'intende di ogni numero finito). Pertanto si può ben conoscere che c'è un Dio senza sapere cos'è.[174]

La ragione può dunque arrivare a comprendere l'esistenza di Dio, ma cosa questo Dio sia è oggetto di un altro principio conoscitivo, che abbiamo visto essere la fede. Ragione e fede si rivolgono così ad ambiti diversi, e pertanto esse sono ben lungi dall'essere in contraddizione:

La fede dice bensì quello che i sensi non dicono, ma non il contrario di quello che essi vedono. Essa è al di sopra, non contro.[175]

La fede risulta in questo modo essere il naturale completamento della facoltà razionale, e «così il teorico del ragionamento geometrico e del metodo sperimentale è anche, senza contraddizione [e senza soluzione di continuità], colui che pone l'affermazione intransigente della sola realtà di Dio»[176] e, aggiungiamo noi, della limitatezza del ragionamento geometrico stesso.

[174] Cfr. *ivi*, p. 2633.
[175] Cfr. *ivi*, p. 2379.
[176] Cfr. MESNARD J., *Sui "Pensieri" di Pascal*, cit., p. 342.

Conclusione

L'epistemologia di Pascal deve la sua complessità e ricchezza alla notevole mole di interessi e campi del sapere toccati dall'autore nel corso del suo lavoro. Tra questi spicca in modo evidente, come abbiamo cercato di evidenziare in queste pagine, il contributo del metodo geometrico di Euclide; un metodo che, come si è visto nella Prima Parte, nasce da un contesto che è già in prima battuta filosofico; nello specifico dalla tradizione accademica e da quella pitagorica, che nella loro indagine filosofica si sono rivolte continuamente alla matematica e alla geometria.

Abbiamo poi messo in evidenza quali siano i nodi principali del metodo euclideo, il quale avvia la propria costruzione teorica da assiomi, postulati e definizioni, che vengono poi impiegati in diverse tipologie di proposizioni, e nella dimostrazione di queste. Di particolare rilievo - sia per l'impiego che del metodo è fatto negli *Elementi,* sia per la sua successiva ripresa nel pensiero di Pascal - è la distinzione tra due strategie dimostrative: da un lato abbiamo le deduzioni dirette, nelle quali si dimostra la verità di una proposizione per via deduttiva a partire da altre proposizioni assunte per vere o dimostrate tali; dall'altro vi è la dimostrazione per assurdo, o apagogia, la quale procede mostrando come la negazione di una certa proposizione porti a contraddizione, indicando così la verità necessaria della proposizione di partenza, in forza del principio di non contraddizione.

La riflessione filosofica si è rivolta spesso al metodo geometrico. In alcuni casi, come abbiamo visto in Cartesio e Spinoza, sperando di trovare in esso la chiave per dare alla propria conoscenza la stessa solidità che sembrava appartenere a quella geometrica - solidità problematizzata dall'emergere delle geometrie non euclidee -, e in altri cercando di negare che esso potesse essere applicato con profitto al campo della filosofia: abbiamo analizzato a questo riguardo le critiche kantiane e hegeliane.

In questo quadro, il contributo di Pascal è senza dubbio originale: egli vide la fecondità del metodo euclideo e ne fece uno dei capisaldi della propria riflessione epistemologica; ma al tempo stesso non si abbandonò all'illusione che da questo metodo si potesse trarre una conoscenza onnicomprensiva della realtà. Il filosofo di Clermont-Ferrand ebbe chiaro in primo luogo che ogni oggetto di conoscenza ha un metodo che gli è proprio, e pertanto seppe dare un'articolazione ricca ed ampia alla propria epistemologia, riflettendo in modo originale su come l'uomo possa conoscere i principi - con la facoltà intuitiva del *coeur* - e impiegarli in dimostrazioni apagogiche; ma riflettendo anche sullo statuto delle conoscenze proprie delle scienze empiriche, anticipando in questo campo alcuni dei risultati che Popper avrebbe raggiunto solo alcuni secoli più tardi.

Infine, oltre ad essere uno dei teorici più raffinati della capacità conoscitiva della ragione umana, Pascal fu anche uno dei più fermi assertori dei limiti che le pertengono: di fronte all'infinito e alle sue diverse modalità realizzative - un tema questo col quale Pascal fa i conti in molti punti della sua riflessione epistemologica, soprattutto nei *Pensieri*, ma anche in testi precedenti quali il *De l'esprit géométrique* e la *Lettera a padre Noël* - l'uomo non può raggiungere una conoscenza onnicomprensiva di ognuna di queste modalità. Si pensi ad esempio all'esistenza di Dio: questa può essere intuita in qualche modo dall'uomo, ma egli non può in alcun modo afferrarla pienamente per via razionale.

Pascal sottolinea in diversi scritti come il punto di osservazione dell'uomo sul creato sia, da un certo punto di vista, privilegiato - dal momento che egli ha la capacità di rivolgersi in qualche modo verso l'infinito grazie alla propria ragione, e a quella sua caratteristica che abbiamo definito "infinità trascendentale" -; ma egli ricorda anche che ultimamente l'uomo è relegato alla finitudine, e pertanto non in grado di abbracciare l'intera estensione dell'infinito per via esclusivamente razionale. Pertanto, ci dice Pascal, se l'uomo vuole essere fedele fino in fondo alla propria *raison*, deve arrivare a superare questa stessa facoltà, ammettendo che ci sono dimensioni che non le sono accessibili, e che rimangono per lei oggetto di mistero. Queste dimensioni saranno da ultimo accessibili all’uomo solo per via della facoltà del *coeur* e della fede.

Bibliografia

Bibliografia primaria

EUCLIDE, *Elementi*, in ID., *Tutte le opere*, a cura di F. Acerbi, Bompiani, Milano 2019.

PASCAL B., *Opere complete,* a cura di M.V. Romeo, Bompiani, Milano 2020.

Testi critici su Pascal

CAILLAT J., *La Méthode scientifique selon Pascal. Formation et apprentissage de la Méthode,* in «Revue d'Histoire littéraire de la France», 30 (1923), 3, pp. 273-299.

CALVETTI GALLICET C., *Le strutture della persona umana in Blaise Pascal,* in «Rivista di Filosofia Neo-Scolastica», 55 (1963), 6, pp. 595-617.

CHEVALIER J., *La méthode de connaître d'après Pascal*, in «Revue de Métaphysique et Moral», 30 (1923), 2, pp. 181-215.

CORTESE J.F.N., *Infinity between mathematics and apologetics: Pascal's notion of infinite distance, in «Synthese»,* 192 (2015), pp. 2379-2393.

GARDIES J.L., *Pascal entre Eudoxe et Cantor*, Librairie philosophique J. Vrin, Parigi 1984.

HARA K., *Pascal et l'induction mathématique,* in «Revue d'histoire des sciences et de leurs applications», 15 (1962), 3/4, pp. 287-302.

MANARA C.F., *Pascal matematico*, in «Rivista di Filosofia Neo-Scolastica», 87 (1995), pp. 531-550.

MESNARD J., *Sui "Pensieri" di Pascal,* Morcelliana, Brescia 2011.

PAGANI P., *Finito e infinito nei pensieri di Pascal,* in AA. VV.*, Virtù, legge e fioritura umana. Saggi in onore di Angelo Campodonico,* a cura di S. Langella, M. S. Vaccarezza e M Croce, Mimesis, Milano-Udine 2022, pp. 417-439.

PAGANI P., *Pascal. Una lettura del Pari*, in «Rosmini Studies», 7 (2020), pp. 357-370.

PERATONER A., *Blaise Pascal e le ragioni del cuore,* in «Rivista di Filosofia Neoscolastica», 89 (1997), pp. 317-337.

PERATONER A., *Pascal,* Carocci editore, Roma 2011.

Testi critici su Euclide

AGAZZI E., PALLADINO D., *Le geometrie non euclidee e i fondamenti della geometria dal punto di vista elementare*, La Scuola, Brescia 1998.

FRAJESE A., *Commento* a EUCLIDE, *Gli Elementi*, a cura di A. Frajese, UTET, Torino 1970.

FRAJESE A., *Sul significato dei postulati euclidei*, in «Scientia. Rivista internazionale di sintesi scientifica», 85 (1950), pp. 299-305.

MORETTO A., *Con Euclide e contro Euclide: Kant e la geometria,* in «Studi Kantiani», 26 (2013), pp. 71-91.

PAGANI P., *La geometria dell'anima. Riflessioni su matematica ed etica in Platone*, Orthotes, Napoli 2012.

RUSSO L., PIRRO G., SALCICCIA E., *Euclide: il I libro degli Elementi. Una nuova lettura*, Carocci editore, Roma 2017.

TOTH I., *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria. Prolegomeni alla comprensione dei frammenti non euclidei del «Corpus Aristotelicum»*, tr. it. di E. Cattanei, Vita e Pensiero, Milano 1997.

TOTH I., *Lo schiavo di Menone*, tr. it. di E. Cattanei, Vita e Pensiero, Milano 1998.

Testi classici

AGOSTINO, *Le Confessioni*, tr. it. di D. Tessore, Newton-Compton, Roma 2008.

ARISTOTELE, *Etica eudemia,* in ID., *Le tre etiche,* a cura di A. Fermani, Bompiani, Milano 2008.

ARISTOTELE, *Organon*, a cura di G. Colli, Adephi, Milano 2003.

CANTOR G., *La filosofia dell'infinito. Scritti scelti (1884-1888)*, tr. it. di E. Ferrario, P. Pozzi, Mimesis, Milano 2021.

CANTOR G., *La formazione della teoria degli insiemi*, a cura di G. Rigamonti, Mimesis, Milano 2012.

CARTESIO R., *Discorso sul metodo*, tr. it. di G. Bontadini, Morcelliana, Brescia 2019.

CARTESIO R., *Meditazioni metafisiche, Obbiezioni e risposte*, tr. it. Tilgher e F. Adorno in ID., *Opere filosofiche, vol. II*, Laterza, Roma 1992.

GALILEI G., *Discorsi intorno a due nuove scienze*, in ID., *Opere, volume secondo*, a cura di F. Brunetti, Utet, Torino 1964, pp. 553-840.

HEGEL G.W.F., *La fenomenologia dello spirito*, a cura di G. Garelli, Einaudi, Torino 2008.

HEGEL G.W.F., *Scienza della logica. Tomo primo,* tr. it. di A. Moni - C. Cesa, Laterza, Roma 1981.

KANT I., *Critica della ragion pura*, tr. it. di G. Gentile e G. Lombardo-Radice, Laterza, Roma 2005.

PLATONE, *Tutti gli scritti,* a cura di G. Reale, Bompiani, Milano 2018.

POPPER K.R., *La scienza: congetture e confutazioni*, in ID., *Congetture e confutazioni*, tr. it. di G. Pancaldi, Il Mulino, Bologna 1972, pp. 61-116.

POPPER K.R., *Logica della scoperta scientifica*, tr. it. di M. Trinchero, Einaudi, Torino 1970.

PROCLO, *Commento al I libro degli* Elementi *di Euclide*, a cura di M. Timpanaro Cardini, Giardini Editori, Pisa 1978.

SPINOZA B., *Trattato sull'emendazione dell'intelletto*, in ID., *Tutte le opere*, tr. it. di M. Buslacchi, A. Dini, G. Durante, S. Follini, A. Sangiacomo, Bompiani, Milano 2014.

Altri testi consultati

BASSO P., *Il secolo geometrico. La questione del metodo matematico in filosofia da Spinoza a Kant*, Le Lettere, Firenze 2004.

BOYER C.B., *Storia della Matematica*, tr. it. di A. Carugo, Mondadori, Milano 1990.

DE ANGELIS E., *Crisi di coscienza fra i seicentisti per il metodo geometrico,* in «Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa. Lettere, Storia e Filosofia», 31 (1962), 3/4, pp. 253-271.

MARK T.C., *"Ordine Geometrico Demonstrata": Spinoza's use of the axiomatic method,* in «The Review of Metaphysics», 29 (1975), 2, pp. 263-286.

MORI G., *Cartesio*, Carocci editore, Roma 2010.

PAGANI P., *La dimostrazione per assurdo come ideale regolativo del pensiero dimostrativo,* in ID., *L'essere è persona. Riflessioni su ontologia e antropologia filosofica in Gustavo Bontadini*, Orthotes, Napoli-Salerno 2016, pp. 117-139.

VERRA V., *Hegel critico della filosofia moderna: matematica e filosofia*, in ID., *Su Hegel*, il Mulino, Bologna 2007, pp. 31-54.

VINCIGUERRA L., *Iniziare con Spinoza. Errore e metodo nel "Tractatus de intellectus emendatione",* in «Rivista di Storia della Filosofia», 49 (1994), 4, pp. 665-687.

VON FRITZ K., *The discovery of incommensurability by Hippasus of Metapontum,* in «Annals of mathematics», 46 (1945), 2, pp. 242-264.