



Università
Ca'Foscari
Venezia

Corso di Laurea magistrale
in Economia e Finanza

Tesi di Laurea

**Gli eventi estremi nel settore
assicurativo: i Catastrophe Bonds
come strumento di diversificazione
del portafoglio**

Relatrice

Ch. Prof. Antonella Basso

Laureando

Matteo Rizzetto

Matricola 867382

Anno Accademico

2021 / 2022

Indice

	Introduzione	
I	Metodi di gestione del rischio catastrofale	1
	1.1 Eventi estremi nel settore assicurativo	1
	1.2 Riassicurazione	3
	1.3 Insurance-linked Securities	10
	1.4 La quantificazione del rischio catastrofale: i modelli catastrofali e la teoria dei valori estremi	17
II	Le obbligazioni catastrofali: funzionamento e sviluppi	25
	2.1 Il mercato delle obbligazioni catastrofali	25
	2.2 Definizione ed emissione di un Cat Bond	31
	2.3 Tipologie di Triggers	35
	2.4 Metodologie di Pricing	39
	2.5 ESG come driver del mercato cat bond	49
III	Modelli per l'ottimizzazione di portafoglio	53
	3.1 La teoria di portafoglio media-varianza di Markowitz	54
	3.2 Il modello Mean Absolute Deviation MAD	60
	3.3 Il modello MiniMax	62
	3.4 Il modello Conditional Value at Risk (CVaR)	64
IV	Le obbligazioni catastrofali nella diversificazione di portafoglio	67
	4.1 Analisi della letteratura	68
	4.2 Dati e analisi preliminare	71
	4.3 Confronto delle matrici di correlazione	77

4.4	La correlazione condizionale dinamica nel modello DCC-GARCH di Engle	82
4.5	Performance di portafogli che includono titoli catastrofici	88
	Conclusioni	103
	Bibliografia	111
I	Codice Python	112
II	Codice R	119

Elenco delle figure

1.1	Perdite su beni assicurati dal 1970. Miliardi di dollari USD	1
1.2	Riassicurazione quota-share	4
1.3	Riassicurazione per surplus	4
1.4	Layers in una copertura di tipo XL	6
1.5	Indice Rate-on-Line sulle catastrofi naturali	8
1.6	Capitale riassicurativo globale, per tipologia	10
1.7	Struttura di un Catastrophe Risk Swap	15
1.8	Struttura semplificata di un Sidecar	17
1.9	Block Maxima (sinistra) e Peak over Threshold (destra)	19
1.10	Densità delle funzioni Frechét, Weibull e Gumbel	20
1.11	Distribuzione cumulata (sinistra) e Distribuzione cumulata condizionata (destra)	20
1.12	Forme della Distribuzione cumulata di Pareto Generalizzata per $\sigma=1$	21
2.1	Capitale raccolto e in circolazione in cat bond e ILS, per anno	27
2.2	Principali investitori in Catastrophe Bonds	28
2.3	cat bond in circolazione per Expected Loss	29
2.4	Tipica struttura di emissione di un cat bond	35
2.5	Tipologie di indici per rischio base, trasparenza e tempi di regolamento	38
2.6	cat bond in circolazione per tipologia di trigger	39
2.7	Processo di Conteggio	41
3.1	Frontiera efficiente	58
3.2	La determinazione del portafoglio ottimo P^*	58
3.3	Varianza e Deviazione assoluta a confronto	61
3.4	VaR e CVaR	66
4.1	Andamento dei prezzi di chiusura degli indici, campione intero 2015-2021	75

4.2	Coefficienti di correlazione tra gli indici, periodo pre-pandemico	79
4.3	Coefficienti di correlazione tra gli indici, periodo pandemico	81
4.4	Grafico delle correlazioni condizionali dinamiche (DCC) tra l'indice CAT e i restanti indici in portafoglio	85
4.5	Fitting del modello di correlazione condizionale dinamica (DCC) tra l'in- dice CAT e i restanti indici in portafoglio	86
4.6	Pesi ottimi per il portafoglio privo dell'indice CAT (a sinistra) e con l'indice CAT (a destra), periodo intero	94
4.7	Confronto delle percentuali investite su ogni titolo per i quattro diversi modelli di ottimizzazione, periodo intero.	95
4.8	Pesi ottimi per il portafoglio privo dell'indice CAT (a sinistra) e con l'indice CAT (a destra), periodo pre-pandemico	96
4.9	Confronto delle percentuali investite su ogni titolo per i quattro diversi modelli di ottimizzazione, periodo pre-pandemico.	97
4.10	Pesi ottimi per il portafoglio privo dell'indice CAT (a sinistra) e con l'indice CAT (a destra), periodo pandemico	98
4.11	Confronto delle percentuali investite su ogni titolo per i quattro diversi modelli di ottimizzazione, periodo pandemico.	99
4.12	Frontiera efficiente media-varianza dei portafogli, periodo intero (a sini- stra), periodo pre-pandemico (a destra), periodo pandemico (in basso) . .	100

Elenco delle tabelle

4.1	Statistiche di sintesi per i sei indici considerati nel periodo intero (gennaio 2015 - dicembre 2019), nel periodo pre-pandemico (gennaio 2015 - dicembre 2019) e nel periodo pandemico (gennaio 2020 - dicembre 2021).	76
4.2	Test di significatività autocorrelazione di Pearson, $H_0 : \rho = 0$.	87
4.3	Statistiche di sintesi calcolate a posteriori per portafogli non comprendenti l'indice CAT vs portafogli comprendenti l'indice CAT nel periodo intero, pre-pandemico e pandemico. Strategie di ottimizzazione: P1 = MV, P2 = MAD, P3 = MiniMax, P4 = CVaR.	101
4.4	Performance di un investimento tipo, periodo dal 31/12/2019 al 31/12/2021. Strategie di ottimizzazione: P1 = MV, P2 = MAD, P3 = MiniMax, P4 = CVaR.	102

Introduzione

Le numerose catastrofi naturali (e artificiali) verificatesi a livello mondiale non solo hanno provocato gravi tragedie umanitarie ma anche enormi perdite economiche che hanno danneggiato gravemente le compagnie assicurative e riassicurative mondiali. Ne è esempio l'uragano Katrina, disastro atmosferico che ha causato più di 60 miliardi di dollari di danni assicurati nell'agosto 2005. Gli importi coinvolti mostrano chiaramente i possibili limiti del sistema assicurativo tradizionale. È in tale contesto che il mondo della finanza ha sperimentato l'emergere delle *Insurance-Linked Securities* (ILS), una fusione di tecniche assicurative e finanziarie che consentono il trasferimento dei rischi al mercato dei capitali. Tra i diversi prodotti, i Cat Bond rappresentano il più importante e diffuso strumento oggi disponibile. Attraverso un meccanismo di cartolarizzazione, i rischi causati da eventi estremi sono venduti agli investitori nella forma di obbligazione. Il pagamento delle cedole e del capitale a scadenza è subordinato al verificarsi o meno di un evento catastrofico; nel caso avverso, il denaro trattenuto è utilizzato per indennizzare la compagnia cedente, ossia quella che ha emesso il bond per la finalità di protezione.

Caratterizzati da indici di Sharpe comunemente maggiori di 0,5, (superiori alla maggior parte degli altri titoli obbligazionari per i quali è disponibile questa misurazione), gli investitori stanno mostrando sempre maggior interesse verso questi strumenti grazie anche alla minima correlazione che presentano con i tradizionali asset finanziari. Non pochi, infatti, sono stati gli studi che hanno sottolineato le ottime capacità di diversificazione che tali prodotti assicurativi sono in grado di apportare se inseriti all'interno di un classico portafoglio d'investimento.

La prima parte di questa tesi è finalizzata alla presentazione degli strumenti Insurance-Linked per la gestione del rischio catastrofe, concentrandosi, in particolar modo, sulla categoria dei Catastrophe Bonds. Nel Capitolo 2 si chiariscono modalità di emissione, struttura, attivazione nonché le principali metodologie oggi disponibili al fine di prezzare tali prodotti.

Nella seconda parte, invece, si testano le proprietà di diversificazione citate nei due orizzonti temporali precedente e successivo alla diffusione della pandemia di COVID-19. In particolare, presentati i metodi di allocazione su cui si basa la successiva ottimizzazione (Capitolo 3), si elabora l'analisi della correlazione tra l'indice catastrofe e alcuni

indici classici, rappresentativi dei principali settori finanziari mondiali. Si procede, quindi, alla costruzione dei portafogli e alla comparazione delle performance ottenibili con e senza l'inserimento dei titoli ILS sopracitati. Infine, sulla base dei pesi ottimi, si simula un investimento di tipo *buy and hold* nel periodo pandemico 12/2019-12/2021 al fine di valutare i potenziali profitti ed i rischi garantiti da un portafoglio comprensivo dell'esposizione catastrofe.

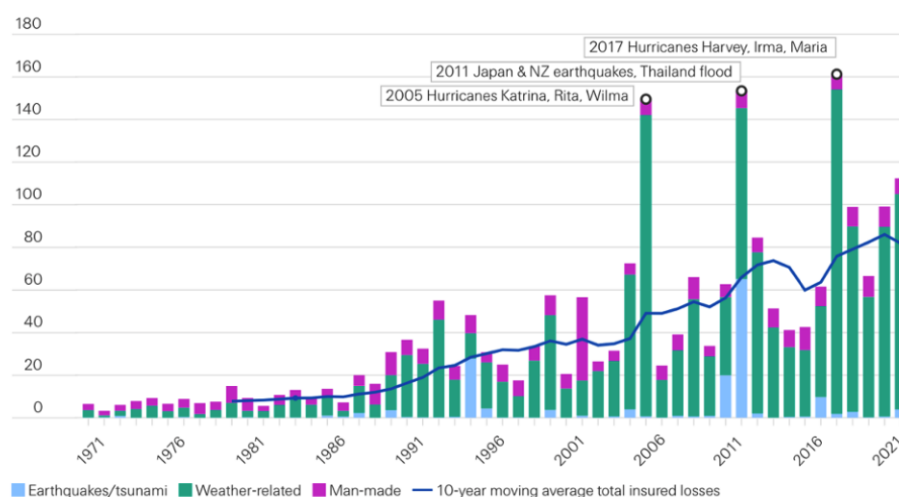
Le suddette analisi sono state sviluppate in ambiente Python e R ed i rispettivi codici sono forniti in Appendice.

I Metodi di gestione del rischio catastrofe

1.1 Eventi estremi nel settore assicurativo

Gli esperti hanno registrato negli ultimi anni un globale incremento dei rischi climatici, tanto in termini di frequenza quanto in termini di intensità. Solo nell'ultimo anno, come riporta Swiss Re (2021), i disastri naturali hanno inflitto perdite per circa 105 miliardi di dollari a beni assicurati, il quarto valore più alto dal 1970. Storicamente considerati rari e per questo definiti come “*Act of God Events*”, è evidente come le attività umane stiano incrementando la vulnerabilità degli ecosistemi a tali disastri, con sempre più frequenti inondazioni, incendi e terremoti. Ed è a causa della moderna globalizzazione che le ripercussioni di tali catastrofi hanno iniziato ad avere una risonanza su larga scala. Ad oggi circa il 70% dei disastri naturali si verifica nella regione della Cooperazione Economica Asia-Pacifico (APEC), con perdite annuali stimate in 100 miliardi di dollari, con un aumento della frequenza e della severità proporzionale al progredire dei cambiamenti climatici. Ad esempio, l'uragano Harvey ha causato nel 2017 perdite per 125 miliardi di dollari. Gli incendi boschivi australiani del 2019-2020 hanno ucciso più di un miliardo di animali e hanno causato danni per oltre 4,4 miliardi di dollari.

Figura 1.1: Perdite su beni assicurati dal 1970. Miliardi di dollari USD



Fonte: Swiss Re Institute, ILS Market Update: August 2021, disponibile a: <https://www.swissre.com/our-business/alternative-capital-partners/ils-market-update-august-2021.html>

In questo contesto, il settore assicurativo si mostra fortemente correlato con i cam-

biamenti climatici che, nella forma di eventi estremi, causano numerose perdite agli assicurati ed ingenti indennizzi agli assicuratori. Una tale combinazione di disastri, sempre più frequenti e gravi, può creare situazioni in cui le polizze assicurative diventano troppo costose per la maggior parte dei clienti o rendere impraticabile per le compagnie di assicurazione la fornitura di una copertura adeguata. Come è noto, la tradizionale assicurazione funziona attraverso la messa in comune del rischio (*pooling*) in una popolazione. In sostanza, gli assicurati pagano i premi, contribuendo alla costituzione di un fondo. Quando un contraente subisce un danno, riscuote una parte del valore di questo fondo. Poiché è probabile che solo un piccolo numero di assicurati subisca un danno in un determinato periodo, i premi pagati coprono gli indennizzi richiesti. Questo sistema entra in difficoltà nel momento in cui una gran parte della popolazione subisce danni in contemporanea, come avviene proprio in occasione delle catastrofi naturali.

Definiti da Property Claim Services come eventi in grado di determinare più di 25 milioni di dollari di perdite, colpendo un numero significativo di proprietà, assicurati e assicuratori, è evidente come la gestione di tali calamità debba tener conto del carattere dimensionale in esse intrinseco. Se, come anticipato, la normale assicurazione funziona con successo per eventi indipendenti, ad alta frequenza e bassa gravità delle perdite e volatilità dei risultati, gli eventi catastrofici, come terremoti e uragani, mostrano invece caratteristiche del tutto opposte. Essi si presentano come rischi estremi, caratterizzati da una scarsa frequenza ma da un'altissima severità nelle perdite associate (si parla, appunto, di *loss frequency high severity events*). Le compagnie di assicurazione adottano approcci divergenti per la gestione di tali rischi. Alcune, le più grandi, scelgono di detenere una porzione di capitale molto consistente per far fronte ad una richiesta di rimborsi di tale portata.¹ Altre compagnie, con capitale limitato per coprire completamente i rischi nei loro portafogli, spesso sfruttano meccanismi esterni di trasferimento del rischio come la riassicurazione e la cartolarizzazione. Sebbene questi meccanismi di condivisione siano utilizzati per tutti i tipi di rischi assicurabili, essi sono particolarmente efficaci in caso di rischi catastrofici (CAT risks) a causa delle potenziali perdite coinvolte. A seguire verranno presentate entrambe le modalità, con maggior attenzione ed un'analisi più approfondita

¹ Si parla in questo caso di ritenzione del rischio o auto-assicurazione

ai meccanismi di condivisione dei rischi attraverso il mercato finanziario, sfruttando le cosiddette *Insurance-linked securities*. Un filone della letteratura, infatti, sostiene che la cartolarizzazione abbia un vantaggio significativo rispetto alla riassicurazione e alla ritenzione grazie al capitale disponibile, sostanzialmente più elevato, e della maggior capacità di sopportare il rischio da parte del mercato dei capitali (Durbin (2001)). Allo stesso tempo, tale approccio offre agli investitori una nuova asset class, che, come si vedrà nel capitolo 4, può avere risvolti interessanti in termini di diversificazione e rischiosità di portafoglio.

1.2 Riassicurazione

Riassicurazione e cartolarizzazione dei rischi possono essere inizialmente descritte come operazioni piuttosto simili, basandosi entrambe sul principio di trasferimento del rischio. In prima battuta, ciò che va a caratterizzare le due modalità è da ricercare nella tipologia di legame che si instaura tra cedente e sottoscrittore. Mentre con la cartolarizzazione dei rischi si produce un asset negoziabile nel mercato che non necessita di un rapporto tra emittente e investitore, nel caso della riassicurazione il legame si mostra molto più consolidato e duraturo. La tradizionale riassicurazione contro le catastrofi naturali è concepita per proteggere il vettore assicurativo primario contro le perdite che derivano da un evento epocale. Essa è pertanto un'attività tipicamente indiretta, trattandosi di assunzione di rischi per conto di un'altra compagnia assicurativa e non per conto della clientela retail. Al verificarsi dell'evento specificato (uragano, terremoto, inondazione) la compagnia di riassicurazione liquida la somma all'assicurato primario. Tanto più piccolo sarà il portafoglio di rischi gestiti e la diversificazione conseguita con essi, tanto maggiore sarà la necessità per una compagnia assicurativa di rivolgersi al mercato riassicurativo o cartolarizzato, non potendo realizzare un adeguato pooling dei rischi assunti.

Questa prima possibilità di hedging può essere, per semplicità espositiva, classificata in due forme: una copertura proporzionale (*proportional reinsurance*) contro una percentuale fissa di perdite e una copertura non proporzionale (con ammontare di perdite non noto al momento della stipula del contratto di riassicurazione). In un accordo di riassicurazione proporzionale, indennizzi e premi sono ripartiti tra cedente e riassicuratore nella proporzione delle quote prestabilite dalle parti. Pertanto, la ripartizione dei sinistri è determinata in sede di definizione dell'accordo riassicurativo. Rientrano in questa categoria

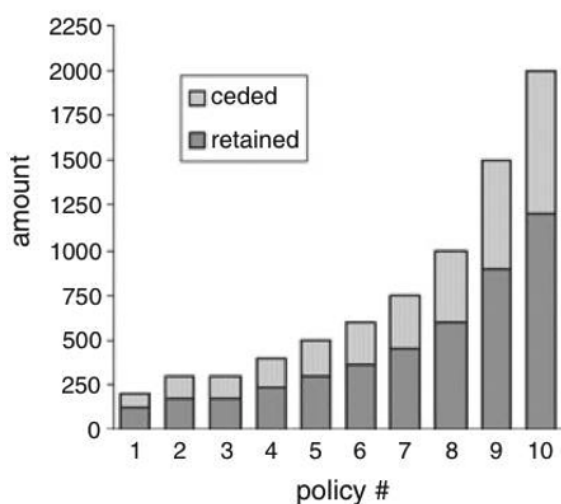
la riassicurazione *quota-share* e la riassicurazione *surplus*.

Nel primo caso, la compagnia cedente ripartisce i rischi secondo una quota prestabilita e quindi la medesima percentuale di ritenzione e cessione è applicata ad ogni rischio all'interno del portafoglio.

Nel secondo caso invece, un accordo di *surplus reinsurance* è definito dall'ammontare di ritenzione $x^{[ret]}$ in termini di somma assicurata. L'importo $x^{[ret]}$ è comunemente chiamato linea di ritenzione. Per il rischio generico, la cui somma assicurata è $x^{(j)}$, il frazionamento è così determinato:

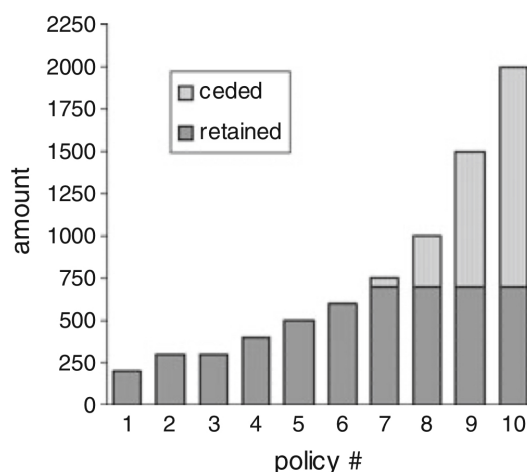
- l'ammontare $\min(x^{(j)}; x^{[ret]})$ è trattenuto;
- l'ammontare $\max(0; x^{(j)} - x^{[ret]})$, ossia il surplus, è ceduto al riassicuratore.

Figura 1.2: Riassicurazione quota-share



Fonte: Olivieri e Pitacco (2010)

Figura 1.3: Riassicurazione per surplus



Fonte: Olivieri e Pitacco (2010)

Intuitivamente, ci si aspetta una maggiore efficienza dalla riassicurazione in eccesso, grazie all'effetto "livellante". Vale la pena ricordare che, in presenza di un'ingente somma assicurata, la diversificazione tramite pooling dei rischi tende a scomparire. Evidentemente, la riassicurazione per eccesso può mitigare questo effetto pericoloso livellando (almeno in parte) le somme assicurate. Al contrario, secondo il regime di quota-sharing non vi è alcun livellamento, in quanto tutte le somme assicurate vengono ridotte nella medesima proporzione.

Per quanto concerne gli accordi di riassicurazione non proporzionale, la regola per la ripartizione dei sinistri è stabilita al momento della definizione del contratto di riassicurazione ma la ripartizione effettiva è determinata in base alla gravità di ciascun sinistro, o al numero di sinistri in portafoglio, oppure al pagamento totale del portafoglio. All'interno di questa categoria, molto sviluppata e diffusa è la protezione per importo in eccesso (*excess of loss XL*) rispetto ad un ammontare di perdite al di sopra di una determinata soglia (*attachment point*). In particolare, la ritenzione e l'intervento del riassicuratore, in una polizza XL, sono definiti come segue:

- l'ammontare $\min(X_k^{(j)}; \Lambda)$ è trattenuto;
- l'ammontare $\max(X_k^{(j)} - \Lambda)$, è ceduto al riassicuratore.

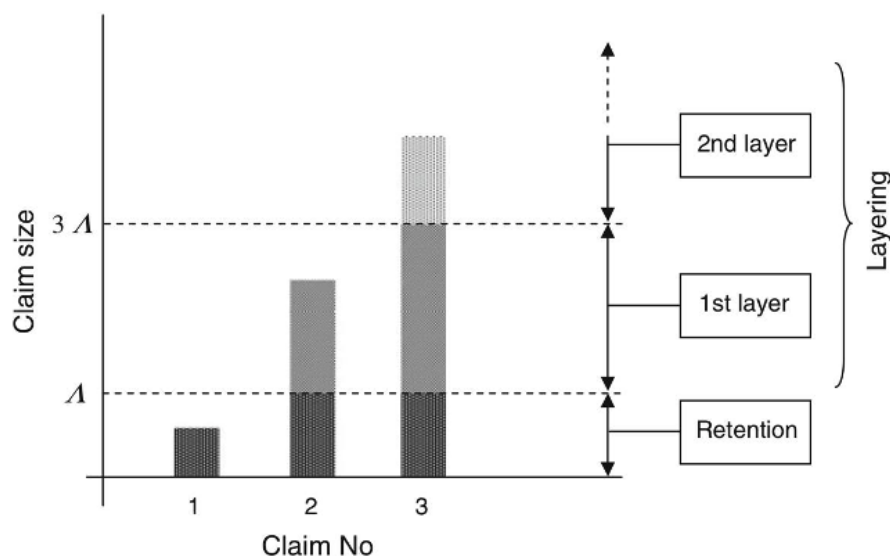
dove Λ rappresenta la franchigia (*attachment point*).

In un accordo così definito, il riassicuratore paga l'intero importo oltre la franchigia, al netto della franchigia stessa. In questo caso, nessun limite massimo per il pagamento è stabilito. Una copertura di tipo *excess of loss*, tuttavia, coinvolge solitamente una serie di livelli (*layer*). Si supponga, cioè, che il limite superiore della copertura riassicurativa sia fissato a $h \times \Lambda$ (con h un numero intero, $h \geq 2$). Per una generica richiesta di indennizzo con importo casuale $X(j)$, le possibili situazioni sono le seguenti:

1. se $X(j) \leq \Lambda$, l'assicuratore trattiene totalmente l'importo del sinistro;
2. se $\Lambda < X(j) \leq h \times \Lambda$, l'assicuratore trattiene le perdite fino a Λ e esaurendo interamente il layer di copertura fornito dal riassicuratore;
3. se $X(j) > h \times \Lambda$, l'assicuratore resta senza copertura per l'importo $X(j) - h \times \Lambda$. Eventualmente trasferirà tale somma attraverso un secondo contratto di riassicurazione.

In questo secondo caso, la cessione è suddivisa in due (o più) strati: il primo strato copre l'intervallo $(\Lambda, h \times \Lambda)$, mentre l'intervallo $(h \times \Lambda, X(j))$ potrà essere coperto da un'ulteriore riassicurazione XL, come mostrato in Figura 1.4. Quest'ultima tipologia di contratti è quella di maggior utilizzo nel comparto riassicurativo catastrofale odierno.

Figura 1.4: Layers in una copertura di tipo XL



Fonte: Olivieri e Pitacco (2010)

Un approccio alternativo alla definizione dell'ammontare di perdita $X(j)$ che consente di definire un contratto di tipo Cat-XL si basa sulla definizione del numero minimo di reclami λ necessari per l'attivazione della copertura. Definito, inoltre, K il numero casuale di reclami si ha che:

- Una percentuale di reclami inferiore a λ/K è trattenuta dall'assicuratore.
- Una percentuale di reclami superiore alla soglia λ/K attiva la copertura. I relativi pagamenti sono sostenuti dal riassicuratore.

Le ingenti perdite subite a causa delle catastrofi (per lo più statunitensi e orientali) negli ultimi anni hanno ridotto i livelli di surplus ² di molti assicuratori e riassicuratori, causando numerose insolvenze. La crescente richiesta di indennizzi e la riduzione del margine disponibile hanno determinato una spinta verso l'alto dei premi assicurativi richiesti, minando ulteriormente la capacità di sottoscrivere nuove polizze. A partire dai primi anni '90, tuttavia, grazie all'innovazione finanziaria si sono sviluppati metodi di copertura basati sulla cartolarizzazione assicurativa, con la contestuale nascita degli strumenti *Insurance-linked*, che verranno trattati nello specifico in seguito. Essi si sono, fin

² Si fa riferimento, in questo caso, alla differenza tra premi incassati e indennizzi liquidati da parte di una compagnia assicurativa.

da subito, mostrati molto più flessibili e trasparenti rispetto agli ordinari contratti riassicurativi. Tale considerazione nasce dagli intrinseci problemi che hanno caratterizzato gli strumenti assicurativi tradizionali, facendo riferimento in particolar modo al rischio di *moral hazard* e al rischio di credito.

Il rischio di *moral hazard* si manifesta nel momento in cui, in presenza di una copertura riassicurativa, l'assicuratore primario accetta all'interno del proprio portafoglio di rischi gestiti polizze che presentano, ad esempio, una scarsa diversificazione geografica, non riducendo la probabilità di accadimento di un evento catastrofico e la conseguente richiesta di indennizzi. Tale fenomeno può sorgere anche in periodi successivi all'avvenimento di un particolare sinistro, e, nello specifico, quando l'assicuratore si mostra negligente nell'analisi e nella valutazione del processo di liquidazione della somma assicurata. Il tema del rischio di credito ne è la conseguenza immediata. Il verificarsi di un evento epocale determina, nella maggior parte dei casi, una serie di richieste di indennizzo per molti dei contratti stipulati. Una tale mole di obblighi di risarcimento potrebbe esporre la compagnia, in caso di non adeguata capitalizzazione, al rischio di fallimento.

A differenza della riassicurazione, che normalmente è un contratto basato su un indennizzo legato ad un ammontare di perdite specifico dell'assicuratore primario, il payoff dei titoli assicurativi cartolarizzati è legato, nella maggior parte dei casi, a un indice o parametro che è al di fuori del controllo diretto dell'assicuratore primario, riducendo così l'azzardo morale. Una tipologia di indici comunemente utilizzata nelle obbligazioni CAT, ad esempio, è calcolata a partire dalle perdite aggregate di tutti gli assicuratori che operano in una specifica regione geografica (i prodotti "trigger parametrici", al contrario, collegano un pagamento a una descrizione fisica del disastro, ad esempio l'intensità del terremoto³). Già nel 2003 un rapporto di Lane Financial⁴ mostrava che l'85 % delle cartolarizzazioni assicurative presentava tali trigger "oggettivi".

Sul versante del rischio di credito, gli strumenti ILS garantiscono in maniera efficiente la solvibilità della compagnia emittente (*special purpose vehicle*⁵). Infatti, i proventi ottenu-

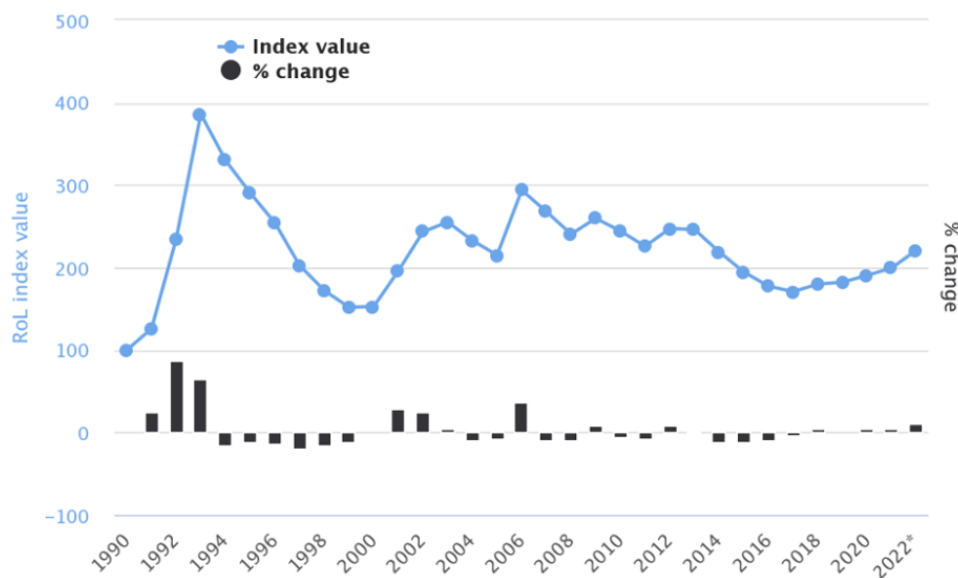
³ L'analisi delle diverse tipologie di triggers sarà approfondita nel capitolo successivo.

⁴ Lane e Beckwith (2003).

⁵ Anche conosciuta come *Special Purpose Entity*, la definizione di SPV, come individuato ai fini del Regolamento ISC è la seguente: "qualsiasi impresa che si assume rischi da imprese di assicurazione o di riassicurazione e che finanzia integralmente la propria esposizione a tali rischi

ti dalla vendita di tali titoli vengono vincolati (attraverso un trust o un conto di garanzia) e investiti in titoli privi di rischio o titoli di stato. Tale collateralizzazione dei fondi ottenuti riduce notevolmente il rischio che il contratto non sia regolato: in caso di avvenimento dell'evento catastrofico, i titoli acquistati sono venduti e il ricavato è utilizzato per la liquidazione degli indennizzi. Ulteriore motivo di sviluppo di un tale approccio di trasferimento del rischio al mercato è rilevabile nella ciclicità che caratterizza il settore della riassicurazione e che determina una sistematica variazione della loro capitalizzazione globale. Esistono, infatti, fasi cicliche, come individuate da Swiss Re (2019)⁶, denominate in hard market e soft market, dettate dal verificarsi o meno di eventi catastrofici. Tale ciclicità è chiaramente colta dall'indice Rate-On-Line⁷, come mostrato nella Figura 1.5.

Figura 1.5: Indice Rate-on-Line sulle catastrofi naturali



Fonte: Artemis, Q1 2022 Catastrophe Bond ILS Market Report, 2022, disponibile a <https://www.artemis.bm/artemis-ils-market-reports/>

attraverso i proventi di un'emissione di debito". Salvo alcune SPV create e stabilite in Irlanda, la netta maggioranza delle società veicolo utilizzate per la gestione del rischio catastrofico è stata dislocata al di fuori dell'UE, trovando sede principalmente nelle Isole Cayman o nelle Bermuda.

⁶ Bevere et al. (2019).

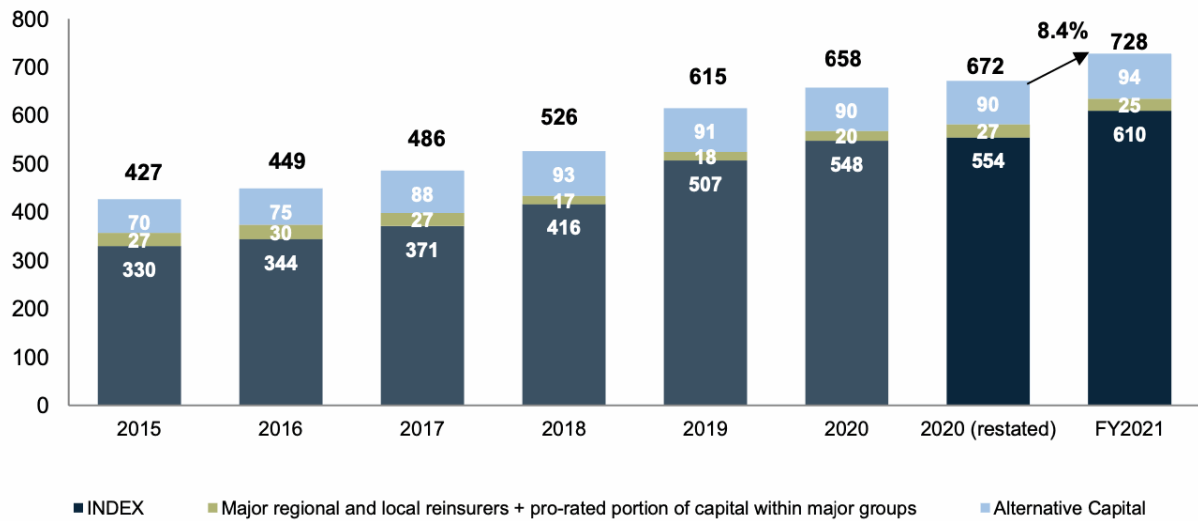
⁷ L'indice Guy Carpenter ROL è una misura della variazione in dollari pagati per la copertura anno dopo anno. L'indice riflette l'impatto sui prezzi di un rischio di esposizione in crescita (o in diminuzione), nei cambiamenti nelle abitudini di acquisto, nonché cambiamenti nelle condizioni di mercato.

In un mercato *soft* vi è un'intensa concorrenza tra le compagnie assicurative che mirano ad ampliare la propria quota di mercato. Durante questo periodo i premi rimangono stabili o diminuiscono. Diventa abbastanza facile ottenere una copertura per quasi tutti i tipi di rischio, e quindi anche per il rischio connesso ai fenomeni naturali. Le compagnie di assicurazione entrano in una fase di crescita visto il crescente numero di polizze sottoscritte. All'aumentare del numero di polizze, aumenta anche la capitalizzazione di mercato. Al contrario, durante una fase di mercato *hard* i risultati finanziari positivi diventano più complicati da mantenere per gli assicuratori. Si verificano cambiamenti normativi impegnativi che incidono negativamente sui risultati e fanno diminuire i profitti. Questo ciclo è caratterizzato da un'elevata domanda di coperture assicurative ma da un'offerta ridotta. Una tale situazione può nascere a seguito di importanti eventi catastrofici che, determinando numerose perdite, inducono le persone alla sottoscrizione di nuove polizze. Non potendo soddisfare tutta la domanda esistente, le compagnie di assicurazione solitamente impongono severi standard di sottoscrizione ed emettono un numero limitato di polizze. Di conseguenza, i premi richiesti sono alti e gli agenti non sono inclini a negoziare condizioni più favorevoli. La scarsa offerta di coperture non fa che contribuire ad un logoramento del mercato assicurativo e ad una conseguente riduzione della capitalizzazione complessiva.

Nonostante la chiara ciclicità rilevata, diversi studi confermano la buona capitalizzazione del settore riassicurativo anche a fronte di eventi di enorme portata. Le risorse di capitali si mostrano stabili, favorendo un efficiente meccanismo di soddisfacimento delle richieste di indennizzo.

Sulla base di queste considerazioni, è possibile concludere che riassicurazione e cartolarizzazione rappresentano canali di trasferimento del rischio basati su approcci e con caratteristiche distinte. Come si evince dalla Figura 1.6, nonostante la grande capitalizzazione del mercato riassicurativo tradizionale (qui riferito come INDEX), che si assesta attorno ai 600 miliardi di dollari, il mercato delle ILS si caratterizza per solidità, facendo registrare, solo nell'ultimo anno, una crescita superiore all'8% rispetto al precedente valore annuale. Questo grazie anche ai numerosi benefici qui descritti e all'intrinseca capacità di sopportare la ciclicità del mercato, garantendo, in ultima analisi, la stabilità complessiva del settore.

Figura 1.6: Capitale riassicurativo globale, per tipologia



Fonte: Gallagher Re, Gallagher Re 1st View: Balanced Renewal 1 April 2022, disponibile a: <https://www.ajg.com/gallagherre/news-and-insights/2022/april/view-balanced-renewal-april-2022/>

1.3 Insurance-linked Securities

La cartolarizzazione, il processo di trasferimento di attività, passività o flussi di cassa dal bilancio aziendale verso terzi tramite titoli negoziabili, è una caratteristica distintiva dei mercati finanziari da diversi decenni. Questa “messa in comune” e la successiva cessione di tali attività alla platea di investitori permette alla società cedente di liberare il proprio bilancio del relativo rischio sostenuto. I primi tentativi di cartolarizzazione sono stati fatti con titoli garantiti da ipoteca (MBS, pool di mutui residenziali), obbligazioni ipotecarie garantite (CMO, pool di MBS), MBS commerciali e titoli garantiti da attività (ABS, pool di crediti, leasing e praticamente qualsiasi altro tipo di bene). Tra l’inizio e la metà degli anni ’90 la tecnologia di cartolarizzazione è stata estesa ai mercati del credito, portando alla creazione di obbligazioni di prestito garantite (CLO, pool di prestiti) e obbligazioni di obbligazioni garantite (CBO, pool di obbligazioni societarie), che insieme comprendono l’ampia classe dei CDO. Visto l’evidente successo ed entusiasmo che la cartolarizzazione finanziaria ha immediatamente portato, a partire dagli anni ’90 diverse banche hanno iniziato a trasferire tali tecnologie sul mercato assicurativo. Il concetto alla base delle *Insurance-linked securities* è molto simile a quello di altre cartolarizzazioni: si predispone un’emissione di titoli facenti riferimento a particolari rischi assicurativi al fine di trasferire gli stessi al mercato e aumentare ulteriormente la capacità di accumulare e sottoscrivere nuovo rischio. Sebbene questi strumenti finanziari e assicurativi siano stati

oggetto di numerose modifiche, perfezionamenti e personalizzazioni nelle diverse forme che si elencheranno di seguito, l'architettura di base resta la stessa: una compagnia di assicurazione o di riassicurazione emette assets tramite una società costituita ad hoc e basa il rimborso di interessi e/o capitale sulle perdite derivanti dagli eventi predeterminati. Se le perdite superano la soglia prevista nel contratto, l'assicuratore/riassicuratore non è più tenuto a pagare né gli interessi agli investitori né, nei casi più estremi, il rimborso del capitale. È per mezzo di questa semplice struttura che viene generata una nuova offerta di rischio. L'emittente colloca un'esposizione (o una serie di esposizioni) presso gli investitori nel mercato dei capitali, riducendo il proprio profilo di rischio, beneficiando di una riduzione delle riserve obbligatorie e consentendo quindi la sottoscrizione di ulteriori rischi. Questo meccanismo, favorendo un contatto tra i mercati assicurativi e quelli finanziari, permette alle compagnie di attingere all'enorme capitale detenuto dagli investitori. Mentre il mercato riassicurativo, come già anticipato, si assesta complessivamente intorno ai 660 miliardi di dollari, i mercati dei capitali superano, a livello mondiale, i 120 milioni di milioni di dollari⁸, evidenziando allora l'eccellente fonte di capacità che quest'ultimo può fornire nell'assicurazione di eventi estremi. La maggior parte dell'emissione di ILS, infatti, ha riguardato il comparto del rischio catastrofe, cartolarizzando rischi di terremoti, uragani e inondazioni. Rimandando l'analisi più approfondita delle obbligazioni catastrofali (*Cat Bonds*) nel successivo capitolo, visto che esse rappresentano gli strumenti maggiormente trattati all'interno della vasta categoria delle ILS, a seguire verranno presentate le principali forme di ILS che tuttora risultano negoziate sul mercato.

A seguito della grave crisi provocata dall'uragano Andrew, nel 1992 iniziarono gli sforzi finalizzati ad accedere direttamente al mercato dei capitali come meccanismo per finanziare i futuri eventi catastrofali. I primi contratti furono emessi dal Chicago Board of Trade (CBOT) sotto la forma di futures catastrofali prima e opzioni put e call in seguito. Le opzioni erano basate su indici aggregati di perdite per le catastrofi compilati da Property Claims Services (PCS), agente statistico del settore assicurativo. I contratti sono stati successivamente ritirati per carenza di scambi. Nel 1997, anche la Bermuda Commodities Exchange (BCE) tentò di sviluppare un mercato delle opzioni catastrofali,

⁸ World Federation of Exchanges, SIFMA estimates, 2021, disponibile a: <https://www.sifma.org/wp-content/uploads/2021/07/CM-Fact-Book-2021-SIFMA.pdf>.

ma i contratti furono ritirati entro 2 anni, ancora a causa della mancanza di scambi. Il motivo di tale fallimento è da rilevare nello scarso interesse che gli assicuratori mostravano per i contratti CBOT e BCE per vari motivi, tra cui la dimensione del mercato, il possibile rischio di controparte al verificarsi di una grave catastrofe (erano contratti in cui il capitale raccolto non era collateralizzato) e la ristretta area geografica a cui faceva riferimento l'indice. In un'indagine riguardante la percezione dell'uso delle opzioni catastrofali come strumenti alternativi alla classica riassicurazione, Bouzouita e Young (1998) hanno rilevato che i gestori delle compagnie di assicurazione ritenevano che la mancanza di liquidità del mercato (conseguente al basso volume degli scambi) fosse il maggiore ostacolo all'ingresso nel mercato delle opzioni catastrofali. Un'altra preoccupazione che investiva i contratti di opzione riguardava la possibilità di un rischio base eccessivo, ovvero il rischio che i guadagni previsti dai contratti non fossero sufficientemente correlati alle perdite dell'assicuratore. Uno studio di Cummins (2004) conferma che il rischio di base era una preoccupazione del tutto legittima.

Nello specifico per rischio base si intende il rischio che sorge quando un'esposizione è coperta da un prodotto assicurativo non perfettamente correlato con essa. Per l'assicuratore che ha comprato lo strumento di copertura, il rischio base si traduce nella differenza dei pagamenti tra le perdite proprie e il meccanismo di trasferimento del rischio strutturato per coprire tali perdite. Al fine di precludere tale fenomeno è necessaria una perfetta correlazione tra le perdite dello sponsor e gli indennizzi sottoscritti. Ad esempio, i contratti di riassicurazione *plain vanilla* non sono soggetti a rischio di base⁹: il cedente identifica i rischi per i quali sta acquistando la protezione e il contratto di riassicurazione pagherà le perdite per proteggere l'assicurato in conformità ai termini e alle condizioni contrattuali pattuite. Un riassicuratore etichetterebbe questa copertura "UNL" (perdita netta definitiva) ossia indennizzo nel senso più puro della parola. I meccanismi alternativi di trasferimento del rischio, comprese le ILS, non sempre indennizzano allo stesso modo ed è questa caratteristica che dà origine al rischio di base. Numerosi sono gli studi che si concentrano sulla quantificazione e sulla gestione di tale parametro nella valutazione e nel pricing dei prodotti assicurativi non tradizionali¹⁰.

⁹ Non si considera in questo caso il rischio di controparte, inquadrabile come una declinazione di rischio base ma già precedentemente descritto.

¹⁰ Per un'analisi più approfondita si veda, ad esempio: A.M. Best Rating Ser-

Come anticipato, i derivati assicurativi contro le catastrofi negoziati in borsa sono stati i primi contratti assicurativi quotati ad entrare nel mercato. Introdotti dalla CBOT, i *cat-futures* sono contratti derivati i cui payoff dipendono dalle potenziali perdite per catastrofe, identificate da un indice di perdita determinato dal mercato. In particolare, questo rapporto, definito “rapporto di perdita di sottoscrizione”, misura l’entità delle perdite catastrofali del settore assicurativo rispetto ai premi guadagnati per le polizze in alcune aree geografiche e in un periodo di tempo specificato. Il rapporto di perdita viene quindi moltiplicato per un importo nominale nozionale per ottenere il guadagno in dollari per il contratto¹¹. In caso di catastrofe, se le perdite sono elevate, il valore del contratto aumenta (visto l’aumentare dell’indice sottostante) e l’assicuratore realizza un guadagno che compensa le perdite eventualmente subite. Se le perdite per catastrofe sono inferiori al previsto, il valore del contratto diminuisce e l’assicuratore (acquirente) perde il denaro investito.

Sono inoltre disponibili opzioni call e put su contratti future catastrofali. Un’opzione call su futures dà diritto al detentore di assumere una posizione lunga in un contratto future con prezzo di esercizio dell’opzione uguale al prezzo future quotato. Se il prezzo dei futures supera lo *strike price* definito dall’indice (quindi in caso di evento catastrofico), è possibile esercitare l’opzione call andando lunghi sul future, realizzando di conseguenza un guadagno. Se il prezzo dei futures risulta inferiore allo strike predeterminato, l’opzione call scadrà senza reclamo. Il ragionamento opposto vale per le opzioni put su futures. Ad oggi, le principali borse su cui sono scambiati questi titoli sono CME, IFEX e NYMEX, che differiscono sostanzialmente per la configurazione dell’indice sottostante (mono o multi-catastrofe, parametrico o di tipo *indemnity*).

All’interno della categoria dei derivati catastrofali, stanno ricevendo una particolare attenzione negli ultimi anni le *catastrophe equity puts* (CatEPuts) (Arnone et al. (2021)). Esse si configurano come opzioni finanziarie che conferiscono ad una compagnia di as-

vices, Gauging the basis risk of catastrophe bonds, 2017, disponibile a <https://www3.ambest.com/ambv/ratingmethodology/openpdf.aspx?ubcr=1ri=1300>

¹¹I contratti future catastrofali CBOT avevano inizialmente un capitale nozionale di 25.000 dollari USA.

sicurazione il diritto di vendere una quota del proprio capitale sociale (azioni di nuova emissione) a investitori privati (solitamente compagnie di riassicurazione) a un prezzo predeterminato, nel momento in cui si verifica un evento catastrofico. Tale strumento, quindi, non è pensato come immediata copertura alle perdite subite da eventi epocali bensì come protezione contro il crollo del prezzo azionario in borsa a seguito dell'avvenimento.

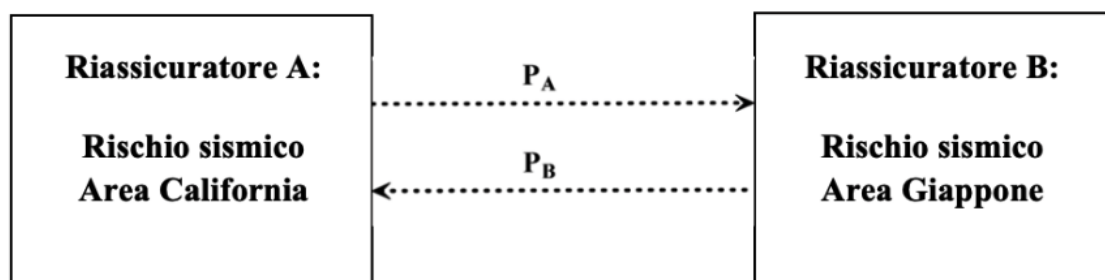
Restando in tema di derivati assicurativi, vale la pena citare gli swap catastrofali trattati nei mercati OTC. I *catastrophe swap* sono strumenti finanziari che permettono il trasferimento del rischio catastrofale alle controparti. In un tipico contratto, l'acquirente della protezione (il pagatore fisso) accetta di effettuare pagamenti periodici del premio al venditore della protezione (pagatore variabile) in cambio di un pagamento di compensazione; solitamente binario e predeterminato, il pagamento è condizionato al verificarsi di un evento assicurato in una specifica porzione di territorio coperto, ossia il paese o l'area geografica in cui una catastrofe deve colpire per essere rilevante nell'ambito dell'operazione di swap. L'evento trigger è determinato da un insieme di parametri: il pericolo di riferimento (*reference catastrophe*), le perdite di riferimento associate (importo di riferimento) e le soglie stabilite dal contratto. A questo proposito, una caratteristica importante del cat swap è da evidenziare nel fatto che le perdite di riferimento derivanti da diverse calamità naturali non sono aggregate ma rilevate separatamente. Quindi, il meccanismo di innesco si riferisce alle perdite delle singole catastrofi e non alla somma delle perdite totali. I cat swap in genere presentano due soglie: la soglia dell'evento e una soglia di accelerazione leggermente superiore. Se, durante la durata del contratto, una stima finale della perdita per un pericolo di riferimento raggiunge la soglia dell'evento, si innesca il guadagno immediato per l'acquirente della protezione e la successiva risoluzione del contratto. Allo stesso modo, il payoff nell'ambito dello swap è attivato istantaneamente da una stima di perdita intermedia superiore alla soglia di accelerazione.

Un esempio concreto di contratti di cat swap offerti nella pratica corrente di mercato sono stati i "*Deutsche Bank Event Loss Swaps*" (ELS) finalizzati alla copertura dei danni economici causati dagli uragani e terremoti negli Stati Uniti. Lanciati alla fine del 2006, gli ELS hanno un meccanismo simile ai credit default swap. L'acquirente del contratto ELS paga un premio periodico al venditore (nella forma di pagamenti fissi) e quest'ultimo pagherà un valore nozionale al contratto di swap se il settore assicurativo subisce perdite dovute a un singolo evento catastrofico che supera un livello di trigger specificato, definito

da una terza parte.

In alcuni casi poi, i riassicuratori preferiscono modificare i propri portafogli attraverso il *pure catastrophe swap*, un'operazione che consente lo scambio di esposizioni cat non correlate. Poiché i rischi scambiati non sono correlati, gli assicuratori partecipanti ottengono una maggiore diversificazione del portafoglio. Ad esempio, un riassicuratore giapponese con un eccesso di rischio sismico giapponese può scambiare una parte del proprio portafoglio con altri rischi non correlati, come il rischio sismico californiano. E' proprio questo che è avvenuto quando Swiss Re e Tokio Marine hanno stipulato uno scambio di 450 milioni di dollari della durata di un anno in cui Swiss Re ha scambiato una parte della sua esposizione al terremoto in California con parte dell'uragano della Florida di Tokio Marine e dell'esposizione alle tempeste di vento francesi; contemporaneamente, Tokio Marine ha scambiato una parte del suo portafoglio di terremoti giapponesi con i rischi di tifone e ciclone giapponesi di Swiss Re. Il risultato finale di questa serie di scambi è stato un maggiore equilibrio di portafoglio per i due assicuratori. La Figura 1.7 riassume un generico scambio catastrofale tra Tokyo e California.

Figura 1.7: Struttura di un Catastrophe Risk Swap



P_A = pagamento per il rischio sismico giapponese

P_B = pagamento per il rischio sismico californiano

Fonte: Elaborazione personale

Gli *Industry Loss Warranties* (ILW) costituiscono un'ulteriore tipologia di contratti di riassicurazione a doppio trigger. In particolare, essi presentano un trigger di ritenzione basato sulle perdite subite dall'assicuratore che ha acquistato il contratto e un trigger di garanzia basato su un indice di perdita a livello settoriale. I contratti, quindi, pagano per il duplice evento in cui uno specifico indice di perdita a livello di settore supera una determinata soglia nello stesso momento in cui le perdite dell'assicuratore emittente, per via

dell'evento, sono uguali o superiori a un importo specificato. Entrambi i trigger devono essere attivati affinché l'acquirente del contratto possa ricevere il pagamento concordato. L'assicuratore emittente è quindi coperto negli stati del mondo in cui le proprie perdite sono elevate e il mercato riassicurativo rischia di entrare in una fase di hard market. Gli ILW possono poi avere trigger binari, in cui l'intero importo del contratto viene ripagato una volta soddisfatti i due trigger oppure trigger proporzionali, in cui il guadagno dipende da quanto la perdita superi l'importo predeterminato della garanzia.

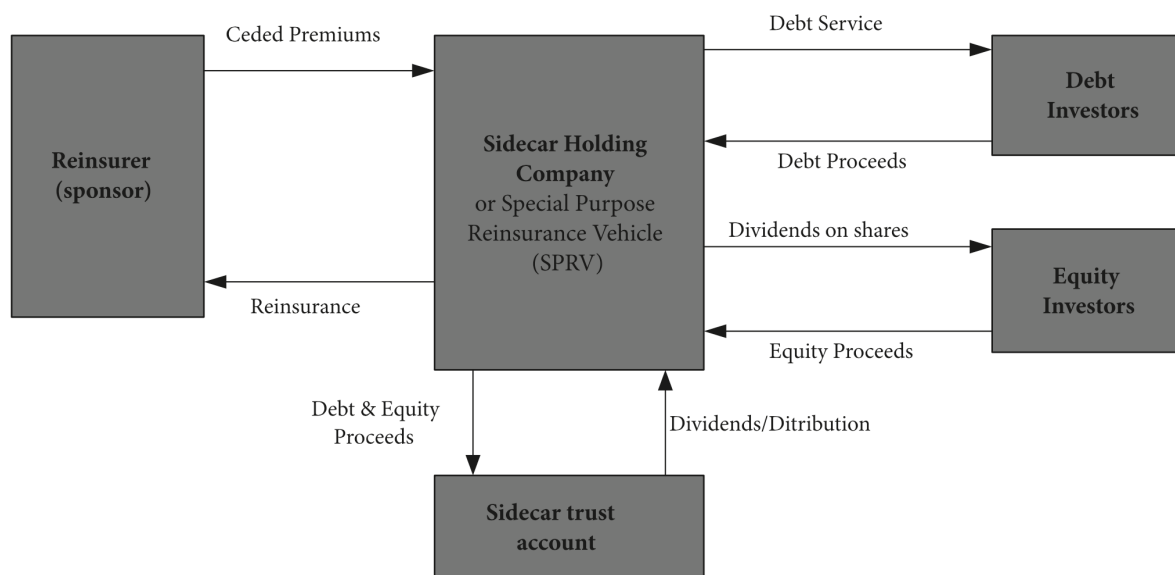
Infine, un innovativo metodo di trasferimento che presenta somiglianze sia con la riassicurazione convenzionale che con i CAT Bond, prevede l'utilizzo di *sidecars*. Questa tipologia di contratti non rientra nei normali strumenti di Insurance-linked securities fino ad ora analizzati, bensì nella più ampia categoria degli *Alternative Risk Transfer* (ART)¹². I sidecar di riassicurazione sono strutture finanziarie (molto simili agli social purpose vehicles costituiti per l'emissione di ILS) formate da compagnie di assicurazione e riassicurazione per consentire agli investitori di assumersi il rischio e il rendimento di un gruppo di polizze assicurative (*book of business*) stipulate da un agente primario. Seppur oggi sia difficile sviluppare una definizione onnicomprensiva di sidecar a causa della flessibilità e della continua evoluzione della struttura in risposta alle mutevoli condizioni e opportunità del mercato, la maggior parte presenta una struttura comune. Si prevede solitamente un riassicuratore o sponsor con finalità speciali (più comunemente domiciliato alle Bermuda per via dei numerosi vantaggi fiscali conseguibili) che fornisce capacità di riassicurazione a un assicuratore cedente designato. Per liberare capacità di sottoscrizione, il riassicuratore crea il sidecar e ne cede i premi incassati dall'assicurato primario. Il sidecar (o la sua holding) raccoglie quindi capitale tramite emissione di azioni e/o capitale di debito. Sulla base dell'importo versato, gli investitori partecipano proporzionalmente ai guadagni e alle perdite. La maggior parte dei proventi, tuttavia, resta depositata in un conto collaterale per sostenere gli obblighi di indennizzo del sidecar ai sensi dell'accordo di riassicurazione.

¹²Tradotto, il mercato di trasferimento alternativo del rischio (ART) è una porzione del mercato assicurativo che consente alle aziende di acquistare coperture e trasferire il rischio senza dover ricorrere all'assicurazione commerciale tradizionale. Il mercato ART ha due segmenti principali: quello del trasferimento del rischio tramite prodotti alternativi e il trasferimento del rischio tramite vettori alternativi. Mentre gli strumenti ILS appartengono alla prima categoria, i sidecars rappresentano il maggiore esempio della seconda.

ne.

Questa tipologia di strutture hanno avuto un forte sviluppo all'indomani dell'uragano Katrina, sia come veicolo per i riassicuratori per aggiungere capacità di sottoscrizione del rischio sia tra gli investitori che erano interessati a partecipare al rischio/rendimento del mercato assicurativo durante le fasi di hard market (più profittevoli) senza investire direttamente nelle compagnie esistenti. Già sul finire del 2005 tre entità giuridiche di questo tipo erano state create (*Flatiron, Blue Ocean, Cyrus*) raccogliendo, in totale, capitale per oltre 1,5 miliardi di dollari.

Figura 1.8: Struttura semplificata di un Sidecar



Fonte: Njegomir e Maksimović (2009)

1.4 La quantificazione del rischio catastrofe: i modelli catastrofali e la teoria dei valori estremi

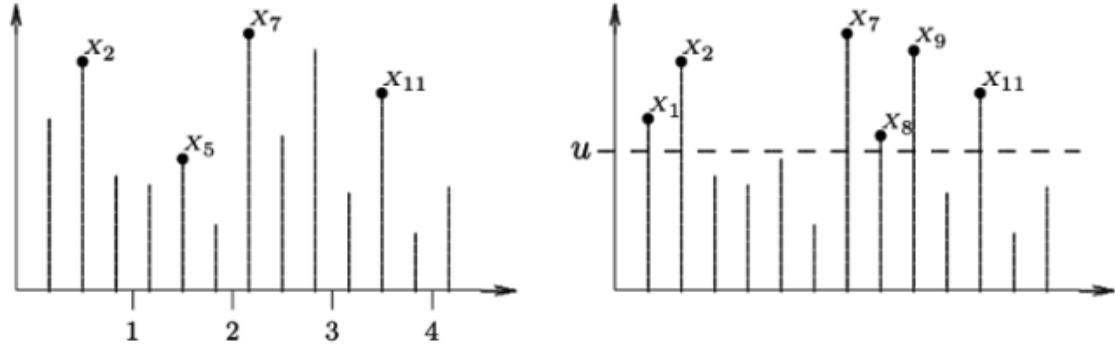
I dati disponibili circa gli eventi estremi avvenuti in passato non sono solitamente adatti per una stima diretta della probabilità degli accadimenti futuri e della loro gravità. Sebbene poco probabili, è esattamente tale rarità che rende così difficile stimarne le perdite al fine di prevedere e arginare situazioni catastrofiche future. Inoltre, le tecniche attuariali standard, su cui si basano i principi della normale assicurazione, risultano inefficienti a causa della scarsità di dati storici pubblicamente disponibili. Nondimeno, l'utilità dei dati sui sinistri esistenti risulta ancor più limitata vista la costante ed imprevedibile evoluzio-

ne della situazione climatica mondiale. Il cambiamento climatico gioca infatti un ruolo importante nella definizione di modelli affidabili. Modificando incessantemente il profilo di rischio sottostante i prodotti assicurativi, esso determina la necessità di rapidi ed efficaci aggiornamenti dei parametri alla base del modello di business degli assicuratori. Una tale situazione ha indotto il settore assicurativo allo sviluppo dei cosiddetti modelli catastrofali.

La modellizzazione catastrofale è inquadrabile come strumento di gestione del rischio che, basandosi su modelli probabilistici affinati, aiuta assicuratori, riassicuratori e gestori a valutare meglio le potenziali perdite causate da catastrofi naturali. Il problema, quindi, consiste nell'analisi di fenomeni rari che si trovano generalmente al di fuori della gamma delle osservazioni disponibili. Trattandosi di eventi che giacciono sulle code della distribuzione statistica, la teoria dei valori estremi (EVT) fornisce una solida base teorica su cui è possibile costruire modelli statistici che descrivono tali eventi. Essa permette di ricavare stime accurate a partire da distribuzioni di perdita *right tailed*, individuando la distribuzione limite alla quale tende la distribuzione dei valori massimi (degli eventi estremi) di una sequenza di variabili aleatorie i.i.d. indipendentemente dalla loro funzione di distribuzione (Bertone, 2019).

In genere sono utilizzati due approcci differenti per identificare gli estremi all'interno di un insieme di dati reali. Il primo approccio considera il valore massimo che la variabile assume in n periodi successivi, ad esempio mesi o anni. Queste osservazioni selezionate costituiscono gli eventi estremi, detti anche massimi di blocco o di periodo (*block maxima*). Nel riquadro sinistro della Figura 1.9 le osservazioni X_2 , X_5 , X_7 e X_{11} rappresentano i massimi di blocco per quattro periodi di tre osservazioni ciascuno. Il secondo approccio si concentra invece sulla determinazione delle osservazioni che superano una prestabilita soglia u . Nel riquadro destro della Figura 6 le osservazioni X_1 , X_2 , X_7 , X_8 , X_9 e X_{11} costituiscono gli eventi estremi.

Figura 1.9: Block Maxima (sinistra) e Peak over Threshold (destra)



Fonte: Gilli e Kellezi (2003)

Per quanto concerne il primo approccio, si è dimostrato (Fischer e Tippett (1928) e Gnedenko (1943)) che la distribuzione dei massimi standardizzati converge alla distribuzione limite Generalizzata dei Valori Estremi (GEV), con funzione di ripartizione monoparametrica del tipo:

$$H_{\xi}(x) = \begin{cases} e^{-(1+\xi x)^{-1/\xi}} & \text{se } \xi \neq 0, \\ e^{-e^{-x}} & \text{se } \xi = 0. \end{cases} \quad (1)$$

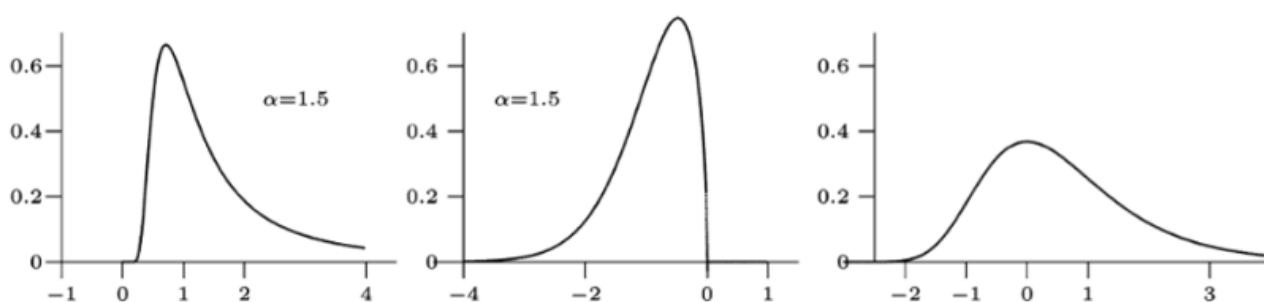
Il parametro ξ dipende dalla forma della distribuzione dei massimi, in particolare esso è pari a $1/a$, dove a è l'indice di coda. Il diverso valore assunto dal parametro a determina distribuzioni standard dei massimi diversi. Come riportato da Gilli e Kellezi (2003), la distribuzione dei massimi standardizzati converge alle seguenti funzioni di ripartizione:

$$\text{Frechét} : \Phi_{\alpha}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ e^{-x^{-\alpha}}, & x > 0. \end{cases} \quad \alpha > 0 \quad (2)$$

$$\text{Weibull} : \Psi_{\alpha}(x) = \begin{cases} e^{-(-x)^{\alpha}}, & x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases} \quad \alpha > 0 \quad (3)$$

$$\text{Gumbel} : \Lambda(x) = e^{-e^{-x}}, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad (4)$$

Figura 1.10: Densità delle funzioni Frechét, Weibull e Gumbel

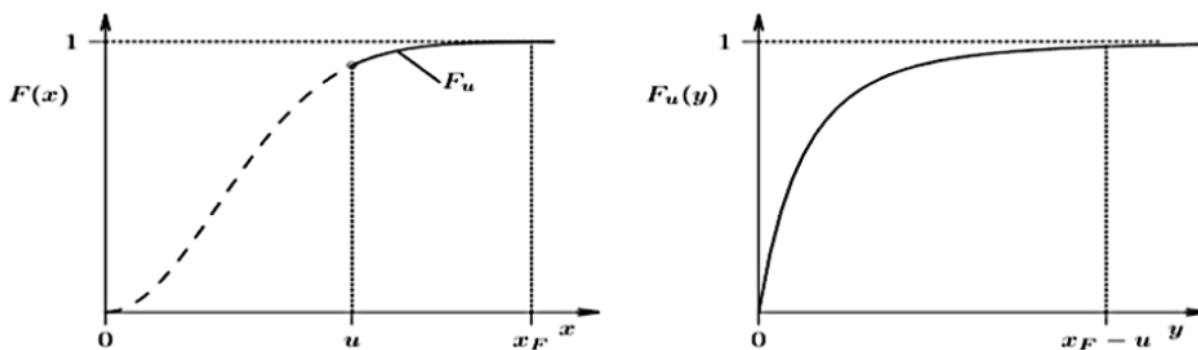


Fonte: Gilli e Kellezi (2003)

Una volta stimata la migliore distribuzione di fitting sui dati reali di perdita, tale approccio permette la valutazione del superamento medio percentuale del valore massimo osservato nell'arco di un determinato periodo di tempo (solitamente un anno), nonché la relativa frequenza di accadimento (periodo di ritorno).

Il secondo metodo di analisi introdotto dalla EVT è il *Peaks over Threshold*. Esso si sostanzia nell'estrapolazione, a partire da una funzione di ripartizione $F(x)$, della distribuzione statistica dei valori superiori ad una determinata soglia u , come illustrato nella Figura 1.11.

Figura 1.11: Distribuzione cumulata (sinistra) e Distribuzione cumulata condizionata (destra)



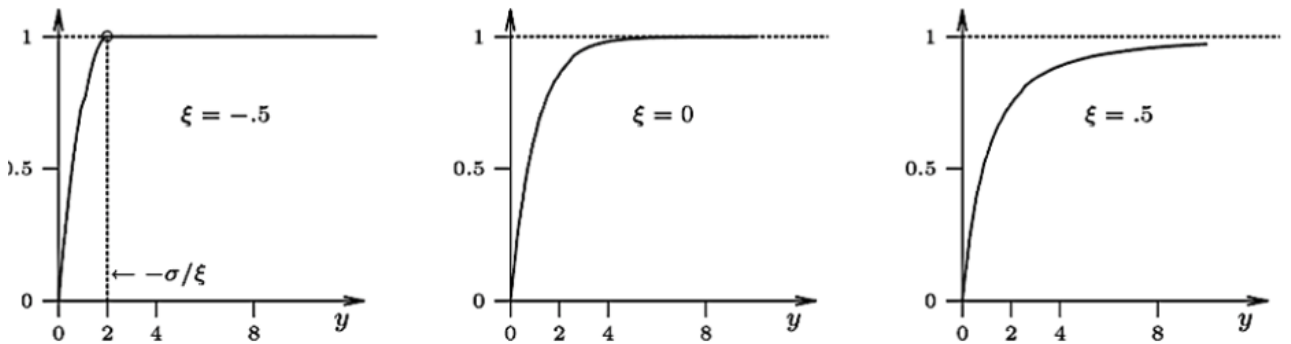
Fonte: Gilli e Kellezi (2003)

Come dimostrato dal teorema limite di Picklands (1975), al crescere della soglia u gli eccessi della variabile casuale X rispetto alla soglia stessa si distribuiscono secondo una distribuzione paretiana con funzione di ripartizione pari a:

$$H(x, \mu, \sigma, \xi) = 1 - (1 - \xi((x - \mu)/\sigma)^\xi)^{1/\xi} \quad \text{per } \xi \neq 0 \quad (5)$$

Ancora una volta, il parametro ξ caratterizza la forma della distribuzione, in particolare lunghezza e spessore delle code, mentre σ è il parametro di scala. ξ può assumere valori positivi, negativi o nulli, determinando funzioni con caratteristiche diverse, come mostrato in Figura 1.12.

Figura 1.12: Forme della Distribuzione cumulata di Pareto Generalizzata per $\sigma=1$



Fonte: Gilli e Kellezi (2003)

In entrambi gli approcci proposti, quindi, l'obiettivo consiste nello stimare i parametri che caratterizzano la funzione di distribuzione oggetto d'analisi (distribuzione dei massimi, nel primo caso, e distribuzione condizionata oltre una soglia, nel secondo), indipendentemente dall'intera distribuzione di perdita iniziale, la quale non richiede determinazione.

I modelli ad oggi maggiormente utilizzati a supporto di tali stime sono sviluppati da tre società indipendenti: EQECAT (EQE), Air Worldwide (AIR) e Risk Management Solutions (RMS). Tutti utilizzano una struttura comune, basata sui seguenti moduli di analisi:

1. Modulo del rischio (*hazard*): descrive frequenza e severità di un avvenimento catastrofico attraverso simulazioni condotte su un insieme di dati storico-statistici;
2. Modulo delle caratteristiche dei beni assicurati (*inventory*): si descrivono dettagliatamente caratteristiche strutturali, geografiche e valore assicurato dei beni componenti il portafoglio rischi trattato.

3. Modulo della vulnerabilità (*vulnerability*): i due precedenti moduli permettono di quantificare l'impatto, in termini di danno atteso, di un evento catastrofico sui beni assicurati.
4. Modulo del danno (*loss*): le stime effettuate al punto precedente si traducono in calcolo della perdita economica subita dall'assicuratore.

L'output prodotto da questi modelli può assumere configurazioni diverse, seppur tutte finalizzate alla stima del valore di perdita potenziale che un determinato evento può avere all'interno del portafoglio di beni di un assicuratore. Il modello sviluppato da Air Worldwide fornisce, ad esempio, tre output diversi: la stima delle perdite medie annue (*Average Annual Losses*); la probabilità che si verifichi una perdita di una determinata entità (o maggiore) nell'anno successivo (*Exceedance Probability*); il valore atteso della perdita oltre una specifica probabilità di superamento (*Tail Value at Risk*). Attraverso questi valori, un assicuratore/riassicuratore può agevolmente identificare, costruire e prezzare i più corretti prodotti finalizzati alla gestione ed al trasferimento di tali rischi.

L'uragano Andrew, oltre a causare danni assicurati per oltre 16 miliardi di dollari, ha lasciato almeno 11 assicuratori insolventi. Nel 2011 svariate catastrofi naturali, tra cui i terremoti in Giappone e Nuova Zelanda, le inondazioni in Thailandia e diversi tornado negli Stati Uniti, hanno provocato perdite assicurate per 110 miliardi di dollari ma non hanno causato l'insolvenza di una singola società. Questo testimonia l'evidente importanza che i modelli catastrofali rivestono nonché la costante necessità di migliorarne l'efficienza, ridurre gli errori e renderli quanto più diffusi nel settore assicurativo. Di questa necessità ne è prova il nuovo sistema RDOS (*Risk Data Open Standard*) sviluppato e pubblicato da Risk Management Solutions nei primi mesi del 2020. RDOS è un database open-source finalizzato ad estendere a tutti la possibilità di accumulare e condividere dati relativi ai rischi. È progettato per contenere le più svariate informazioni sul rischio, inclusi esposizione, copertura, impostazioni del modello di analisi, dati utilizzati e risultati ottenuti. Inoltre, RDOS è retrocompatibile con i principali standard di settore odierni (*RMS Exposure Data Model (EDM)* e *Results Data Model (RDM)*) ed è estensibile per supportare altri standard e modelli di dati¹³. Evidentemente, esso rappresenta un ulteriore tentativo

¹³Savino (2020).

di affinare le metodologie di analisi usufruendo di dati sempre aggiornati, corretti e condivisi nel mondo, con il fine ultimo di ridurre la distorsione nella stima delle conseguenze economiche connesse ai particolari eventi analizzati.

II Le obbligazioni catastrofali: funzionamento e sviluppi

2.1 Il mercato delle obbligazioni catastrofali

Lo strumento di cartolarizzazione che ha ottenuto il maggior successo è rappresentato dall'obbligazione catastrofale (*cat bond*). Soprannominati inizialmente “*Act of God Bonds*” visto il meccanismo che li lega ad eventi poco prevedibili e non controllabili, l'idea alla base di questi strumenti non è di recente sviluppo bensì si ispirano a particolari accordi mercantili già vigenti in Italia nel periodo del Medioevo: qualora un mercante avesse subito la perdita delle merci a causa di un evento esterno, questo poteva ritenere il proprio debito estinto. Il medesimo meccanismo si applica a questi prodotti. L'emittente del bond (solitamente una compagnia di assicurazione, attraverso una propria SPV) viene sollevata dall'obbligo di rimborso del capitale nominale al verificarsi di specifici eventi catastrofali che ne determinano un'ingente perdita, sia in termini assoluti sia in termini di variazione di indici di riferimento. I primi tentativi di emissione di cat bond furono registrati in risposta al manifestarsi dell'uragano Andrew nel 1992, responsabile di aver causato un devastante impatto sul mercato riassicurativo americano, tale da spingere gli agenti alla ricerca di capacità sul mercato dei capitali. Come già definiti nel precedente capitolo, i primi strumenti introdotti sono stati opzioni e future catastrofali. Molti di questi furono rapidamente rimossi dalla circolazione a causa del modesto volume di scambio e del rischio base valutato come eccessivo dagli investitori.

Differentemente dai prodotti derivati, le obbligazioni catastrofali rappresentavano un potenziale terreno fertile per la crescita del capitale riassicurativo. Infatti, tra i tanti vantaggi rilevabili, esse garantivano un'efficace gestione del rischio base: i pagamenti del bond erano legati all'andamento di un indice di perdita settoriale che ben riproduceva la composizione del portafoglio del riassicuratore. In questo modo, la probabilità di registrare un significativo scostamento tra il valore di perdita reale dell'assicuratore e il valore di perdita oggetto di indennizzo era pressoché nulla.

La prima compagnia ad avviare con successo questo particolare mercato obbligazionario fu Hannover Re nel 1994 con un'emissione di titoli per circa 85 milioni di dollari. Qualche anno dopo il mercato vide la nascita della prima obbligazione finalizzata al trasferimento del rischio di terremoti nella regione di Tokio, emessa da una compagnia non finanziaria, l'Oriental Land Division, nel 1999. Nel corso degli anni il mercato si è man-

tenuto in costante crescita poiché assicuratori e riassicuratori hanno continuato a sfruttare tali prodotti per liberare risorse di capitale, favorendo la stipula di polizze aggiuntive. Sfruttando questo meccanismo, le compagnie sono state in grado di soddisfare più facilmente gli stringenti requisiti di solvibilità, ottimizzando i bilanci in base a previsioni normative in continua evoluzione. La crescita e la diversificazione sono state accelerate dai numerosi eventi estremi succedutisi (esempi sono l'uragano Katrina nel 2005 e le molteplici catastrofi globali che hanno caratterizzato il 2011), generando nel settore perdite significative che hanno incoraggiato un'ulteriore emissione di titoli da parte di nuovi operatori¹⁴. Come mostra la Figura 2.1, la dimensione del mercato e il capitale totale raccolto sono pressoché triplicati a partire dal 2010, in seguito alla modesta flessione causata dalla crisi finanziaria del 2008¹⁵.

Risulta evidente l'enorme crescita che il mercato delle obbligazioni e dei prodotti catastrofali ha avuto, raggiungendo oggi un ammontare di capitale a rischio intorno ai 36 miliardi di dollari e un totale di nuova emissione nel 2021 oltre i 14 miliardi di dollari con un incremento rispetto all'anno precedente attorno al 15%¹⁶.

Ancora oggi nel 2022, le compagnie di assicurazione (per mezzo dei propri sponsor) sono responsabili del maggior volume di emissioni di obbligazioni catastrofali. In Italia esempio recente è rilevabile nell'emissione da parte di Assicurazioni Generali S.p.A., tramite la SPV irlandese Lion III Re DAC, di un'obbligazione catastrofale da 200 milioni di euro finalizzata alla copertura di terremoti in Italia e tempeste in Europa¹⁷.

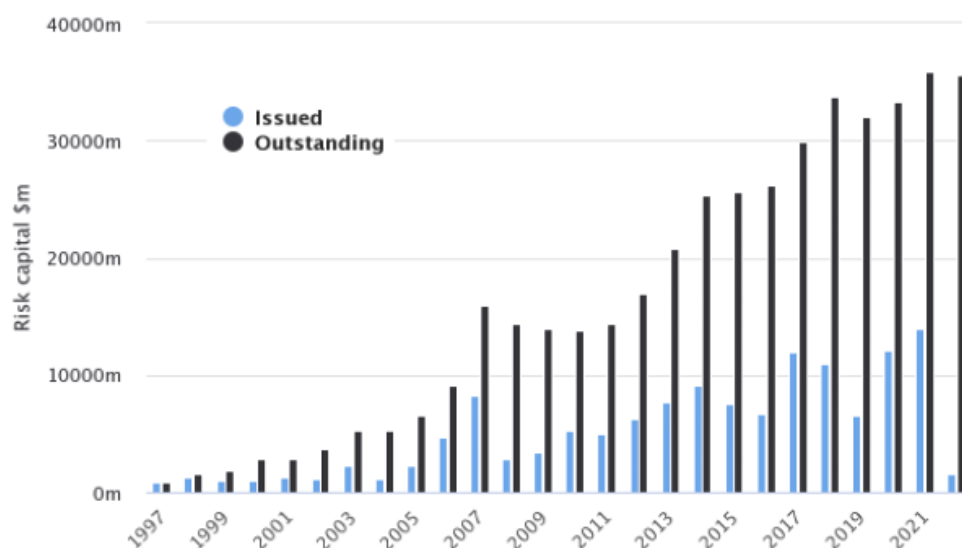
¹⁴Fino al 2005, l'emissione di Cat Bond era concentrata in un numero esiguo di compagnie di assicurazione e riassicurazione, in particolar modo dominavano il mercato Swiss Re e USAA. Da solo, l'uragano Katrina ha provocato 62 miliardi di dollari di perdite assicurate, diminuendo in maniera significativa il capitale di riassicurazione disponibile e causando un aumento dei premi richiesti per le nuove polizze. Una tale situazione ha favorito l'entrata nel mercato di nuovi operatori. Tra il 2006 e il 2007 si sono registrati volumi di emissioni record, rispettivamente di 4,7 e 7,1 miliardi di dollari.

¹⁵Il mercato dei Cat Bond è rimasto pressoché inattivo tra la fine del 2008 e primi mesi del 2009, dopo il fallimento di Lehman Brothers. Una sussidiaria della banca di investimento, la Lehman Brothers Special Financing, agiva come controparte delle compagnie di riassicurazione, nelle operazioni di Total Return Swap. L'incapacità di garantire il pagamento degli interessi nonché la restituzione del capitale causò il default di diversi Cat Bond.

¹⁶Artemis, Q4 2021 Catastrophe Bond ILS Market Report, 2021.

¹⁷<https://www.generali.com/it/media/press-releases/all/2021/Lion-III-Re-first-green-catastrophe-bond-sponsored-by-Generali>.

Figura 2.1: Capitale raccolto e in circolazione in cat bond e ILS, per anno



Fonte: <https://www.artemis.bm/dashboard/catastrophe-bonds-ils-issued-and-outstanding-by-year/>

Oltre ai classici operatori, anche i veicoli assicurativi a gestione pubblica (o i fondi) come la California Earthquake Authority, la Texas Windstorm Insurance Association e il National Flood Insurance Program hanno utilizzato il mercato obbligazionario cat per la protezione contro eventi estremi. La crescita è alimentata anche dall'apporto fornito da operatori individuali, i quali cercano di coprire i rischi idiosincratici a cui sono esposti. Ne è esempio la Metropolitan Transportation Authority di New York, che nel 2013 ha emesso cat bond per la copertura delle proprie infrastrutture contro il rischio uragano nell'area metropolitana di New York¹⁸. Ancora, Alphabet, holding per le operazioni tecnologiche di Google, è entrata nel mercato obbligazionario catastrofale alla fine del 2020 alla ricerca di una copertura aggiuntiva per i propri immobili nello stato della California¹⁹. Come mostrato dalla Figura 2.2, al 2020 la porzione maggiore di utilizzatori di obbligazioni cat è rappresentata principalmente da gestori di fondi ILS dedicati (che agiscono in qualità di Sponsor nelle emissioni obbligazionarie), caratterizzati da una lunga esperienza nel comparto riassicurativo. Il restante 25% del totale è suddiviso tra fondi multi-strategici, riassicuratori e altri investitori istituzionali.

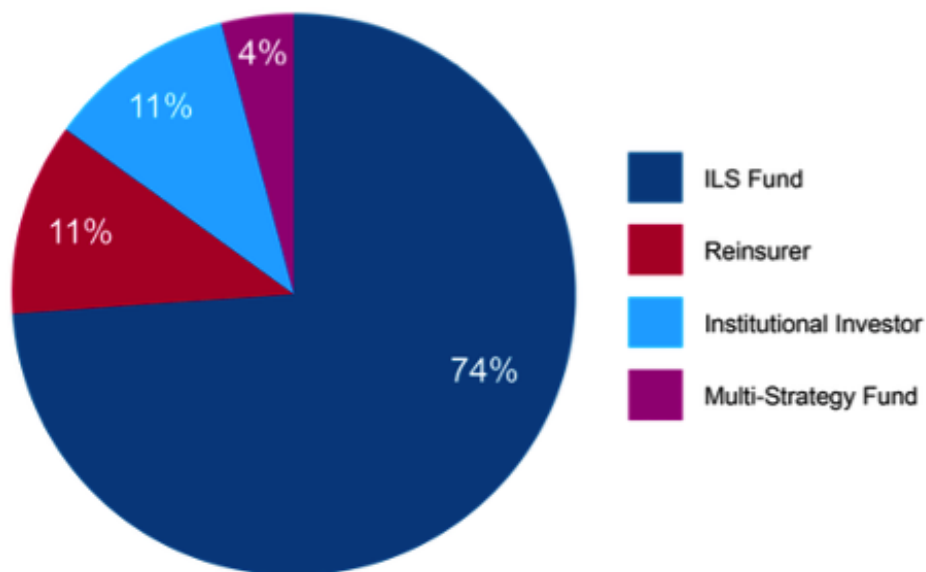
Per quanto concerne invece il lato investimenti, i principali investitori comprendono

¹⁸<http://www.spglobal.com>

¹⁹<http://www.artemis.bm>

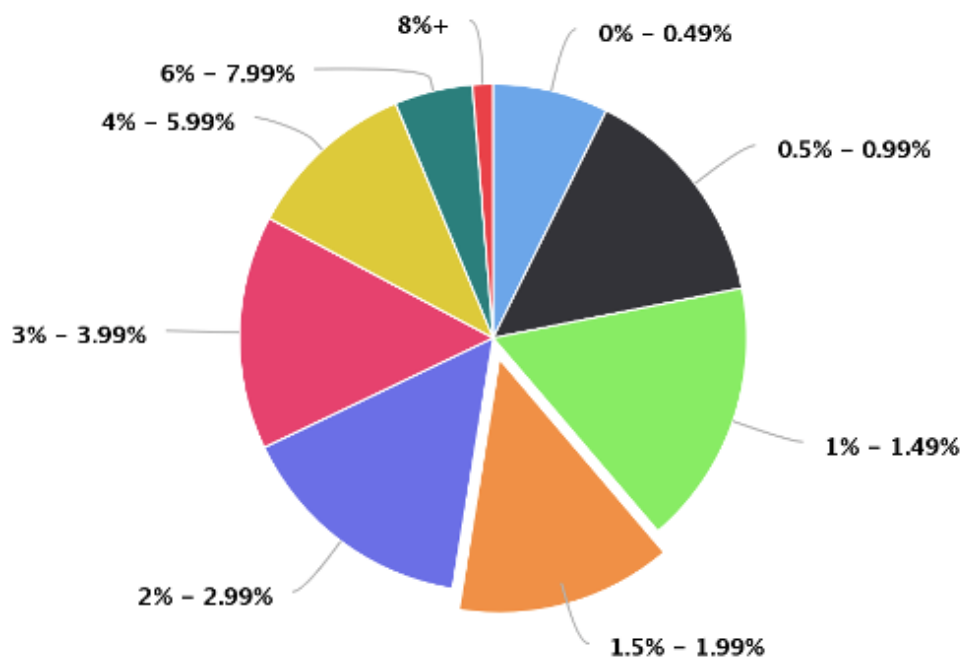
soggetti istituzionali, fondi pensione e hedge funds. Questi strumenti si mostrano particolarmente attraenti sia grazie al tasso di rendimento, assolutamente superiore rispetto a quello dei corporate bond con medesimo rating, sia per la sostanziale incorrelazione con i normali fattori di rischio nel mercato dei capitali. L'avanzamento degli studi in ambito attuariale, poi, ha permesso lo sviluppo di modelli di previsione del rischio catastrofe sempre più affidabili e standardizzati. Conseguenza diretta è la progressiva riduzione della perdita attesa per il singolo titolo (Figura 2.3) e, in una visione aggregata, la complessiva riduzione della perdita di portafoglio. Proprio questa caratteristica, ossia la possibilità di ridurre ulteriormente il rischio assunto a parità di rendimento ottenuto (e viceversa) attraverso l'inserimento di cat bond in portafogli ben diversificati sarà oggetto d'analisi nell'ultimo capitolo di questa tesi.

Figura 2.2: Principali investitori in Catastrophe Bonds



Fonte: Braun e Kousky (2021)

Figura 2.3: cat bond in circolazione per Expected Loss



Fonte: <https://www.artemis.bm/dashboard/cat-bonds-ils-by-expected-loss/>

All'interno della vasta platea di emittenti, non è possibile non citare nello specifico il caso World Bank. Dal 2016, infatti, un nuovo e prolifico emittente è rappresentato proprio dalla Banca Mondiale (IBRD) che ha utilizzato obbligazioni catastrofali con la finalità di garantire capacità finanziaria necessaria a rispondere tempestivamente ai danni causati da particolari eventi estremi nelle economie in via di sviluppo. La copertura ha incluso ad esempio numerosi terremoti e tempeste di vento in Messico e nelle Filippine, terremoti in Perù, Messico, Colombia e Cile e persino un'obbligazione pandemica globale. Di evidente attualità, a seguire verranno presentate brevemente le principali caratteristiche di quest'ultima forma di copertura, equiparabile per molti aspetti costitutivi ad un classico Cat Bond.

Un *Pandemic Bond* è una tipologia di obbligazione emessa con la finalità di raccogliere capitale per rispondere prontamente alla diffusione di una pandemia. Al pari di un'obbligazione corporate, gli investitori in bond pandemici ricevono un ammontare di cedole. Tuttavia, il rimborso del capitale a scadenza (il valore facciale) è condizionato al verificarsi o meno di un predeterminato evento pandemico. Nel caso avverso, gli investitori perdono parte o tutto del capitale investito, che sarà utilizzato per sostenere e finanziare le economie più duramente colpite dalla diffusione del virus. In alternativa, se nulla è accaduto, essi ricevono alla data di scadenza l'investimento iniziale maggiorato

degli interessi cedolari previsti.

La prima obbligazione pandemica, unica nel suo genere, è stata emessa da parte della Banca Mondiale nel giugno 2017 a seguito del tentativo insufficiente di raccogliere fondi per combattere un'epidemia di Ebola nel 2014. L'obiettivo era quello di garantire supporto finanziario tramite il *Pandemic Emergency Financing Facility* (PEF) a favore dei paesi in via di sviluppo, creando un mercato per “l'assicurazione contro il rischio pandemico²⁰”. In particolare, il PEF ha raccolto fondi per mezzo di due differenti approcci, prevedendo:

1. Una *Insurance Window* che rappresenta la vera e propria assicurazione contro il manifestarsi di pandemie. La finestra assicurativa copriva focolai su larga scala di un gruppo prestabilito di malattie identificate come idonee a causare gravi pandemie. Questo gruppo di malattie includeva l'influenza pandemica (virus dell'influenza), Coronavirus (tra cui SARS, MERS nonché il successivamente scoperto COVID-19), Filovirus (Ebola, Marburg), febbre emorragica del Congo della Crimea, febbre della Rift Valley e febbre di Lassa. I focolai causati da malattie diverse da quelle elencate non erano considerati ammissibili per un rimborso all'interno della finestra assicurativa qui considerata. La copertura era garantita attraverso l'emissione di due bond ad alto rendimento e scadenza fissata al 15/07/2020, per un controvalore totale di 320 milioni di dollari. Altri 105 milioni sono stati raccolti tramite emissione di contratti swap. Ciò significa che il comparto assicurativo del PEF poteva fornire assicurazioni per un valore complessivo di 425 milioni di dollari ai paesi in via di sviluppo.
2. Una *Cash Window*: Riconoscendo la possibilità che gravi focolai possono verificarsi a causa di altri agenti patogeni noti o sconosciuti, la finestra assicurativa era completata da una finestra di cassa, finanziata per mezzo di liquidità, la quale conferiva al PEF una maggior flessibilità in grado di finanziare situazioni potenzialmente critiche che, tuttavia, non erano tali da prevedere l'attivazione della finestra assicurativa.

²⁰<http://www.ft.com>

Da un punto di vista tecnico, sono state emesse due classi di obbligazioni. Una classe A, che ha coperto eventi come influenza e coronavirus, ha offerto cedole del 6,5% sopra il LIBOR. La classe di bond B, che copriva cinque diversi virus, offriva un rendimento dell'11,5% sopra il LIBOR. Ovviamente, un insieme di condizioni predeterminate dovevano essere verificate prima di procedere alla liquidazione delle somme raccolte. Per la finestra assicurativa, questi criteri di attivazione erano di tipo parametrico, misurati cioè in termini di dimensione del contagio, di una percentuale minima di casi confermati nel mondo, del tasso di positività crescente nel tempo e così via. Tutte queste condizioni furono confermate da AIR Worldwide (società esterna ed indipendente chiamata alla valutazione circa il superamento dei limiti prestabiliti) il 17 aprile 2020²¹. Complessivi 195 milioni di dollari sono stati pagati a 64 paesi in via di sviluppo nei sei mesi successivi, consentendo l'impiego di risorse umane, farmaci, attrezzature mediche essenziali nonché sostenendo le catene di approvvigionamento, la logistica, la predisposizione di opere civili come i centri di contagio, ospedali da campo, hub vaccinali. Ultima caratteristica ma sicuramente non meno importante, i fondi messi a disposizione dal PEF sono stati totalmente sovvenzionati, non prevedendo pertanto la restituzione da parte di chi ne ha tratto beneficio.

2.2 Definizione ed emissione di un Cat Bond

Un cat bond si struttura generalmente come uno scambio di capitale contro cedole, in cui il rimborso del capitale e/o la liquidazione delle cedole sono condizionati al verificarsi di particolari eventi catastrofici. Definite nel mercato USA (che è il principale mercato di riferimento per questa categoria di strumenti assicurativi), come transazioni soggette alla Rule 144A²², essi presentano nozioni che variano mediamente tra i 50 e i 500 milioni

²¹Non sono mancate numerose teorie complottistiche che accusavano l'Organizzazione Mondiale della Sanità di tardare l'annuncio della pandemia al fine di tutelare i grandi investitori. Erano diversi, infatti, i bond pandemici che avevano scadenza nei pochi mesi successivi alla data della dichiarazione di pandemia. Per un'analisi più approfondita in tema, si rimanda a Il Sole 24 ore, *OMS e complotti? Storia di Pandemic Bond e ingegneria finanziaria*, 05/05/2020.

²²La Rule 144A (Securities Act, 1933) è un regolamento che esenta dall'obbligo di registrazione presso la *Security and Exchange Commission* alcune tipologie di vendite private di titoli, per importi minimi di 500 mila dollari, quando nella vendita sono coinvolti investitori istituzionali qualificati (QIBs, *Qualified Institutional Buyers*). A partire dalla sua adozione, la 144A ha notevolmente aumentato la liquidità dei titoli interessati, in particolar modo all'interno del mercato obbligazionario catastrofale. Il vantaggio è insito nella possibilità, da parte delle istituzioni, di

di dollari (sebbene non siano mancati esempi di emissioni per un ammontare di circa 1 o 2 miliardi di dollari). La durata tende a essere compresa tra uno e cinque anni, con una scadenza media tipicamente attorno ai 36 mesi. La copertura, come si vedrà nel dettaglio in seguito, può essere indicizzata sulla base di diverse declinazioni rappresentative della perdita: si può considerare una perdita "per evento" (esposizione a un singolo evento), perdite "aggregate annuali" (esposizione a più eventi nel corso di un anno) o perdite di "frequenza" (esposizione una volta che un secondo o un terzo evento specifico si è verificato entro un periodo di rischio definito).

Una compagnia di assicurazione che desidera tutelarsi da un rischio catastrofe attraverso questo tipo di emissioni obbligazionarie non effettua direttamente il collocamento sul mercato, come avverrebbe in caso di collocamento di un'obbligazione corporate tradizionale. Si prevede, invece, il coinvolgimento di diversi soggetti. La società cedente (lo sponsor, ossia il promotore dell'operazione) conclude un particolare contratto di riassicurazione con una società costituita ad hoc, la *Special Purpose Reinsurance Vehicle* SPV o SPV. Questo "passaggio di ruolo" nei confronti della SPV è giustificato da due particolari vantaggi:

- la SPV è una società giuridicamente indipendente, seppur soggetta a controllo da parte della cedente principale. Un possibile fallimento della prima, pertanto, non determinerebbe gravi conseguenze economiche in capo allo sponsor assicurativo;
- la costituzione di SPV è generalmente effettuata in paesi con maggiori vantaggi dal punto di vista regolamentare e fiscale (solitamente Bermuda, Cayman, Lussemburgo)²³;

Seppur con caratteristiche in costante evoluzione, nella quasi totalità dei casi l'emissione obbligazionaria catastrofe segue la logica che per semplicità espositiva è così schematicamente definita (Figura 2.4):

1. Lo sponsor costituisce una società veicolo a responsabilità limitata con una struttura di *assets e liabilities* tali da garantire l'assenza di rischio di credito all'assicurato.

scambiare tra loro questi titoli eliminando le pesanti restrizioni precedentemente imposte per la protezione del pubblico.

²³Per un'analisi più approfondita dei vantaggi si veda, ad esempio, Dolan (2019).

A tal proposito infatti, la SPV detiene attività pari al 100% delle proprie passività massime.

2. L'assicuratore cedente stipula un contratto di riassicurazione con la società veicolo. Affinché la logica di emissione dei bond sia coerente con il contratto, si prevedono analoghe condizioni tra le parti coinvolte. Quindi, si impone medesima durata e medesimo meccanismo di trigger per la definizione del rischio, regolando allo stesso modo i pagamenti verso gli investitori e gli indennizzi nei confronti dell'assicurato. Inoltre, si prevede che la copertura garantita dall'SPV alla cedente sia di ammontare pari al valore delle obbligazioni cat che saranno successivamente emesse. In pratica, la SPV conduce, contemporaneamente, due azioni: da un lato emette i cat bond agli investitori, dall'altro si assume la responsabilità di essere fonte di assicurazione per lo sponsor. Pertanto, ad essa spettano sia i premi derivanti dal contratto riassicurativo sia i relativi oneri, ossia il rimborso potenzialmente causato dalle calamità naturali coperte.

3. I rischi sottoscritti al punto precedente vengono cartolarizzati strutturando un'emissione obbligazionaria nei confronti di investitori qualificati. Il costo totale iniziale per l'investitore, ossia il valore nominale del bond, sarà pari al massimo danno pagabile allo sponsor in caso di evento avverso. Fissato il prezzo iniziale, si stabilisce il valore delle cedole, solitamente di importo maggiore rispetto a quelle pagate mediamente dal mercato per titoli corporate con medesimo rating. Tipicamente, l'emissione è suddivisa in *tranches*: esemplificando, si può prevedere un'emissione da 200 milioni di dollari per coprire la porzione di rischio da 1 a 1,2 miliardi USD e una seconda emissione da 200 milioni per coprire la porzione da 1,2 a 1,4 miliardi USD. Ovviamente, la tranche con l'attachment point maggiore (1,2 mld) sarà di qualità superiore (e quindi con una probabilità di default minore). In questa fase, il rating creditizio interpreta un ruolo fondamentale nel collocamento e nel pricing di questi titoli. Come avviene comunemente con tutte le obbligazioni societarie, anche nel caso di obbligazioni cat i rating permettono agli investitori di confrontare il rendimento associato alla quantità di rischio che acquisiscono. In linea di massima, le due principali agenzie di rating in questo ambito, A.M. Ratings e StandardPoors, attribuiscono un valore di rating inferiore all'*investment grade*, oscillando tra B-

e BB+ e classificando quindi i cat bond al pari di strumenti finanziari prettamente speculativi.

4. I proventi ottenuti dall'emissione dei bond e dai premi incassati dallo sponsor sono investiti in titoli a breve termine di alta qualità (tipicamente titoli AAA, come i titoli di Stato) e depositati in un conto collaterale (*trust*²⁴). A scadenze prefissate, la società veicolo riceve dal trust gli interessi sulle somme investite. Le entrate fisse così ottenute vengono scambiate con dei pagamenti a tasso variabile (solitamente denominati in LIBOR o EURIBOR) per mezzo di un contratto swap con una controparte. La SPV paga il rendimento fisso alla controparte e riceve il LIBOR maggiorato dello swap spread (una retribuzione per il rischio aggiuntiva data l'imprevedibilità nel verificarsi di calamità naturali). Come evidenziano Ma e Ma (2013), l'operazione di swap è fondamentale perché consente allo sponsor di coprirsi dai movimenti del mercato, ad esempio dalle variazioni nei tassi di interesse. Attraverso questi fondi, la SPV paga periodicamente (nella maggior parte dei contratti questo avviene con cadenza trimestrale o semestrale) le cedole agli investitori.

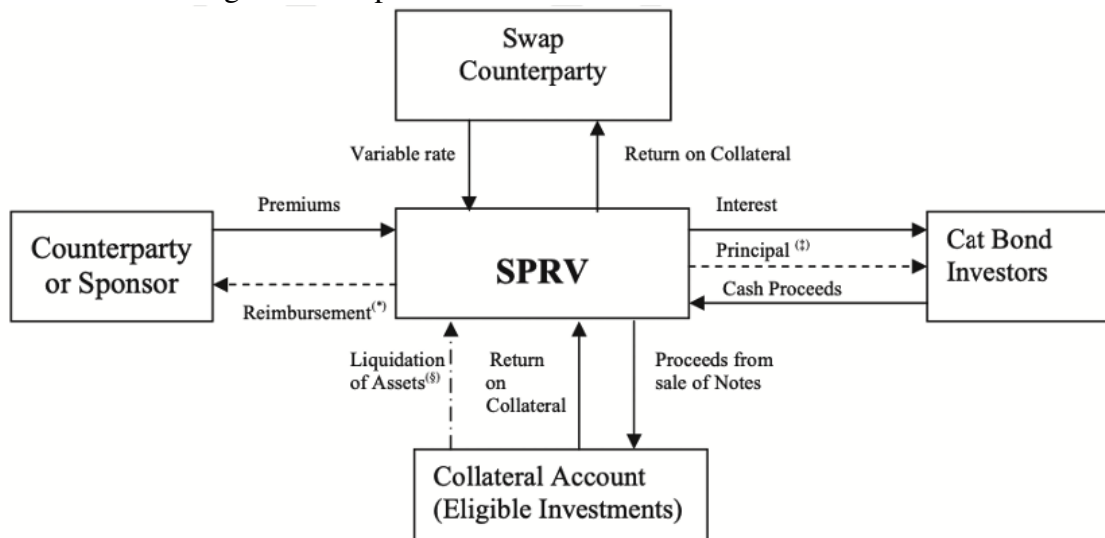
A questo punto, tre scenari si possono prefigurare. Se l'evento assicurato non si è verificato durante la vita dell'obbligazione, gli investitori ricevono il capitale a scadenza da parte della società veicolo, che nulla deve allo sponsor cedente. Se si è verificato un evento catastrofico all'interno del periodo di copertura, gli importi pagati attraverso le cedole vengono progressivamente ridotti a seconda della gravità della perdita subita, ed utilizzati per indennizzare lo sponsor, come stabilito dal contratto. Nel caso più estremo, il verificarsi di un evento che determina la massima perdita possibile per il riassicuratore (ancora una volta tale soglia è stabilita nel contratto fra cedente e SPV) causa il default dell'obbligazione. Né le cedole né il capitale nominale sono ripagati agli investitori. Il capitale raccolto è interamente destinato ad indennizzo.

Da segnalare, di sempre più frequente utilizzo oggi è la possibilità di estendere la scadenza dell'obbligazione nel momento in cui si è verificato un evento "qualificante"

²⁴L'importanza delle strutture collaterali è stata evidenziata in maniera esemplare dal fallimento Lehman. Proprio Lehman Brothers costituiva la controparte nei contratti Swap per diversi cat bond attivi sul mercato al momento della sua bancarotta. Una tale e potenziale situazione economicamente dannosa per gli investitori ha indotto il mercato a progettare nuove e più prudenti strutture di garanzia al fine di minimizzare il rischio di controparte.

ma la perdita complessiva non è ancora nota. Il cosiddetto “*Extension Period*” mette a disposizione del tempo per ricevere stime accurate del danno (anche da parte di terzi specializzati) o per riscuotere i crediti, calcolando in questo modo il corretto impatto sul bilancio. L’esercizio di una tale opzione prevede, tuttavia, il pagamento di uno spread aggiuntivo agli investitori poiché il collaterale viene detenuto a favore dello sponsor fino al momento in cui le perdite calcolate sono sufficienti a presentare un reclamo.

Figura 2.4: Tipica struttura di emissione di un cat bond



(*) Event contingent

(†) At maturity

(‡) Event contingent or at maturity

Fonte: <https://www.artemis.bm/dashboard/cat-bonds-structure/>

2.3 Tipologie di Triggers

Uno tra gli elementi fondamentali nella costruzione di un cat bond è la definizione del limite oltre il quale i titoli iniziano a subire una perdita. La definizione di tale valore soglia è effettuata attraverso la scelta di uno o più *payout-trigger event*. Solamente nel momento in cui queste condizioni specifiche sono soddisfatte, gli investitori inizieranno a perdere parte o tutto dell’investimento effettuato. In relazione ai trigger scelti, gli eventi dannosi possono essere classificati in modi differenziati, attraverso l’identificazione di una specifica area geografica di accadimento oppure per mezzo del superamento di un limite predefinito di perdita. Come già anticipato nel primo capitolo, la progettazione

dell'obbligazione catastrofale, e in questo specifico caso del trigger, deve garantire il miglior *trade-off* tra rischio base e trasparenza. Gli investitori in cat bond, infatti, ricercano la massima trasparenza nella definizione del trigger affinché siano minimizzati eventuali comportamenti opportunistici (*moral hazard*) da parte dell'emittente. Ad esempio, si è dimostrato che l'utilizzo di trigger non controllati direttamente dall'emittente riducono l'azzardo morale, a favore della trasparenza degli investitori. Per contro, lo sponsor avrà interesse nel gestire e ridurre il rischio base che si origina dal trasferimento del rischio, il quale potrebbe determinare perdite maggiori dei risarcimenti ottenibili. La maniera più semplice per garantire quest'uguaglianza prevede l'utilizzo di triggers totalmente legati alla specifica perdita subita dall'assicurato. È evidente allora che la gestione di un tale conflitto di interessi debba implicare un ulteriore trade-off tra l'interesse delle parti coinvolte. Di seguito si presentano le principali categorie di triggers²⁵ ad oggi maggiormente utilizzate.

Il più comune meccanismo di attivazione si sostanzia nel cosiddetto *indemnity trigger*, il cui funzionamento lo rende molto simile ai normali contratti di riassicurazione in quanto collega l'indennizzo alle reali perdite subite dallo sponsor al verificarsi di un evento catastrofale. Esemplicando, un cat bond può essere strutturato per pagare la compagnia assicurativa X per perdite superiori a 500 mila dollari (attachment point) fino ad un massimo di 1 milione di dollari (exhaustion point). Questo legame tra perdite ed indennizzo garantisce il minor livello di rischio base per l'assicurato. Tuttavia, il trigger in forma di indennizzo risulta meno attraente in termini di trasparenza per quanto riguarda il punto di vista dell'investitore. Non potendo accedere a informazioni dettagliate sulle polizze né giudicare la qualità e tipologia dei contratti sottoscritti, i compratori di cat bond sono esposti ad un elevato rischio di azzardo morale.

Una seconda tipologia di triggers comprende gli indici parametrici di tipo *industry-loss*. In questo caso, i pagamenti ed il rimborso dell'obbligazione dipendono dall'anda-

²⁵Le diverse tipologie di triggers condividono alcune caratteristiche comuni che assicurano idoneità nella valutazione del rischio e accettazione da parte del mercato finanziario. Queste comprendono, ad esempio, l'oggettività e l'indipendenza nelle stime, affidabilità e disponibilità di valutazione per tutti gli operatori nonché il costante aggiornamento dei parametri sui quali gli indicatori sono costruiti.

mento di un indice di perdita settoriale sviluppato da un soggetto terzo indipendente²⁶. Affinché un tale meccanismo operi correttamente, deve esserci coerenza e allineamento tra l'esposizione del portafoglio del singolo sponsor rispetto a quella del settore considerato, in modo che sia ipotizzabile con una certa sicurezza che lo sponsor possa subire una perdita identificabile come percentuale del totale di settore. Ad esempio, si suppone che il danno totale del settore a seguito di un evento estremo ammonti a 50 milioni di dollari. È previsto un attachment point a 10 milioni di dollari. Quindi, gli investitori pagherebbero i danni eccedenti il punto di attacco e limitatamente alla quota di perdite di mercato dello sponsor su cui hanno investito. Ipotizzando che la quota di perdite della compagnia di assicurazioni X sia del 30% (e quindi un totale di 15 milioni di dollari, il cat bond indennizzerebbe per i 5 milioni di dollari oltre l'attachment point. Per l'investitore, l'utilizzo di un trigger settoriale limita notevolmente le asimmetrie informative che possono determinare azzardi morali da parte dello sponsor, in quanto l'ammontare di perdita viene stimato con maggior oggettività rispetto alla categoria di indemnity puro. Tuttavia, un tale meccanismo sottopone l'emittente ad un maggior rischio base nell'eventualità in cui la stima effettuata dal servizio terzo non sia esattamente identificativa della reale perdita subita dall'assicuratore.

Ulteriore categoria da citare comprende gli indici di tipo parametrico puro (*parametric index-loss*). In questo caso, l'indennizzo scatta nel momento in cui la catastrofe assume una determinata dimensione o gravità. Il trigger è quindi rappresentato da uno o più particolari parametri fisici che caratterizzano l'evento. Ad esempio, un indennizzo da indice parametrico puro potrebbe innescarsi al verificarsi di un terremoto di magnitudo maggiore di 7,1 entro un raggio di 50 chilometri da Tokyo (RMS, 2012). Poiché i parametri fisici dell'evento sono disponibili subito dopo l'accadimento dello stesso, le transazioni vengono regolate molto più rapidamente rispetto a quanto avviene con le altre tipologie di trigger. Tuttavia, non focalizzandosi sulle perdite economiche, gli indici di tipo parametrico possono causare una significativa differenza (e quindi un elevato rischio base) tra indennizzo ricevuto dall'assicurato e ammontare di danno subito. D'altra parte, una tale oggettività assicura agli investitori la massima riduzione del rischio di comportamenti opportunistici dello sponsor.

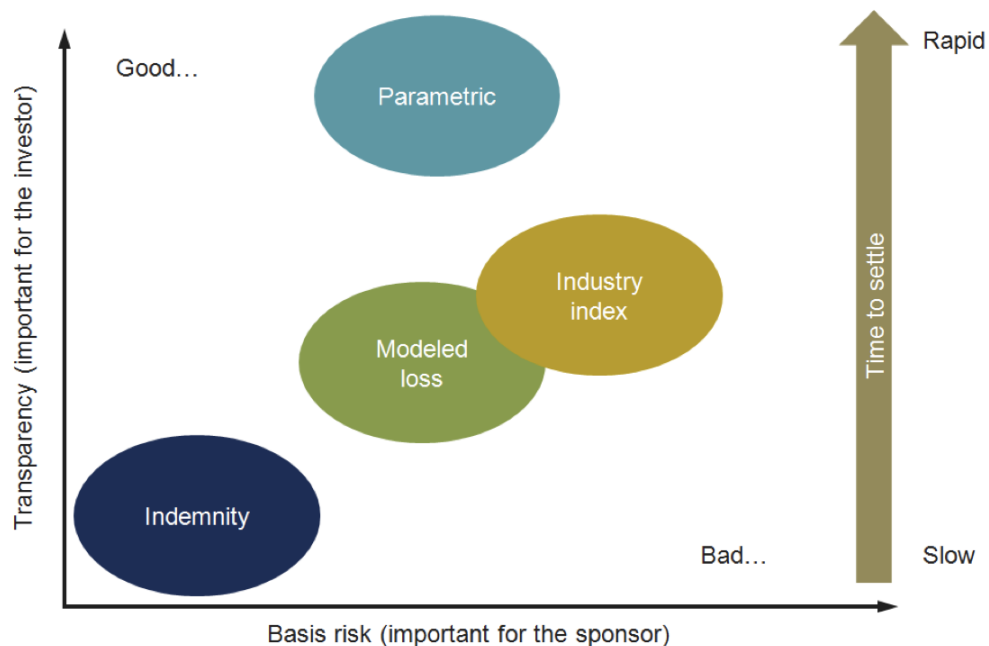
²⁶Le principali società di valutazione dei danni assicurati associati ad eventi estremi sono *Property Claims Services* (PCS) per gli Stati Uniti e *PERILS* per il mercato europeo.

I trigger di tipo *modeled-loss* sono simili ad uno di tipo indemnity. Tuttavia, anziché essere basati sulle effettive perdite dello sponsor, essi si costruiscono per mezzo di stime o proiezioni di perdita risultanti da modelli sviluppati da società indipendenti. La copertura scatta se le perdite stimate dal modello catastrofale sono superiori ad un limite prefissato. Questa categoria di indici permette di unire i vantaggi derivanti dall'utilizzo di un indice indipendente e esterno, e quindi di ridurre il rischio di azzardo morale, con la possibilità di tenere sotto controllo il rischio base grazie alla sempre maggior accuratezza che caratterizza le stime prodotte dai modelli catastrofali.

Infine, l'*hybrid trigger* è costituito da una particolare configurazione di più trigger per una singola transazione. Il vantaggio è evidente: se strutturata adeguatamente, questa tipologia assicura il miglior trade-off tra rischio base e moral hazard.

La Figura 2.5 riassume chiaramente le diverse proprietà degli indici elencati. Essi si differenziano per rischio base, trasparenza e rapidità di regolamento. L'indemnity trigger è soggetto al più alto grado di azzardo morale (e quindi la minor trasparenza). Per ridurre tale problema potrebbe essere preferibile un trigger di tipo parametrico o uno settoriale, che tuttavia comportano un più alto livello di rischio base. Posizionandosi al centro del piano cartesiano individuato dai tre assi, il *modeled-loss* trigger sembrerebbe in grado di assicurare il miglior livello di trade-off tra le tre variabili in gioco.

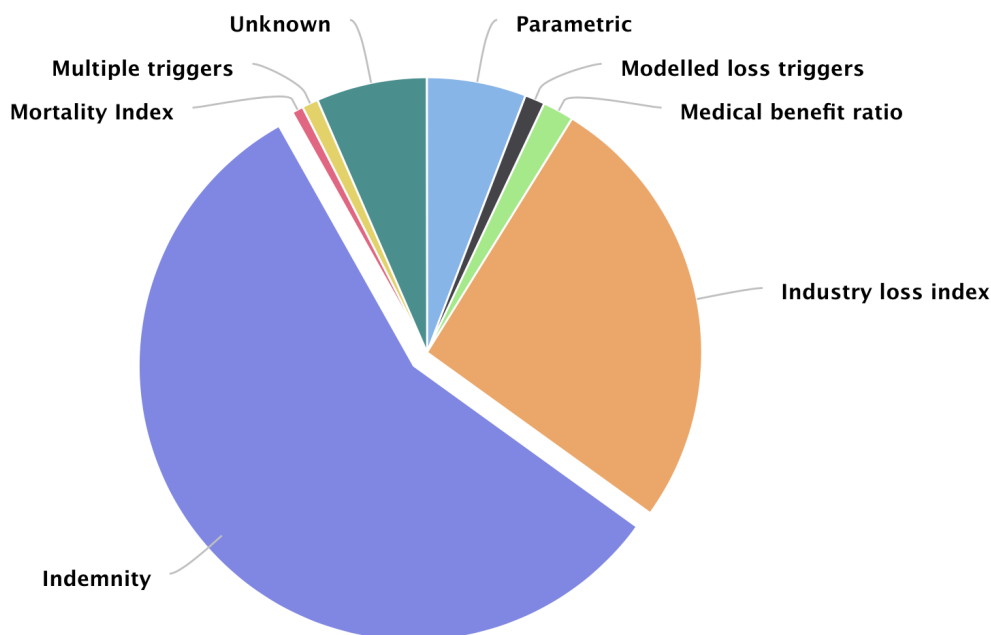
Figura 2.5: Tipologie di indici per rischio base, trasparenza e tempi di regolamento



Fonte: Cat Bonds Demystified, 2012, disponibile a https://www.forms2.rms.com/rs/729-DJX-565/images/cm_cat_bonds_demystified.pdf

Nonostante i problemi evidenziati, i triggers basati su meccanismo di indennizzo sono ancora oggi i più utilizzati, rappresentando il 56,9% dei cat bond complessivamente disponibili sul mercato. Una porzione di rilievo è ricoperta anche dagli indici di perdita settoriale, che caratterizzano il 26,1% delle emissioni totali.

Figura 2.6: cat bond in circolazione per tipologia di trigger



Fonte: <https://www.artemis.bm/dashboard/cat-bonds-ils-by-trigger/>

2.4 Metodologie di Pricing

Il corretto pricing dei titoli assicurativi catastrofali gioca un ruolo decisivo nella prevenzione e nella mitigazione del rischio coperto. Molti sono stati gli accademici e i professionisti che ne hanno approfondito le caratteristiche fondamentali al fine di sviluppare metodi adeguati alla relativa valutazione. Questa sezione è dedicata ad una approfondita analisi sullo stato dell'arte per quanto concerne i metodi di determinazione del prezzo dei cat bond, concentrandosi su alcuni dei modelli ad oggi maggiormente noti ed utilizzati. La letteratura disponibile, infatti, non fornisce una chiara e preferibile metodologia di analisi bensì si sostanzia in modelli dalle ipotesi e con approcci valutativi diversi. In una tale abbondanza, è comunque possibile individuare le due direttrici fondamentali lungo le quali si sviluppa la letteratura: esiste un insieme di approcci valutativi attuariali e un altro che comprende approcci valutativi finanziari. Tra questi ultimi, si rilevano ad esempio

tentativi di applicare la teoria dei valori estremi al prezzo delle obbligazioni cat; altri modelli utilizzano invece multipli della perdita media attesa per calcolare lo spread richiesto sul LIBOR. Ancora, altri approcci determinano il prezzo dell'obbligazione in base alla frequenza prevista e alla gravità delle perdite associate.

Preliminare e fondamentale per una corretta analisi dei successivi modelli è la considerazione che segue. Nel proprio lavoro, Cox e Pedersen (2000) equiparano un'obbligazione catastrofale ad una tradizionale obbligazione corporate. In caso di evento estremo e conseguente default, il comportamento delle due obbligazioni è simile. Tuttavia, il fatto di non avere correlazione con le normali variabili di mercato rende molto più difficile la copertura del rischio catastrofale. Infatti, essendo il valore delle obbligazioni legato a specifici indici di perdita catastrofale o a fattori fisici, l'insufficienza di adeguate negoziazioni a livello di mercato per una tale categoria di titoli determina l'impossibilità di approssimarne i payoff attraverso normali portafogli composti da azioni o obbligazioni, generando infine difficoltà nella determinazione del prezzo. Secondo gli autori, una tale situazione determina l'esistenza di un mercato incompleto.

È questa la constatazione che diventa cardine nel processo di pricing di tali prodotti. Mentre la presenza di un mercato completo garantisce la determinazione univoca del prezzo di un titolo (la prassi prevede il calcolo del valore atteso del payoff futuro secondo una misura neutrale al rischio), una tale situazione non assicura l'unicità del prezzo, vista l'impossibilità di replicare i rischi catastrofali per mezzo di un portafoglio di titoli univocamente determinato e acquistabile sul mercato.

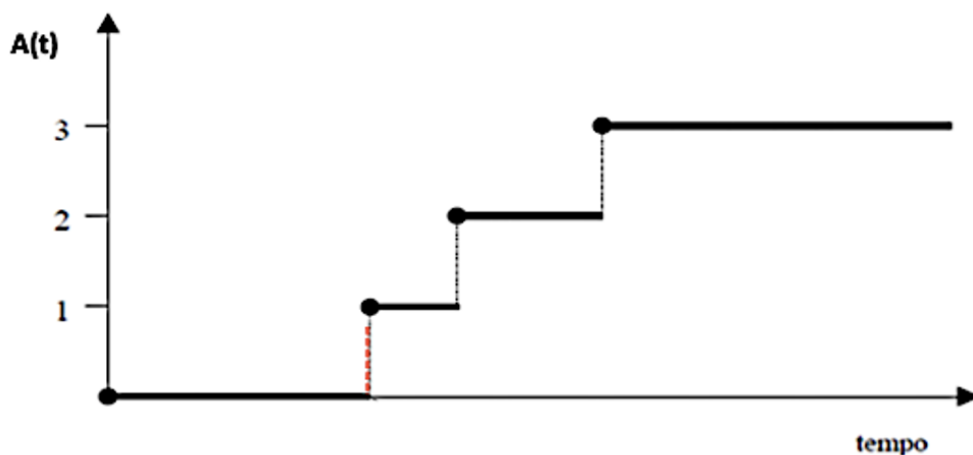
Diversi sono stati gli approcci sviluppati per porre rimedio ad un tale problema. Un primo filone è quello introdotto dagli stessi autori, i quali sfruttano la costruzione di un modello di equilibrio analizzando l'utilità di un agente rappresentativo in un contesto temporale ripetibile. Un tale approccio prevede che l'agente utilizzi la propria funzione di utilità per effettuare scelte in condizioni di incertezza circa i flussi di consumo. In questo modo, gli autori sono in grado di ricavare un prezzo di equilibrio che soddisfi le ipotesi di partenza.

Una tecnica simile comunemente utilizzata in letteratura e coerente con l'assunzione di mercato incompleto consiste nello sfruttare il principio di utilità equivalente per ottenere il prezzo di indifferenza. Young (2004), ad esempio, calcola i prezzi di indifferenza per i cat bond analizzati sulla base di una funzione di utilità esponenziale identificativa

delle preferenze degli investitori.

Ancora, esistono numerosi approcci che utilizzano i processi stocastici per valutare le obbligazioni catastrofali. La maggior parte di questi modelli si avvale della definizione di un processo di Poisson per la caratterizzazione dell'evento estremo. Brevemente, si studiano le probabilità con cui un evento estremo può accadere e si caratterizza tale evento definendone le proprietà statistiche necessarie per la valutazione del titolo sottostante. In un tale modello, l'evento estremo può essere descritto come un arrivo casuale (l'avvenimento) e indipendente in un orizzonte di tempo continuo. Come è noto, il processo di Poisson è tra i più indicati per descrivere fenomeni con arrivi casuali nel tempo: il numero di questi eventi (che seguono una distribuzione di Poisson) avrà un valor medio pari a λ volte la lunghezza dell'intervallo, ossia $\lambda\Delta$. Si definisce momento d'arresto C l'istante di tempo in cui avviene l'evento catastrofale. Andando ad analizzare il processo che descrive il conteggio (l'avvenimento dell'evento), si può notare che esso si caratterizza per un andamento lineare disgiunto in occasione di ogni salto C_i , e quindi di ogni avvenimento.

Figura 2.7: Processo di Conteggio



Tempo d'arresto: c'è un salto in quanto si è verificata la catastrofe e il processo di conteggio ne tiene conto.

Fonte: Bertone (2019)

Un processo di conteggio così definito segue un processo di Poisson con numero medio di avvenimenti λ per istante di tempo. Si distingueranno poi, sulla base della natura di λ , processi omogenei, non omogenei o stocastici. Nel primo caso, λ è costante. Un processo non omogeneo presenta invece il parametro λ (numero di arrivi nel tempo) variabile. Un processo di Poisson stocastico, infine, si caratterizza per un λ descritto da

una relazione di tipo stocastico (in questo caso il processo di Poisson si dice doppiamente stocastico).

A questo punto, definito il processo che rappresenta gli arrivi-sinistri osservati, si può ipotizzare che, nel momento in cui si verifica l'evento trigger, la perdita aggregata L_t superi una certa soglia S_t . Prevedendo, per semplicità, un'obbligazione catastrofica con valore nominale VN e struttura di payoff binaria definita come segue:

$$P_{cat}(t) = \begin{cases} VN & \text{se } L_t \leq S \\ 0 & \text{se } L_t > S \end{cases} \quad (6)$$

La situazione in cui $L_t > S$ determina il default del titolo. La determinazione del prezzo del cat bond, quindi, richiede la specificazione della dinamica catastrofica (ossia del processo di conteggio) $A(t)$, della funzione di perdita aggregata L_t e della soglia S .

Applicando i risultati ottenuti da Baryshnikov et al. (2001), Burnecki e Kukla (2003) modellano un processo di Poisson doppiamente stocastico per descrivere la dinamica di prezzo di uno *zero-coupon cat bond*. Essi testano diverse distribuzioni per la modellizzazione della funzione di perdita aggregata L_t , tra cui la distribuzione lognormale, la Pareto, Burr, Weibull e Gamma, ricavando i relativi parametri attraverso il criterio di massima verosimiglianza. Gli autori propendono per la scelta della distribuzione lognormale per via del miglior fitting ai dati reali. Dimostrano infine, come anticipato in precedenza, il chiaro effetto che il livello di soglia S ha sul valore dell'obbligazione. Maggiore è tale livello di soglia e maggiore è il prezzo richiesto per l'acquisto dell'obbligazione a causa della minor possibilità di perdere il capitale prestato.

Simile in tal senso è il modello sviluppato da Ma e Ma (2013). Gli autori derivano una formula di pricing per cat bond in un contesto caratterizzato da tassi di interesse stocastici e perdite regolate da un processo di Poisson composto non omogeneo. Essi considerano una varietà di fattori che influenzano il prezzo delle obbligazioni: la distribuzione della *loss severity*, l'intensità di arrivo dei sinistri, il livello di soglia e l'incertezza sui tassi di interesse. Quindi, determinano i parametri del modello sfruttando i dati PCS per il periodo 1985-2010.

Un altro filone degno di analisi all'interno dei modelli di pricing delle obbligazioni catastrofali comprende gli approcci in cui il calcolo del premio ρ pagato allo sponsor al fine di ottenere la protezione contro gli eventi assicurati è suddiviso e caratterizzato nelle sue componenti fondamentali. Al pari di quanto avviene nel pricing dei normali prodotti assicurativi, si assume che l'ammontare di rischio possa essere espresso come una variabile casuale non negativa X . Il valore massimo di X , e quindi la perdita massima assicurata in caso di evento estremo, è pari a \bar{X} in modo che X sia definito in $(0, \bar{X}]$. In aggiunta, il rischio totale, e di conseguenza la protezione, è solitamente suddiviso in livelli di rischio: per ogni livello, la perdita è definita a partire da un attachment point a e da un exhaustion point $a+h$.

Riassumendo, la perdita di livello è così definita:

$$X_{(a,a+h]} = \begin{cases} 0 & \text{se } X \leq a \\ X - a & \text{se } a < X \leq a + h \\ h - a & \text{se } X > a + h \end{cases} \quad (7)$$

Se il valore di X è minore o uguale del punto di attacco, nessuna perdita è verificata per lo specifico layer. Se esso è compreso tra il punto di attacco e il punto di esaurimento, allora la relativa perdita è pari a $X-a$. Infine, se X è superiore al punto di esaurimento, l'ammontare totale di perdita per il layer sarà pari a $h - a$.

Definita una funzione di distribuzione cumulata per la variabile X , detta $F_X(x) = P(X \leq x)$ e la relativa funzione di sopravvivenza²⁷ $S_X(x) = 1 - F_X(x) = P(X > x)$, è possibile calcolare la perdita attesa di un prodotto assicurativo $E(X)$ che sarà pari, nel caso più generale, all'area sottesa alla funzione di sopravvivenza, ossia:

$$E(X) = \int_0^{\infty} S_X(x) dx \quad (8)$$

²⁷Nei modelli in cui vengono analizzate le perdite causate da un determinato evento risulta preferibile svolgere tale analisi focalizzando l'attenzione sui casi in cui la variabile casuale perdita supera un determinato valore x (evidenziando quindi le conseguenze economiche avverse causate dall'evento). Questi casi identificano quella che in statistica è definita analisi della sopravvivenza, vista la frequente applicazioni di tali approcci per studiare la mortalità in un campione di organismi biologici. Da qui, allora, lo studio della funzione di sopravvivenza S .

Calcolata la perdita media attesa per l'evento sarà possibile determinare, sulla base di questo valore, il premio al rischio richiesto.

A partire dalla $E(X)$ è inoltre possibile stimare una seconda importante grandezza di sintesi: la perdita attesa per livello (*expected layer-loss*) EL . Ancora, visto che EL può essere espressa come prodotto tra la probabilità di prima perdita (*Probability of first Loss* $PFL = S_X(a) = P(X > a)$) e la perdita attesa condizionata (*Conditional expected loss* $CEL = E(X_{(a,a+h]}|X > a)$), il premio richiesto per uno specifico layer di rischio $(a, a+h]$ diventa²⁸:

$$\rho(X) = EL + \Lambda = PFL * CEL + \Lambda \quad (9)$$

Il premio al rischio è pari alla somma tra la componente di perdita attesa per livello (scomponibile nel prodotto tra PFL e CEL) ed una componente Λ che rappresenta una componente di spread aggiuntivo per il rischio, particolarmente avverso, sostenuto.

Il più noto esempio di modello a relazione lineare che si può citare in letteratura è quello di Lane (2000). L'autore sostiene che il prezzo di un'obbligazione catastrofale possa essere espresso come la somma di una remunerazione generica al rischio, pari al LIBOR, maggiorata di uno spread che identifica la remunerazione specifica per l'assunzione del rischio catastrofale insito nel titolo. Egli sostiene che lo spread sia definibile come la somma delle perdite attese (EL) e di un valore aggiuntivo dovuto alle perdite inattese (*Unexpected Losses*, UL). Poiché la distribuzione delle perdite totali X di un'obbligazione CAT è asimmetrica, l'autore scompone la UL attraverso una componente di rendimento atteso in eccesso (*Expected excess return*, EER EER). Questo extrarendimento atteso o premio per il rischio rappresenta l'ammontare di denaro che un investitore richiede per impegnare il proprio capitale. L' EER è definito come prodotto tra le già citate CEL , che cattura la natura asimmetrica della perdita e la probabilità di prima perdita PFL .

²⁸Galeotti et al. (2013).

Egli ottiene:

$$EER = \gamma(PFL)^\alpha(CEL)^\beta \quad (10)$$

$$EL = PFL \times CEL \quad (11)$$

Attraverso alcune regressioni econometriche, Lane ottiene il miglior fit per i parametri, $\gamma= 0.55$, $\alpha=0.495$ and $\beta=0.574$. Il prezzo di un cat bond, in questa logica, sarà quindi definito come somma tra il LIBOR e lo spread S , ossia:

$$\rho(x) = LIBOR + S \quad (12)$$

$$S = EL + EER \quad (13)$$

$$S = EL + \gamma(PFL)^\alpha(CEL)^\beta \quad (14)$$

$$S = PFL \times CEL + \gamma(PFL)^\alpha(CEL)^\beta \quad (15)$$

Sfruttando le scomposizioni, si ottiene, in ultima analisi:

$$\rho(x) = LIBOR + PFL \times CEL + \gamma(PFL)^\alpha(CEL)^\beta \quad (16)$$

Al di fuori dei modelli che presentano lo spread come funzione della perdita condizionale, esistono in letteratura approcci alternativi, in cui lo spread è modellato, ad esempio, come funzione della deviazione standard di una variabile specifica. Il modello di Kreps (1999) utilizza la deviazione standard del tasso di rendimento come misura del rischio di investimento in cat bond adottando una visione stand alone, ossia considerando il titolo come entità singola e non inserita in un portafoglio diversificato. Come rileva anche l'autore, sorge un problema nell'utilizzo di una tale misura di rischio se applicata a distribuzioni fortemente asimmetriche, non essendo in grado di descrivere accuratamente l'*extreme downside risk*, ossia il rischio di ribasso nel valore del capitale derivante da un evento estremo. Ancora, un secondo problema che caratterizza i modelli basati sulla volatilità riguarda proprio la visione di rischio stand alone che questi adottano, mostrandosi invece più opportuna la valutazione del rischio in un contesto di portafoglio. Se un titolo è

inserito all'interno di un portafoglio, infatti, ciò che realmente conta non è da rilevarsi nel rischio della singola obbligazione bensì nel rischio totale di portafoglio, il quale può differire notevolmente dal singolo valore di volatilità per via degli effetti di diversificazione ottenibili.

Evidenziate tali difficoltà e sfruttando la scomposizione della componente spread descritta da Lane (2000), Bodoff e Gan (2009) contribuiscono sviluppando un approccio lineare per la determinazione del prezzo obbligazionario basandosi sulle seguenti relazioni:

$$\text{Spread \%} = \text{Perdita attesa \%} + \text{Remunerazione specifica per il rischio \%} \quad (17)$$

$$\text{Remunerazione specifica per il rischio \%} = \text{Funzione crescente della perdita attesa \%}^{29} \quad (18)$$

Il modello permette di calcolare lo spread all'emissione di un cat bond come somma tra il valore di perdita attesa e una componente remunerativa aggiuntiva determinata dallo specifico contributo che l'evento ha nella formazione della rischiosità totale di portafoglio. Si suggerisce cioè che l'esposizione complessiva al rischio del portafoglio dipenda dai rischi specifici coperti. E poiché, secondo gli autori, questo margine aggiuntivo è funzione crescente della perdita attesa, il seguente modello lineare è proposto:

$$\begin{aligned} \text{Remunerazione specifica per il rischio \%} = & \text{Remunerazione netta specifica \%} + \\ & + \text{Fattore specifico di rischio} * \text{Perdita attesa \%} \end{aligned} \quad (19)$$

Quindi, a livello di portafoglio, combinando la (17) e la (19) la componente di spread può essere rappresentata come funzione lineare della perdita attesa:

$$\begin{aligned} \text{Spread \%} = & \text{Perdita attesa \%} + \text{Remunerazione netta specifica per il rischio \%} + \\ & + \text{Fattore specifico di rischio} * \text{Perdita attesa \%} \end{aligned} \quad (20)$$

²⁹Questa seconda condizione si rende necessaria per correggere il primo modello e tener conto del fenomeno di *credit spread puzzle* che caratterizza il mercato obbligazionario e per cui all'aumentare della perdita attesa, non solo aumenta lo spread associato, ma tende ad aumentare anche il margine associato (pari allo spread meno la perdita attesa).

Dal punto di vista del singolo rischio, vale che:

$$\text{Spread \%} = \text{Costante \%} + \text{Moltiplicatore della Perdita} * \text{Perdita Attesa \%} \quad (21)$$

Il parametro “moltiplicatore della perdita” è introdotto, secondo gli autori, per tener conto dell’incertezza nella stima della perdita attesa. In termini monetari, si può riscrivere quest’ultima equazione moltiplicando entrambi i membri per il valore nominale del bond, ottenendo in tal senso:

$$\text{Spread \$} = \text{Valore nominale \$} * \text{Costante \%} + \text{Moltiplicatore della Perdita} * \text{Perdita Attesa \$} \quad (22)$$

Quest’ultima forma del modello mostra che il prezzo totale in dollari del trasferimento del rischio sul mercato dei cat bond è funzione lineare della perdita attesa e dell’importo dell’obbligazione. Infine, si può riscrivere la (22) in termini riassicurativi³⁰:

$$\text{Premio \$} = \text{Rimborso Massimo \$} * \text{Costante} + \text{Moltiplicatore della Perdita} * \text{Perdita attesa \$} \quad (23)$$

L’equazione (23) afferma che il prezzo per il trasferimento del rischio catastrofale al mercato riassicurativo è funzione lineare della perdita attesa e del rimborso massimo associato.

Con una simile metodologia di analisi, Braun (2016) effettua una serie di regressioni OLS su un dataset di obbligazioni catastrofali emesse dal 1997 al 2011 al fine di determinare il modello lineare più accurato per la determinazione dello spread all’emissione di un cat bond. Sulla base dei risultati ottenuti, egli costruisce un modello multifattoriale in cui Perdita attesa, territorio coperto, sponsor, ciclo riassicurativo e spread sui corporate bond con rating BB rappresentano i maggiori driver nella determinazione del prezzo di un’obbligazione catastrofale.

³⁰In questa formulazione, la componente spread rappresenta il premio del contratto mentre il valore nominale indica il livello massimo di copertura offerto

Giunti a questo punto, si è già più volte ricordato che, se esiste un mercato incompleto, non è rilevabile una metodologia universale che affronti con successo questioni come la determinazione univoca del prezzo di un titolo. In questo contesto, Wang (1998, 2000, 2004) sviluppa un metodo di determinazione del prezzo dei rischi sfruttando congiuntamente le teorie finanziarie e assicurative. L'autore elabora quanto segue.

Richiamando quanto già detto in precedenza, nelle tecniche di pricing riassicurativo il rischio è suddiviso in diversi livelli di perdita associata (layer). Quindi, la perdita per il livello $X(a; a+h]$ è definita come in (7). Sfruttando l'equazione (8) è possibile quindi determinare la perdita di strato attesa, sulla base della funzione di distribuzione cumulata $F_X(x)$ della variabile di perdita X e della relativa funzione di distribuzione decumulata (di sopravvivenza) $S_X(x)$. Assumendo l'esistenza della funzione di sopravvivenza, è semplice presentare la relativa funzione $S_X(x)$ riferita al livello di rischio $(a, a+h]$ ³¹. Ciò introdotto, Wang propone un modello di calcolo del premio espresso come:

$$\rho(X) \cdot h = \int_a^{a+h} g(S_X(x)) dx \quad (24)$$

dove $S_X(x)$ indica la funzione di distribuzione decumulata della variabile di perdita X come sopra definita. La funzione di trasformazione g deve presentare alcune caratteristiche fondamentali. Essa deve essere una funzione crescente ($g'(u) \geq 0$) per assicurarsi che la trasformazione mantenga le proprietà di una funzione di distribuzione di sopravvivenza, concava ($g''(u) \leq 0$) al fine di garantire che il caricamento sul rischio relativo aumenti all'aumentare del punto di attacco e infine che $g(0) = 0, g(1) = 1$, e $0 < g(u) < 1$ per ogni $0 < u < 1$ affinché siano definite probabilità valide dopo aver applicato l'operatore di distorsione g .

Wang (1996) introduce quindi una particolare funzione di distorsione $g(\cdot)$, detta appunto trasformata di Wang, con funzione di ripartizione così definita:

$$S(X) = \phi(\phi^{-1}(S(X)) - \lambda) \quad (25)$$

³¹Wang (2004).

dove ϕ è la funzione di ripartizione della normale standard e $\lambda > 0$.

Le equazioni (24) e (25) permettono allora la determinazione di una funzione di sopravvivenza empirica con cui calcolare il premio al rischio richiesto per lo specifico livello considerato. Per tenere poi conto dell'asimmetria nella distribuzione delle perdite catastrofali, Wang (2004) sostituisce la distribuzione normale con una distribuzione t di student con k gradi di libertà.

2.5 ESG come driver del mercato cat bond

In un periodo in cui le catastrofi naturali e gli eventi meteorologici estremi continuano a riempire l'attualità, gli investitori hanno iniziato a prendere in considerazione maggiormente le caratteristiche ambientali, sociali e di governance all'interno dei propri portafogli. Vista la crescente attenzione verso temi *ESG-related* all'interno dei processi decisionali, numerosi sono gli attori che hanno iniziato ad abbracciare tali criteri ESG nella definizione dei propri business model. In quest'ottica generale, non sorprende la rapida evoluzione che sta caratterizzando il mercato delle Insurance-linked Securities e, in particolare, delle obbligazioni catastrofali. La crescente adesione ad elevati standard di investimento ESG (anche nella definizione di nuovi contratti di trasferimento del rischio attraverso il mercato dei capitali) non solo potrebbe essere in grado di garantirne la sostenibilità e l'attrattività di tali strumenti nel lungo termine ma potrebbe anche rappresentare il catalizzatore verso il comune obiettivo dello sviluppo economico inclusivo.

Per loro stessa natura, le considerazioni ambientali sostenibili (ci si riferisce alla E di ESG), sono strettamente legate al mercato dei cat bond. Gli emittenti di ILS, infatti, devono costantemente monitorare i cambiamenti climatici e l'evoluzione delle tendenze meteorologiche per determinare, attraverso i modelli catastrofali, le probabilità di accadimento di eventi estremi al fine di prezzare correttamente il prodotto scelto per la copertura. Queste tipologie di analisi, tuttavia, non sono utili solamente per gli emittenti bensì consentono anche agli investitori di valutare la sensibilità delle proprie transazioni ai particolari cambiamenti climatici. Attraverso la determinazione delle caratteristiche e del prezzo di tali strumenti viene fornita agli investitori nel mercato dei capitali un'indicazione di tipo previsionale. In cambio della fornitura di capitale per contrastare esplicitamente questi rischi, gli investitori possono essere adeguatamente compensati attraverso le informazio-

ni, specifiche ed aggiornate, circa l'evoluzione climatica in atto. Per dirla in maniera più semplice, il mercato catastrofale rappresenta un indicatore di prezzo del rischio climatico e può fungere da meccanismo di miglioramento del mercato, incoraggiando una migliore gestione in ottica *climate change*.

In secondo luogo, il mercato delle obbligazioni catastrofali è in grado di promuovere il benessere sociale ed economico. Disastri naturali, come uragani o terremoti, possono causare un grave impatto fisico, economico e sociale nella vita di una comunità. I cat bond possono aiutare a fornire agli assicurati il capitale aggiuntivo necessario alla gestione dei danni causati dalla catastrofe, permettendo alle persone di ritrovare il tenore di vita che avevano prima del disastro. Ad esempio, la crescita del mercato dei cat bond e in generale degli strumenti ILS ha consentito la creazione di pool assicurativi pubblici, in base ai quali gli enti locali e le nazioni sovrane possono trasferire i rischi di riassicurazione sfruttando i mercati dei capitali. Ancora, per mezzo della World Bank, alcuni paesi in via di sviluppo come Filippine e Colombia hanno potuto emettere obbligazioni catastrofali finalizzate sia all'ottenimento di capitali necessari alla ricostruzione a seguito di eventi estremi che per mitigare le battute d'arresto alla crescita e allo sviluppo economico ad essi collegate. Nel caso delle Filippine, ad esempio, le obbligazioni catastrofali stanno contribuendo a ridurre l'impatto dei tifoni sulla produzione economica del paese. In maniera simile, il Messico ha ricevuto un pagamento da un'obbligazione catastrofale emessa dalla Banca mondiale dopo un terremoto nel 2017. Quel denaro ha contribuito a finanziare la ricostruzione e la riabilitazione delle residenze e delle infrastrutture pubbliche nelle aree colpite dal terremoto³².

Infine, per quanto concerne il terzo ambito di analisi (la G di ESG), le ILS consentono a riassicuratori ed enti governativi di gestire i rischi legati ad una catastrofe attraverso un approccio semplice e efficace. Come già presentato in precedenza, una delle caratteristiche fondamentali che contraddistingue tali titoli assicurativi è il disporre, spesso, di un meccanismo di attivazione rapido ed efficiente per l'emissione dei pagamenti una volta che un evento attiva la protezione assicurativa. I triggers parametrici, ad esempio, basandosi su misure completamente trasparenti, possono essere in grado di fornire risorse tempestive sulla scia di un disastro. Evidentemente, questi meccanismi rappresentano un

³²<http://www.invesco.com>

notevole miglioramento alla tradizionale governance dei pagamenti nei mercati assicurativi tradizionali, caratterizzati spesso da numerosi ritardi nelle liquidazioni delle somme previste.

Peraltro, questo aspetto di governance non è rilevante solamente per i grandi conglomerati finanziari e gli sponsor istituzionali bensì una tale gestione dei rischi sistemici con un approccio efficiente e preparato consente anche alle singole aziende private di stimare, rispondere e ridurre rapidamente le perdite finali. Ad esempio, una compagnia di assicurazioni che ha investito in dati, tecnologia, sistemi e protocolli per rispondere e gestire i sinistri dovrebbe essere in grado di assistere gli assicurati più rapidamente, effettuare stime delle riserve più tempestive e attendibili e fornire risultati superiori dopo gli eventi di perdita. Ulteriore esempio in quest'ottica può essere fatto prendendo in considerazione una generica società di servizi pubblici che continua a investire in modelli e tecnologie all'avanguardia per mitigare il rischio di incendi. Una società del genere non solo si trova in una posizione migliore per ridurre il rischio di incendi per le comunità che serve, ma, condividendo le proprie conoscenze e i propri dati è più probabile che possa incrementare la fiducia degli investitori, attirando così nuovi capitali e, di conseguenza, gestendo in maniera migliore i rischi citati³³.

Rivolgendosi al mercato italiano, un segnale di come il mercato e gli investitori stiano spingendo verso la creazione di programmi più resilienti e orientati a criteri ESG è sicuramente il recente annuncio da parte di Assicurazioni Generali S.p.A dell'emissione di un'obbligazione catastrofale green, prima nel suo genere. L'operazione Lion III Re DAC rappresenta infatti il primo cat bond che prevede, tra le varie caratteristiche, l'investimento del collaterale (200 milioni di euro) su titoli ad elevato rating e di tipo *green oriented* (emessi dalla Banca europea per la ricostruzione e lo sviluppo) o ancora la messa a disposizione della rendicontazione relativa alle strategie di investimento nei titoli ritenuti idonei.

³³Fermat Capital Management, Our ESG Policy, disponibile a <https://www.fcm.com/our-esg-policy.html>

III Modelli per l'ottimizzazione di portafoglio

L'obiettivo di questa sezione è quello di presentare i principali modelli finalizzati alla selezione e alla costruzione di portafogli considerabili ottimali in termini di una determinata misura di rischio. Punto di partenza è ovviamente la teoria della selezione di portafoglio, presentata da Markowitz nel 1952 e basata sul criterio di ottimizzazione media-varianza. Vengono successivamente indagate altre metodologie di asset allocation note in letteratura che hanno come principale vantaggio il fatto di risolvere il problema di ottimizzazione attraverso un approccio di tipo lineare. Si farà riferimento, in particolare, ai modelli *MiniMax* (Young, 1998) e *Mean Absolute Deviation* (Konno e Yamakazi, 1991). Come anticipato, una delle ragioni più significative alla base dello sviluppo di questi modelli è da ricercare nella difficoltà computazionale associata alla risoluzione di un problema di programmazione quadratica su larga scala con una matrice di covarianza densa, come previsto dalla moderna teoria di portafoglio di Markowitz. Infine, nell'ultima parte di questo capitolo, si introduce il modello *Conditional Value at Risk*. Come facilmente desumibile, la misura di rischio CVaR è strettamente correlata al VaR. Per le distribuzioni continue, infatti, il CVaR è definito come la perdita attesa condizionata al superamento della soglia del VaR. La popolarità di tali modelli è in primo luogo associata ad una rappresentazione semplice e di facile comprensione in riferimento a situazioni caratterizzate da perdite elevate. Nondimeno, le attuali normative formulano alcuni dei requisiti di gestione del rischio in termini di percentili sulla distribuzione delle perdite. Da qui la volontà di considerare anche il CVaR come modello di ottimizzazione.

Già da questa breve introduzione risulta evidente che una delle questioni più importanti nell'ottimizzazione del portafoglio di un investitore concerne la misurazione del rischio associato allo stesso. In quest'ottica, il problema si traduce nella determinazione del peso di ciascuna azione in portafoglio in linea con due obiettivi fondamentali: la minimizzazione del rischio e la massimizzazione dei rendimenti ottenibili. Nonostante le differenze che saranno evidenziate e che caratterizzano i processi di selezione di portafoglio, è possibile, in realtà, identificare una struttura di base comune a tutte le metodologie. Generalmente l'approccio di base prevede come primo passo l'identificazione delle preferenze dell'investitore. Visto lo spiccato carattere di soggettività, l'esigenza di agevolare e velocizzare tale processo ha indotto gli addetti ai lavori all'esplicitazione di una funzione obiettivo

da massimizzare (diversa sulla base dei parametri specifici su cui si focalizza l'attenzione del singolo investitore). In termini matematici, ciò si traduce nel seguente problema:

$$\text{Max}_W F(p) \text{ soggetto ai vincoli } V \quad (26)$$

dove $F(p)$ rappresenta la funzione di preferenza e W identifica i pesi dei titoli inseriti nel portafoglio. Un processo di selezione così definito sarà in grado di fornire la migliore soluzione sulla base dei diversi vincoli imposti. Nelle successive sezioni saranno citati i differenti modelli che, pur differenziandosi per le ipotesi su cui sono costruiti, hanno come obiettivo la determinazione di quei pesi di portafoglio tali da massimizzare la funzione obiettivo nel problema 26.

3.1 La teoria di portafoglio media-varianza di Markowitz

Considerato tra i pionieri della finanza economica, Harry Markowitz contribuì nel 1952 alla nascita della moderna teoria di portafoglio. Egli, infatti, elaborò una metodologia di analisi sulla base della quale gli individui (*asset allocators*) possono stabilire la miglior allocazione efficiente delle attività inserite nel proprio portafoglio confrontando il grado di rischio assunto con il rendimento ottenibile. L'intuizione di base è semplice: affrontare la costruzione di portafoglio attraverso un semplice problema di ottimizzazione vincolata. Particolare elemento innovativo per il periodo fu il quantificare la rischiosità e il rendimento caratterizzanti un titolo azionario attraverso le grandezze statistiche della deviazione standard e del rendimento atteso. Non solo, secondo l'autore una tale analisi deve necessariamente essere congiunta, considerando e classificando le alternative di investimento attraverso un trade-off tra le due grandezze di sintesi. Un approccio di questo tipo fu rivoluzionario: Markowitz spostò l'attenzione dell'investitore dalla semplice massimizzazione del rendimento ad un piano di valutazione media-varianza $(\mu; \sigma^2)$. Ancora, come si vedrà in seguito, l'autore sviluppa l'idea secondo la quale la rischiosità complessiva è influenzata non solo dalla singola volatilità dei titoli considerati ma anche dalla correlazione che questi mostrano in una logica di portafoglio. Da questo assunto nasce l'introduzione del concetto di diversificazione, fino ad allora estraneo alla valutazione da parte della finanza classica.

Per addentrarsi in un'analisi più approfondita del modello risulta necessario, in primo luogo, considerare le ipotesi fondamentali su cui esso si basa. Infatti, il framework necessario

alla costruzione della MPT³⁴ include numerose assunzioni su mercati e investitori, alcune di queste esplicite e altre, invece, implicite. Si elencano i seguenti presupposti chiave:

1. gli investitori sono individui razionali, ossia cercano di massimizzare i rendimenti riducendo al minimo il rischio a cui si espongono;
2. gli investitori sono disposti ad accettare maggiori quantità di rischio solo se compensati da rendimenti attesi più elevati;
3. tutte le informazioni pertinenti relative alle decisioni di investimento sono disponibili agli investitori;
4. l'orizzonte temporale di valutazione è uniperiodale;
5. è possibile prendere a prestito o prestare un importo illimitato di capitale allo stesso tasso di interesse privo di rischio;
6. i mercati sono perfettamente efficienti, non includono costi di transazione o tasse;
7. gli investitori valutano diversi portafogli sulla base di due grandezze statistiche di sintesi riferite alla variabile aleatoria rendimento R , ossia il valore atteso $E(R_p)$, e la deviazione standard σ_p come misura di rischio.

In particolare, ipotizzato che la variabile R_i relativamente al titolo i -esimo assuma k valori pari a $r_1, r_2, r_3, \dots, r_k$ e che i relativi pesi associati ai rendimenti (ossia la percentuale di capitale investita in ognuno) siano $w_1, w_2, w_3, \dots, w_k$ è possibile definire il valore atteso del rendimento di un generico portafoglio composto da n titoli come segue:

$$\mu_p = E(R_p) = \sum_{i=1}^n r_i w_i \quad (27)$$

il rendimento atteso di portafoglio è pari alla somma dei rendimenti attesi μ_i dei singoli titoli, ciascuno ponderato per i pesi w_i con cui essi contribuiscono alla massa complessiva.

³⁴Modern Portfolio Theory

Una tale conclusione non può essere estesa al concetto di varianza. Nel proprio lavoro, Markowitz spiega che il rischio complessivo di portafoglio non è influenzato semplicemente dalla rischiosità del singolo titolo (e quindi facilmente determinabile per mezzo di una logica additiva), bensì dipende anche dal comportamento che gli stessi titoli hanno fra di loro in termini di covarianza. Per procedere, quindi, ad una stima affidabile della varianza del rendimento di un portafoglio composto da n titoli sarà necessario predeterminare la matrice di varianza-covarianza, così definita:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1j} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{i1} & \sigma_{i2} & \dots & \sigma_{ij} \end{pmatrix} \quad (28)$$

Si ottiene la seguente formulazione per la varianza:

$$\text{Var}(R_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (29)$$

Definite le grandezze fondamentali per l'analisi, Markowitz procede alla determinazione dell'asset allocation ottimale. Innanzitutto, si definisce la *frontiera efficiente*, ossia l'insieme dei portafogli (disposti lungo la curva) che domina gli altri in termini di rischio-rendimento. Si fa riferimento, cioè, a portafogli che assicurano un maggior rendimento a parità di rischio o, alternativamente, un minor rischio a parità di rendimento atteso. Risolvendo uno di questi due problemi di ottimizzazione vincolata (con vincolo che la somma dei pesi di portafoglio sia equivalente a 1) si ottiene, in questo caso considerando un piano $(\sigma^2; \mu)$, la frontiera, continua e convessa, come in Figura 3.1. Ovviamente, la frontiera è la stessa per tutti gli investitori, poiché quest'ultimi ricercano il massimo rendimento con il minor rischio possibile e sono avversi al rischio.

Determinato l'insieme dei portafogli efficienti nel senso media-varianza, il passo finale consiste nella selezione del portafoglio ottimo (e quindi nella determinazione dei pesi dei titoli) per il singolo investitore. Tuttavia, la determinazione di tale portafoglio necessita dell'analisi delle specifiche preferenze dell'individuo. Infatti, le differenti attitudini rispetto al rischio condizionano la scelta dell'ottimo raggiungibile. Esemplicando, un

investitore fortemente avverso al rischio deterrà un portafoglio nella parte inferiore sinistra della frontiera e un investitore più propenso al rischio sceglierà un portafoglio nella parte superiore della frontiera. Markowitz procede quindi alla descrizione delle preferenze degli investitori sfruttando il concetto alla base delle curve di indifferenza³⁵. L'insieme delle curve determina la funzione di utilità attesa, descritta dall'autore come una funzione quadratica.

Quindi, il portafoglio ottimale per l'investitore si trova nel punto di tangenza tra la frontiera efficiente e la curva di indifferenza. Il portafoglio così individuato assicura il più alto livello di soddisfazione che l'investitore può ottenere coerentemente al profilo di rischio assunto. Markowitz estende i risultati raggiunti anche per la determinazione di un portafoglio ottimo composto da titoli rischiosi e titoli privi di rischio. Ciò che ottiene è la cosiddetta *Capital Market Line*, ossia l'insieme dei portafogli che combinano in modo ottimale il tasso di rendimento privo di rischio con il portafoglio di mercato delle attività rischiose. Focalizzando l'attenzione sulla formulazione matematica, è richiesta la risoluzione di un problema di ottimizzazione in forma quadratica così definito:

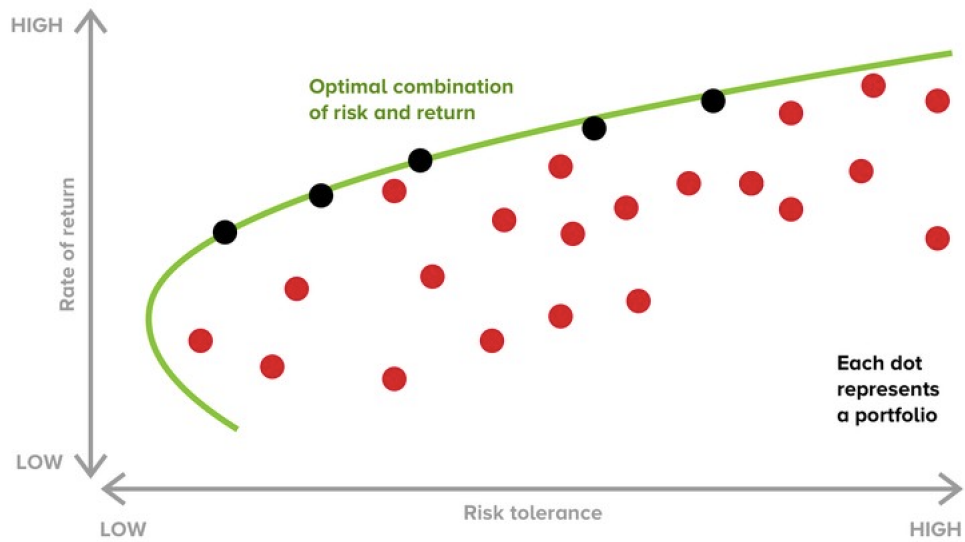
$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n \mu_i x_i = \rho \\
 & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\
 & x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{30}$$

si assume quindi la disponibilità di n assets; μ_i identifica il rendimento atteso dell'asset i e σ_{ij} la covarianza tra l'asset i e l'asset j . Quindi, la minimizzazione della funzione varianza è risolta sotto le condizioni che:

1. il rendimento atteso di portafoglio sia, come minimo, pari a ρ ;
2. la somma dei pesi di portafoglio sia pari a 1;
3. i pesi di portafoglio siano positivi, ossia sono vietate le vendite allo scoperto.

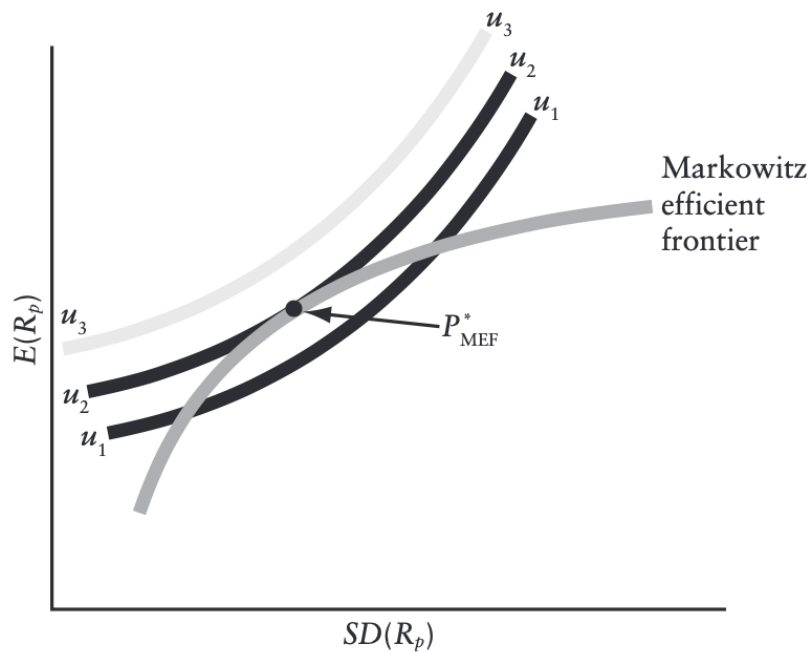
³⁵Le curve di indifferenza rappresentano l'insieme delle combinazioni $(E(R_p), \sigma(R_p))$ che assicurano all'investitore la medesima utilità.

Figura 3.1: Frontiera efficiente



Fonte: A Complete Guide to our 'Efficient Frontier' Investment Theory, 2018, disponibile a <https://medium.datadriveninvestor.com>

Figura 3.2: La determinazione del portafoglio ottimo P^*



Fonte: Fabozzi (2012)

Il classico modello di selezione del portafoglio Media-Varianza di Markowitz è stato ampiamente riconosciuto come pionieristico all'interno moderna teoria di portafoglio. Tuttavia, il suo successo ha inevitabilmente attirato l'attenzione di studiosi che, ben presto, hanno mosso numerose critiche alle ipotesi restrittive dell'autore, inducendo lo sviluppo di modelli più raffinati e generali. Tra le molteplici fragilità emerse, due sono di particolare importanza per lo sviluppo delle successive sezioni.

In primis, il modello media-varianza genera soluzioni di ottimizzazione spesso estreme, tendendo a selezionare, all'interno di portafogli numerosi, un ristretto numero di titoli su cui investire. Una volta identificati, l'algoritmo opterà per la vendita allo scoperto del titolo inefficiente (caratterizzato da un rendimento troppo basso rispetto all'elevato rischio assunto), investendo interamente il capitale su quello giudicato valido. Peraltro, una tale generazione di soluzioni limite avrebbe come effetto un frequente e drastico cambiamento nella composizione del portafoglio dell'investitore, annullando l'obiettivo fondamentale di diversificazione. Al contrario di quanto si è soliti immaginare, infatti, il modello markowitziano non garantisce, nella maggior parte dei casi, la costruzione di un portafoglio ben diversificato.

In secondo luogo, l'uso della varianza come misura di rischio presenta alcune limitazioni. La proprietà di simmetria attorno alla media, infatti, si traduce nella sostanziale incapacità di considerare opportunamente il rischio legato ad eventi a bassa probabilità (come il rischio di default). Se i rendimenti non sono distribuiti normalmente e gli investitori esibiscono funzioni di utilità non quadratiche, appare necessario approcciare il problema di ottimizzazione con metodi alternativi al fine di esprimere la rischiosità di un investimento in maniera più appropriata (Kroll et al. 1984).

Questi svantaggi del modello MV hanno incentivato lo sviluppo di approcci basati su misure di rischio differenti. I modelli di selezione del portafoglio Minimax, Mean Absolute Deviation (MAD) e CVaR sono oggi tra i più impiegati negli studi di portafoglio.

3.2 Il modello Mean Absolute Deviation MAD

Konno e Yamazaki (1991) sono stati i primi ricercatori a presentare il modello di ottimizzazione di portafoglio *Mean Absolute Deviation* (MAD). Il modello MAD è stato progettato per mantenere i vantaggi del modello media-varianza di Markowitz, eliminandone però alcune delle complessità (ad esempio la non agevole determinazione della matrice varianze-covarianze), in modo da renderlo così più adatto all'applicazione empirica. Esso si sostanzia in un modello di programmazione lineare che si è rivelato equivalente al suddetto modello quadratico di Markowitz, con la particolare caratteristica di essere notevolmente più efficiente in termini di tempo di calcolo. Gli autori scelgono di adottare come misura di rischio la deviazione assoluta del tasso di rendimento delle attività, L_1 .

In particolare, si definisce R_j ($j=1,2,\dots,n$) la variabile casuale che rappresenta il tasso di rendimento del j -esimo titolo durante l'orizzonte temporale considerato. Inoltre, come già visto, sia w_j ($j=1,2,\dots,n$) la quota di portafoglio da investire nella j -esima attività. Allora, il rendimento complessivo del portafoglio R_p può essere espresso come:

$$R_p = \sum_{j=1}^n R_j w_j \quad (31)$$

Sfruttando la classica definizione e basandosi sull'analisi di portafoglio standard già analizzata, si può rappresentare la varianza (ossia la misura di rischiosità di portafoglio) nel seguente modo:

$$Var(R_p) = E[R_p - E(R_p)]^2 \quad (32)$$

Nel modello MAD in analisi, invece, il rischio di portafoglio è definito come deviazione assoluta di R_p , e così identificato:

$$L_1 = W(R_p) = E[|R_p - E(R_p)|] \quad (33)$$

Definito il parametro di rischio su cui si basa il modello, il problema di ottimizzazione si riduce a:

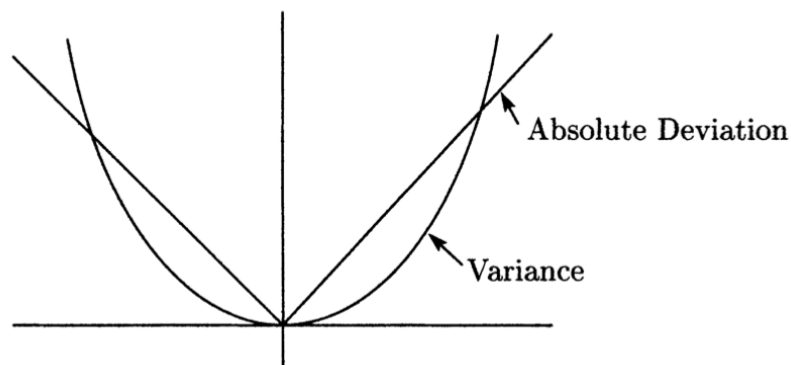
$$\begin{aligned}
\min \quad & W(R_p) \\
\text{s.t.} \quad & E(R_p) = \rho \\
& \sum_{j=1}^n w_j = 1
\end{aligned} \tag{34}$$

Mantenendo il calcolo al solo momento primo della variabile rendimento il modello MAD rende superflui i calcoli estesi della matrice di varianza-covarianza, necessari invece per la corretta formulazione del modello MV. Nonostante una tale semplificazione, Konno e Yamakazi sono in grado di dimostrare che nel caso in cui il rendimento (R_1, R_2, \dots, R_n) sia rappresentabile da una distribuzione multivariata normalmente distribuita allora le due funzioni di rischio sarebbero essenzialmente equivalenti sulla base della seguente relazione:

$$L_1 = W(R_p) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_p \tag{35}$$

La conclusione a cui giungono gli autori è evidente: minimizzare W_p è equivalente a minimizzare σ_p a condizione che la variabile casuale rendimento sia multivariata e normalmente distribuita. In un tale contesto, entrambi i modelli, MV e MAD, assicurano l'individuazione dello stesso portafoglio ottimo per l'investitore. Viceversa, quando R_p non è normalmente distribuito, il modello MAD non è equivalente al modello MV.

Figura 3.3: Varianza e Deviazione assoluta a confronto



Fonte: Konno e Koshizuka (2005)

3.3 Il modello MiniMax

Noto principalmente all'interno della teoria dei giochi, Minimax (a volte noto anche come punto di sella) è una regola decisionale utilizzata per ridurre al minimo la perdita potenziale dato il verificarsi dello stato del mondo peggiore; in altre parole, un giocatore considera tutte le migliori risposte dell'avversario alle sue strategie e seleziona la propria strategia in modo tale che la migliore strategia dell'avversario assicuri una vincita più ampia possibile. Quindi, il valore minimax di un giocatore corrisponde al valore più piccolo che gli altri giocatori possono costringere il primo a ottenere, senza conoscere le azioni dello stesso. Analogamente, esso rappresenta il valore più grande che un giocatore può essere sicuro di ottenere quando sono note le azioni degli altri giocatori.

Considerando il caso più semplice di un gioco a somma zero per due giocatori e con un numero finito di strategie, si può dire che esiste un valore V e una strategia mista per ogni giocatore, tale che:

1. data la strategia del giocatore 2, il miglior payoff possibile per il giocatore 1 è V
2. data la strategia del giocatore 1, il miglior payoff possibile per il giocatore 2 è $-V$.

In egual modo, allora, e indipendentemente dalla scelta dell'altro, ciascun giocatore può assicurarsi una vincita di valore V o $-V$. Quindi, il nome Minimax deriva dal fatto che ogni giocatore riduce al minimo la vincita massima possibile per l'altro. E poiché il gioco è a somma zero, il singolo minimizza anche la propria perdita massima (oppure massimizza, viceversa, la propria vincita minima³⁶).

Young (1998) è stato il primo ad applicare il modello Minimax al processo di selezione e ottimizzazione di portafoglio. Egli introduce un principio per la determinazione dei pesi ottimi basandosi sui dati desumibili dai rendimenti storici. Adottando come misura di rischio il rendimento minimo di portafoglio, Young costruisce il portafoglio ottimo come soluzione ad un semplice problema lineare: il miglior portafoglio è definito come quello che minimizza la perdita massima su tutti i periodi storici passati, vincolato al fatto che sia garantito un rendimento medio minimo accettabile in tutti i periodi di tempo analizzati.

³⁶<https://it.wikipedia.org/wiki/Minimax>

La formulazione del modello Minimax applicato alla selezione del portafoglio può essere brevemente descritta come segue. Ipotizzato che siano disponibili i dati storici osservati per gli N titoli nel periodo di tempo $t = (1, \dots, T)$, siano y_{pt} il rendimento di portafoglio per il periodo t , E_p il rendimento medio di portafoglio e M_p il rendimento minimo di portafoglio ($M_p = \min_t y_{pt}$), il portafoglio MiniMax massimizza la quantità M_p soggetto al vincolo che E_p sia superiore a un determinato livello richiesto, G . Analiticamente, il problema lineare si traduce come segue:

$$\begin{aligned} \max \quad & M_p \\ \text{s.t.} \quad & E_p = \sum_{j=1}^N w_j y_j \geq G \\ & \sum_{j=1}^n w_j \leq W \end{aligned} \tag{36}$$

Il portafoglio MiniMax così determinato minimizza la perdita massima quando questa è definita come guadagno negativo o, in alternativa, massimizza il guadagno minimo³⁷. In maniera equivalente a quanto detto per il modello precedente, quando i rendimenti sono normalmente distribuiti le misure di rischio basate su rendimento minimo e varianza sono abbastanza simili, implicando equivalenza nella determinazione dell'ottimo con il modello MiniMax e il modello MV di Markowitz. Contrariamente, nei casi in cui i dati sui rendimenti non siano riconducibili ad una distribuzione simmetrica e normale, la regola di ottimizzazione MiniMax può assicurare un risultato più efficiente per la selezione del portafoglio.

³⁷In quest'ottica, sarebbe più opportuno fare riferimento al criterio di selezione del portafoglio "MaxiMin".

3.4 Il modello Conditional Value at Risk (CVaR)

Le attuali normative per diverse categorie di attività finanziarie formulano alcuni dei requisiti di gestione del rischio in termini di percentili calcolati sulla distribuzione delle perdite. Più nello specifico, i modelli *quantile-based* si concentrano sulle perdite di portafoglio che si verificano sulla coda della relativa distribuzione di perdita cumulata. Chiaro esempio di quanto tali modelli siano diventati popolari all'interno della normativa è da ritrovare in Solvency II, direttiva europea che nel 2016 ha esteso i principi già stabiliti per le banche in Basilea II anche al settore assicurativo. Con l'obiettivo principale di garantire che le compagnie di assicurazione detengano un ammontare di capitale proprio sufficiente a garantire la tutela degli assicurati, la normativa basa il calcolo del *Solvency Capital Requirement* e del *Minimum Capital Requirement* affidandosi ad uno specifico metodo basato sui quantili della distribuzione di perdita, ossia il *Value at Risk* (VaR). Ampiamente utilizzato, il valore a rischio è una misura di rischio che può essere descritta come la perdita massima entro un certo livello di confidenza, in un orizzonte temporale specificato.

La scelta di utilizzare una tale grandezza come misura di rischio non è tuttavia esente da critiche. In primo luogo, il VaR non considera la forma della coda oltre il livello di confidenza. Ciò significa che tale approccio non tiene conto di ciò che accade oltre il livello di confidenza, non considerando quindi gli scenari peggiori in termini di esposizione. Esso fornisce cioè solo un limite inferiore per le perdite, senza distinguere tra situazioni in cui le perdite possono essere leggermente o molto superiori alla soglia considerata. In secondo luogo, il concetto di Value at Risk è basato sull'assunto che la distribuzione delle perdite sia rappresentabile da una distribuzione normale. Una simile ipotesi non trova però applicazione nella realtà: la distribuzione empirica della funzione di perdita cumulata si sostanzia in code più spesse rispetto alla distribuzione Normale, facendo sì che la relativa stima risulti inevitabilmente distorta.

Per le ragioni sopra elencate, al VaR è stata storicamente associata una misura alternativa finalizzata a quantificare le perdite registrate condizionatamente al superamento della soglia del VaR. Tale misura prende il nome di *Conditional Value at Risk* ed è definita come la media ponderata del VaR e delle perdite strettamente superiori al VaR stesso³⁸.

³⁸Il CVaR è conosciuto in letteratura anche come *Expected Shortfall* o *Superquantile*.

Analiticamente, si può definire come segue:

$$CVaR_\alpha(X) = E(-X | -X > VaR(X)) \quad (37)$$

Molteplici sono stati gli autori che hanno cercato di spiegare le caratteristiche del modello. In questa sezione si approfondisce in particolar modo il lavoro di Rockafellar e Uryasev (2000), i primi a sviluppare una formula di minimizzazione del CVaR dimostrando la sua efficacia nell'ambito della selezione di portafoglio. Gli autori definiscono una funzione di perdita cumulata $f(x, y)$ in cui x identifica un portafoglio di titoli all'interno di un più ampio set X e y identifica i fattori di incertezza che possono influenzare la perdita. Si assume inoltre che la funzione $f(x, y)$ sia una variabile casuale con distribuzione dipendente dalla densità di probabilità di y , $p(y)$. Introdotta la notazione e in linea con la definizione di VaR e CVaR, è possibile determinare la probabilità che la funzione di perdita cumulata $f(x, y)$ non superi una determinata soglia α :

$$\Psi(x, \alpha) = \int_{f(x, y) \leq \alpha} p(y) dy \quad (38)$$

Per semplicità, si ipotizza che la funzione $\Psi(x, \alpha)$ sia non decrescente e ovunque continua. Considerando il caso più generale con livello di probabilità β , è possibile vedere α come la funzione $\alpha(x, \beta)$ che esprime il percentile della distribuzione delle perdite con livello di confidenza esattamente pari a β : per definizione si identifica così il VaR. In altre parole, il VaR è definito come quel valore minimo per cui $\Psi(x, \alpha(x, \beta)) = \beta$:

$$VaR_\beta = \alpha_\beta(x) = \min \{ \alpha \in R : \Psi(x, \alpha) \geq \beta \} \quad (39)$$

Nel caso in cui la $f(x, y)$ eccede il VaR (con soglia pari a α), la perdita media attesa, definita come CVaR e identificata da $\Phi_\beta(x)$, è così determinata:

$$\Phi_\beta(x) = (1 - \beta)^{-1} \int_{f(x, y) > \alpha(x, \beta)} f(x, y) p(y) dy \quad (40)$$

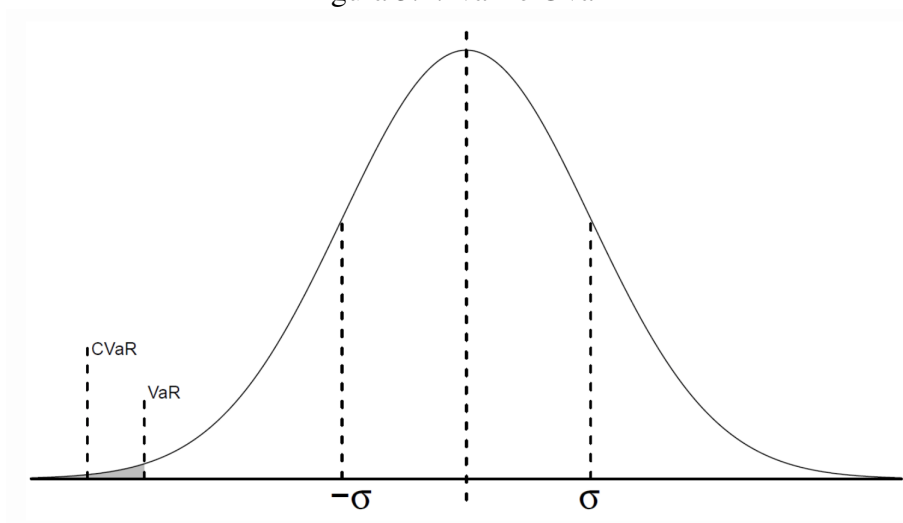
Poichè all'interno della formula (40) compare l'espressione del VaR, è utile, al fine di

semplificare il processo di minimizzazione, esprimere il CVaR come segue:

$$F_{\beta}(x, \alpha) = \alpha + (1 - \beta)^{-1} \int_{f(x,y) > \alpha} (f(x,y) - \alpha) p(y) dy \quad (41)$$

Giunti a questa formulazione, gli autori sono in grado di dimostrare che la minimizzazione della funzione $F_{\beta}(x, \alpha)$ rispetto a x e α assicura l'ottimizzazione del valore CVaR e contemporaneamente determina il relativo valore del VaR. Il problema può essere agevolmente affrontato tramite un approccio di tipo lineare, permettendo un notevole vantaggio computazionale se comparato con il solito modello media-varianza. Nonostante ciò, se si considerano distribuzioni normali o ellittiche, lavorare con misure di rischio del tipo VaR, CVaR o varianza risulta, ancora una volta, del tutto equivalente.

Figura 3.4: VaR e CVaR



Fonte: Bjerring (2019).

IV Le obbligazioni catastrofali nella diversificazione di portafoglio

Come si è avuto modo di trattare nei precedenti capitoli, le insurance-linked securities rappresentano un'innovazione finanziaria relativamente recente che consente il trasferimento del rischio dal settore assicurativo ai mercati finanziari. Dal momento che il valore di tali titoli assicurativi dipende dal verificarsi o meno di eventi estremi, si è soliti ritenere che le obbligazioni catastrofali siano indipendenti dai fattori di rischio tipici del settore finanziario. Grazie alla struttura già delineata nel Capitolo 2, questi strumenti dovrebbero offrire protezione agli investitori dai principali rischi di mercato, fra tutti la volatilità nei rendimenti dei titoli. Nondimeno, una tale incorrelazione tra l'accadimento di disastri naturali e l'andamento dei mercati finanziari globali si traduce nella possibilità per i cat bond di apportare numerosi vantaggi di diversificazione, se inseriti all'interno di portafogli costituiti da titoli appartenenti ad altre classi di attività. Lo scopo di quest'ultimo capitolo è di fornire prova empirica a questa affermazione.

L'analisi è così suddivisa. In primis, in armonia con l'approccio adottato in letteratura, si esaminano le proprietà di correlazione - statica e dinamica - tra i rendimenti dei cat bond e i rendimenti di altri indici azionari rappresentativi dei principali settori economici mondiali. Come più volte sottolineato nel corso di questo lavoro, le correlazioni sono input critici nell'ambito della gestione finanziaria. L'obiettivo di proteggere un portafoglio da eventuali riduzioni di valore, infatti, richiede in prima analisi la stima della correlazione tra i rendimenti delle attività oggetto di investimento. Se le correlazioni e le volatilità cambiano, i pesi ottimi di portafoglio dovrebbero essere adeguati per tenere conto delle informazioni più recenti. Nel caso particolare in cui la correlazione tra i titoli si riduce, il portafoglio beneficia dell'effetto diversificazione: minore è la correlazione, minore sarà la volatilità dei rendimenti, con conseguente riduzione del rischio complessivo di portafoglio. Al fine di analizzare tale proprietà sarà introdotto il concetto di correlazione condizionale dinamica dei rendimenti (Engle, 2002).

Successivamente, si esplorano i possibili vantaggi derivanti dall'investimento in obbligazioni catastrofali ricavando le principali caratteristiche di sintesi (rendimenti medi, deviazioni standard, ecc.) di portafogli formati sia senza che con l'inserimento delle suddette attività ILS. Tale analisi, come sarà meglio chiarito nei successivi capitoli, è svi-

luppata considerando due periodi temporali distinti per la stima: un primo periodo, dal 01/2015 al 12/2019, caratterizzato da una situazione di mercato tendenzialmente crescente, e un secondo arco temporale, dal 01/2020 al 12/2021, in cui si evidenzia prima una sostanziale contrazione del mercato mondiale dovuta alla rapida diffusione della pandemia di COVID-19, poi un'altrettanto rapida ripresa economica che riporta le quotazioni ai livelli pre-crisi. La costruzione dei portafogli ottimi sfrutta i diversi modelli di allocazione introdotti nel capitolo 3³⁹.

4.1 Analisi della letteratura

La possibilità di considerare le obbligazioni catastrofali come un'innovativa asset class in grado di fornire rifugio contro i possibili cali estremi dei prezzi del mercato azionario è diventata un argomento di ricerca particolarmente diffuso tra la metà e la fine degli anni '90. Numerosi, infatti, sono stati gli studi che si sono concentrati sull'analisi della relazione tra cat bond e attività finanziarie (tra cui azioni, obbligazioni e titoli di stato). Il principale interesse si sostanziava, appunto, nel verificare se i vantaggi di diversificazione promessi fossero realmente realizzabili. In questa breve sezione si presentano alcuni importanti studi che hanno cercato di rispondere a tale quesito.

Considerati i primi a trattare nello specifico il tema, Froot, Murphy, Stern e Usher (1995) utilizzano i dati sui prezzi e sui sinistri di oltre 2.000 contratti di riassicurazione dal 1970 al 1994 per stimare i rendimenti associati al rischio derivante da catastrofi. Analizzando il comportamento di tali contratti rispetto a cinque diverse classi di attività del mercato statunitense, gli autori sono in grado di dimostrare che le esposizioni CAT hanno correlazioni tendenzialmente vicine allo zero (o negative) con le attività comprese nel portafoglio (S&P 500, bond governativi, ecc.). Giungono pertanto alla seguente considerazione: il rischio catastrofale partecipa attivamente alla diversificazione, rendendo tali strumenti appetibili agli investitori che desiderano migliorare le performance del proprio portafoglio. Essi concludono definendo l'esposizione catastrofale come un *free lunch*, ossia un investimento in grado di generare un profitto senza aumentare il rischio per l'investitore.

³⁹Media-Varianza, Mean Absolute Deviation, Minimax, Conditional Value at Risk.

Litzenberger, Beaglehole e Reynolds (1996) utilizzano l'indice di perdita aggregato PCS⁴⁰ e i premi riscossi dalle linee assicurative che tipicamente coprono i sinistri in caso di catastrofe per stimarne i relativi rendimenti attesi. Confrontando questi rendimenti con l'indice S&P 500 evidenziano una correlazione pressoché insignificante, pari a 0,058, supportando i principali risultati ottenuti da Froot et al. (1995). Concludono, pertanto, definendo i cat bond come attività con beta⁴¹ pari a zero. Anche Hoyt e McCullough (1999), focalizzando l'analisi sul biennio 1995-1997, non rilevano alcuna correlazione tra l'indice PCS Catastrophe Insurance Option e il mercato, confermando nuovamente i risultati di Froot, Murphy, Stern e Usher (1995).

Gli studi più recenti, a partire dal 2008, si sono concentrati sulla verifica delle proprietà finora evidenziate in particolari periodi caratterizzati da gravi crisi finanziarie. Ad esempio, Cummins (2008) utilizza l'indice Swiss Re Cat Bond BB per esaminare il comportamento della correlazione tra i cat bond, l'indice delle obbligazioni societarie Merrill-Lynch BBB, l'indice CMBS di Barclay, l'S&P 500, il LIBOR a 3 mesi e tre tassi di rendimento dei titoli di stato statunitensi. L'autore sviluppa l'analisi dividendo i dati in due periodi temporali distinti. I dati da gennaio 2002 a giugno 2007 identificano normali condizioni di mercato mentre i dati da luglio 2007 a gennaio 2009 sono classificati all'interno del periodo di crisi finanziaria. Lo stesso approccio è adottato anche in Cummins e Weiss (2009). Ciò che viene evidenziato è particolarmente interessante: durante periodi di mercato caratterizzati da relativa stabilità (o minime variazioni negative) non vi è alcuna correlazione tra i rendimenti dei cat bond e quelli delle altre classi di attività. Tuttavia, si dimostra che durante il periodo di crisi dei mutui subprime i rendimenti totali dei cat bond sono stati significativamente correlati con l'indice Merrill Lynch BBB delle obbligazioni societarie e con l'indice S&P 500.

Anche Gurtler, Hibbeln e Winkelvos (2012) esaminano il comportamento dei cat bond

⁴⁰Property Claim Services (PCS) è l'autorità, riconosciuta a livello internazionale, preposta alla quantificazione delle perdite sulle proprietà assicurate a causa di catastrofi negli Stati Uniti, Porto Rico e nelle Isole Vergini americane. L'indice PCS fornisce informazioni sulle perdite classificando i dati, ad esempio, per numero di eventi, per data, posizione o tipologia di danno.

⁴¹Il beta (β) è una misura della volatilità, o rischio sistematico, di un titolo o portafoglio rispetto al mercato nel suo insieme. Se un'attività ha un beta superiore (inferiore) a 1, il suo rendimento è più (meno) volatile rispetto al rendimento dell'indice di mercato considerato. Pertanto, minore è il beta del titolo in analisi e minore sarà la sua dipendenza dai movimenti di mercato, garantendo così un rendimento stabile anche in situazioni economiche avverse.

(usando dati ricavati da Lane Financial) nel periodo 2002-2012. A sostegno delle tesi di Cummins e Weiss (2009), essi evidenziano una certa dipendenza tra i cat bond e i mercati dei capitali, con una maggiore correlazione proprio durante la crisi finanziaria. Gli autori sottolineano, inoltre, che il fallimento di Lehman Brothers e l'uragano Katrina hanno notevolmente influenzato i prezzi delle coperture catastrofali.

A conferma dei risultati ottenuti da Litzenberger, Beaglehole e Reynolds (1996), Tao (2011) ha dimostrato che esiste una correlazione molto debole tra il mercato dei Cat Bond e diversi mercati azionari (S&P 500, NASDAQ, Dow Jones, FTSE 100, DAX e CAC 40). Infatti, analizzando i dati settimanali per il periodo dal 12 marzo 2004 all'8 aprile 2011, Tao ha trovato coefficienti di correlazione che variavano da 0,0994 a 0,1904. Per quanto riguarda la dipendenza tra il mercato dei Cat Bond e alcuni mercati delle obbligazioni societarie (TNX, FVX, EMTXg, EMTX3a e EMTXn) nello stesso periodo, egli ha riscontrato coefficienti di correlazione prossimi allo zero e, talvolta, negativi. Come egli stesso fa notare, i rendimenti dell'indice CAT e degli indici azionari e obbligazionari statunitensi ed europei hanno un comportamento del tutto opposto durante il periodo di crisi. Ciò porta l'autore a confermare la proprietà di zero beta di tali titoli.

In linea con quanto dimostrato da Cummins e Weiss (2009), Carayannopoulos e Perez (2015) misurano i coefficienti di correlazione tra cat bond, corporate bond, titoli di Stato e rendimenti dell'indice S&P 500 in tre diversi periodi storici: il periodo pre-crisi (gennaio 2002 a novembre 2007), il periodo a cavallo della crisi finanziaria (da dicembre 2007 a maggio 2009) e il periodo post-crisi (da giugno 2009 a ottobre 2013). Gli autori sono in grado di dimostrare che i cat bond sono attività a beta zero solo durante i periodi non caratterizzati da importanti crisi economiche.

Pur constatando che durante il forte turbamento economico del 2008 i cat bond sono stati correlati ai rendimenti degli altri titoli in esame, essi sottolineano come gli stessi titoli non siano stati colpiti con la medesima intensità con cui la crisi ha impattato sul mercato nella sua complessità. Inoltre, è interessante evidenziare che gli autori ritengono che la crisi finanziaria abbia avuto un impatto maggiore in termini di correlazione rispetto all'uragano Katrina, il disastro naturale che, ad oggi, ha causato le maggiori perdite in termini di beni assicurati.

Infine, nel lavoro di Clark, Dickson e Neale (2016) si utilizza il modello di correlazione condizionale dinamica DCC-GARCH di Engle (2002) riscontrando l'esistenza di

un'accentuata correlazione tra cat bond e indici di mercato, ancora una volta maggiore nei periodi di crisi finanziaria.

4.2 Dati e analisi preliminare

Al fine di studiare il potenziale ruolo delle obbligazioni CAT nell'obiettivo di diversificazione di un portafoglio costruito da diversi titoli azionari, si prendono in analisi i dati forniti dallo Swiss Re Global Cat Bond Index (SRGLTTR). L'indice replica la performance aggregata di tutte le obbligazioni CAT denominate in USD, EUR e JPY, tenendo conto di tutti i rating, i rischi e i trigger associati.

Per quanto riguarda l'analisi della correlazione, le altre classi di attività considerate sono rappresentate da: (1) l'indice MSCI World (MSCI) per ottenere esposizione al mercato azionario mondiale; (2) l'indice Bloomberg Global-Aggregate Value Unhedged USD al fine di considerare il mercato obbligazionario mondiale; (3) l'indice MSCI Global Real Estate (MSRE) per tener conto del mercato immobiliare mondiale; (4) l'Indice Bloomberg Commodity (BCOMTR) per le materie prime. È inoltre considerato l'indice EUROSTOXX 50, rappresentativo delle principali aziende e settori industriali nell'area euro, i cui titoli componenti saranno utilizzati successivamente per la costruzione di un portafoglio al cui interno inserire l'indice CAT e sul quale testare le proprietà di diversificazione citate. Essendo, infatti, gli strumenti catastrofali indirizzati prevalentemente all'investimento da parte di grandi e specializzati operatori, il cui principale obiettivo è quello di sovraperformare il normale rendimento di mercato, si ritiene opportuno presentare l'analisi di portafoglio sfruttando una strategia di gestione attiva, ossia operante un'ottimizzazione sulla base dei singoli titoli disponibili ed acquistabili sul mercato.

Tutti gli indici, i cui dati sono stati ricavati dal database di Bloomberg, sono di tipo Total Return e sono denominati in USD. Si utilizzano, inoltre, valori ricavati su base settimanale con periodo di campionamento che va da gennaio 2015 a dicembre 2021. Come anticipato in precedenza, l'obiettivo è analizzare correlazione e performance di portafoglio nei due periodi antecedente e successivo alla diffusione della pandemia di COVID-19. A tal fine, si divide l'orizzonte di osservazione in due sottoperiodi: il periodo pre-pandemico da gennaio 2015 a dicembre 2019 e il periodo pandemico da gennaio 2020 a dicembre 2021. In totale sono raccolte 366 osservazioni settimanali (7 anni) per ognuna delle grandezze sopracitate.

La Figura 4.1 fornisce un primo confronto grafico tra l'andamento delle quotazioni dell'indice obbligazionario CAT (in viola) e la performance delle altre classi di attività in esame. Al fine di ottenere una rappresentazione chiara e ben definita si è scelto di omettere l'andamento grafico dell'indice EUROSTOXX50 poiché caratterizzato da valori estremamente elevati rispetto alla scala di valori utilizzata nell'asse delle ordinate. Come ci si può aspettare, comunque, l'indice EUROSTOXX50 mostra un andamento del tutto simile all'indice MSCI, in quanto entrambi sono rappresentativi del comparto azionario, europeo e mondiale.

Ciò che si evince da questa prima analisi è l'andamento sempre crescente del valore dell'indice CAT lungo tutto l'arco temporale considerato, già segnale della stabilità che contraddistingue la quotazione del suddetto mercato. Inoltre, solo il comparto azionario ed obbligazionario hanno fornito rendimenti superiori a fronte, tuttavia, di una maggior volatilità nei prezzi di chiusura. Immediata evidenza della sostanziale incorrelazione della variabile SRGLTTR con il restante mercato finanziario globale è riscontrabile focalizzando l'attenzione sul periodo pandemico: mentre tutti gli indici mondiali sono stati caratterizzati da una quotazione in forte calo in corrispondenza dello scoppio della pandemia nei primi mesi del 2020 (fenomeno molto accentuato per il mercato azionario e immobiliare), l'indice CAT non ha mostrato, invece, alcun segno di flessione, confermando la tendenza crescente già citata.

In Tabella 4.1 si presentano le principali statistiche riassuntive (annualizzate) per i rendimenti delle sei classi di attività in portafoglio, in tutti i periodi temporali considerati.

Guardando all'intero campione, i rendimenti medi annualizzati degli indici spaziano da un minimo dello 0,6735% per il mercato delle commodity al 11,97% dell'indice azionario globale MSCI. Come si può notare, l'indice CAT (SRGLTTR) si è comportato in maniera tendenzialmente soddisfacente, garantendo un rendimento medio annualizzato superiore al 4%. Nonostante il minor rendimento, la deviazione standard (evidenziata nella Tabella 4.1), e quindi la misura della volatilità dei prezzi, si assesta su un valore del 7,5%, nettamente inferiore alla media di mercato, vedasi ad esempio il 15% per il mercato azionario mondiale, il 19% per il mercato immobiliare globale e addirittura un valore superiore al 21% per la volatilità del mercato azionario europeo. La caratteristica di bassa

rischiosità dell'indice CAT è confermata dallo Sharpe Ratio⁴² che, nonostante un rendimento medio non così elevato, si assesta su un valore di circa 0,58, inferiore solo a quello ottenuto dall'indice MSCI. Come si poteva prevedere, i CAT bond mostrano la curtosi⁴³ nettamente più alta, caratterizzandosi quindi per un elevato rischio di coda. Nondimeno, il valore negativo dell'asimmetria⁴⁴ (skewness) suggerisce perdite meno frequenti ma più gravi, in linea con la particolare tipologia di prodotti, il cui risultato dipende dal verificarsi di eventi catastrofici, per definizione poco probabili ma estremi in termini di dimensione economica.

Il valore dei vantaggi di diversificazione derivanti dalla detenzione di cat bond può essere maggiormente apprezzato facendo riferimento al periodo pandemico in Tabella 4.1. I rendimenti annualizzati dell'indice CAT confermano la modesta crescita già evidenziata in Figura 4.1 con un valore di circa 5,3%. Evidente la forte ripresa avuta dagli altri indici dopo il brusco calo nei primi mesi del 2020, facendo registrare rendimenti medi tendenzialmente elevati. Spicca in particolare il rendimento del mercato immobiliare, che nel periodo 2020-2021 raddoppia il valore medio ottenuto nel periodo pre-pandemia. Evidenziata in giallo, è netta la differenza in termini di rischiosità riscontrata nel periodo pandemico. Segnale di forte instabilità di mercato, l'indice immobiliare fa registrare quasi il 30% in termini di deviazione standard. Stesso discorso per gli indici azionari, obbliga-

⁴²L'indice di Sharpe è una misura della performance di un investimento. Esso rappresenta il rendimento di un titolo per ogni unità di rischio considerata. Maggiore è lo Sharpe Ratio e maggiore è il rendimento fornito da un determinato investimento a parità di rischio sopportato.

⁴³La curtosi è una misura statistica che definisce quanto le code di una distribuzione differiscono dalle code di una distribuzione normale. In altre parole, il valore di curtosi è indicatore della presenza di valori estremi sulle code della distribuzione. Si definisce leptocurtica una distribuzione con eccesso positivo di curtosi. Una tale distribuzione mostra code pesanti su entrambi i lati, indicando grandi valori anomali. In finanza, una distribuzione leptocurtica implica che i rendimenti degli investimenti possono essere inclini a valori estremi su entrambi i lati. Una distribuzione platicurtica, invece, mostra un eccesso di curtosi negativa. In questo caso, la curtosi rivela una distribuzione con code piatte. Nel contesto finanziario, una distribuzione platicurtica nei rendimenti dell'investimento è desiderabile per gli investitori, implicando una ridotta probabilità che l'investimento possa subire rendimenti estremi.

⁴⁴In statistica, una distribuzione asimmetrica negativa (nota anche come asimmetria a sinistra) è un tipo di distribuzione in cui più valori sono concentrati sulla coda destra della distribuzione mentre la coda di sinistra si mostra più lunga ma con valori meno frequenti. In finanza, il concetto di skewness viene utilizzato nell'analisi della distribuzione dei rendimenti. L'asimmetria negativa della distribuzione indica che un investitore può aspettarsi guadagni frequenti e poche ma ingenti perdite. Al contrario, se i rendimenti mostrano una distribuzione con asimmetria positiva, un investitore può aspettarsi modeste perdite ricorrenti e guadagni dall'investimento maggiori ma meno frequenti.

zionari e delle materie prime che, nonostante un aumento più moderato, fanno registrare valori più alti rispetto al periodo pre-crisi. La caratteristica di limitata volatilità dell'indice SRGLTTR, già evidenziata nel campione intero, è ancor più valorizzata nel periodo successivo alla diffusione del COVID-19: mentre tutti gli indici mostrano un profilo di incertezza crescente, l'indice CAT minimizza il relativo indice di rischio, assestandosi su un valore di volatilità minore del 2%.

I valori di Sharpe ratio confermano l'ottima capacità di diversificazione che i cat bond sono in grado di garantire in ottica di portafoglio in periodi caratterizzati da forte instabilità. Lampante in questo senso è il valore di 2,91 ottenuto dall'indice SRGLTTR, quasi quattro volte superiore rispetto al miglior dato (MSCI, 0,83) all'interno dello stesso portafoglio e ben sette volte superiore alla performance CAT nel periodo pre-pandemia, classificando i cat bond come ottimo investimento in termini di rischio-rendimento.

Figura 4.1: Andamento dei prezzi di chiusura degli indici, campione intero 2015-2021

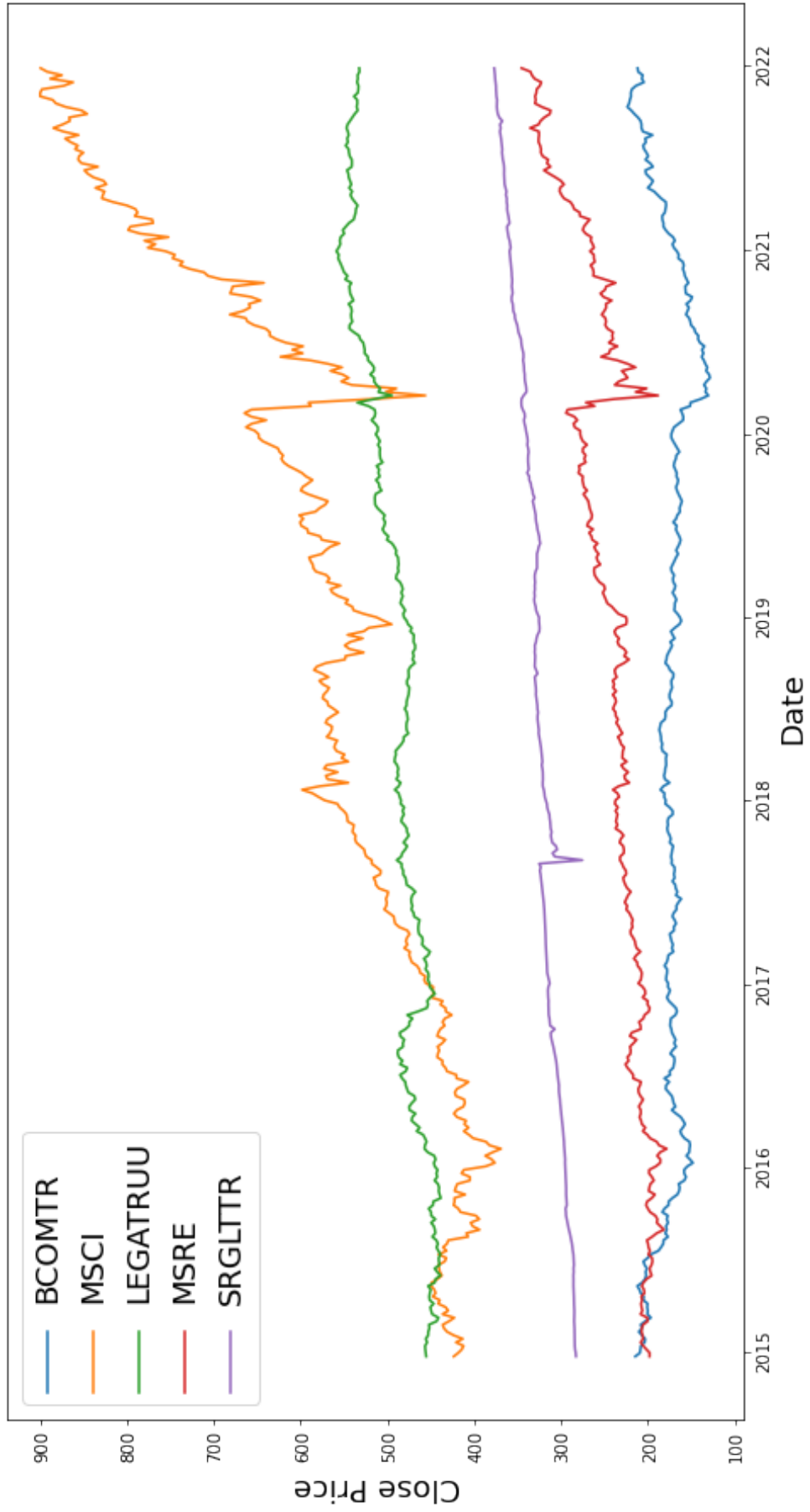


Tabella 4.1: Statistiche di sintesi per i sei indici considerati nel periodo intero (gennaio 2015 - dicembre 2019), nel periodo pre-pandemico (gennaio 2015 - dicembre 2019) e nel periodo pandemico (gennaio 2020 - dicembre 2021).

Stats	<i>Periodo intero</i>					
	SRGLTTR	MSCI	BCOMTR	LEGATRUU	MSRE	EUROSTOXX50
Ann Ret	0.043786	0.119785	0.006735	0.023596	0.097102	0.088320
Ann Std	0.075135	0.158489	0.130233	0.052284	0.188235	0.211252
Ann SRatio	0.582761	0.755795	0.051717	0.451304	0.515855	0.418078
Skewness	-5.226563	-0.889596	-0.494016	-0.748809	-0.682652	-0.848116
Kurtosis	170.234466	8.484976	1.352934	5.190108	21.204211	10.208134

Stats	<i>Periodo pre-pandemia</i>					
	SRGLTTR	MSCI	BCOMTR	LEGATRUU	MSRE	EUROSTOXX50
Ann Ret	0.040007	0.092118	-0.036295	0.024062	0.073772	0.064833
Ann Std	0.088268	0.120667	0.114451	0.049204	0.118192	0.156663
Ann SRatio	0.453244	0.763410	-0.317123	0.489029	0.624168	0.413839
Skewness	-4.513600	-0.640712	-0.145254	-0.458144	-0.310885	-0.189334
Kurtosis	125.399030	1.620398	-0.152016	1.110732	0.705691	0.701745

Stats	<i>Periodo pandemico</i>					
	SRGLTTR	MSCI	BCOMTR	LEGATRUU	MSRE	EUROSTOXX50
Ann Ret	0.053180	0.188557	0.113696	0.022437	0.155095	0.146700
Ann Std	0.018235	0.227216	0.162684	0.059509	0.298897	0.308501
Ann SRatio	2.916292	0.829859	0.698878	0.377037	0.518890	0.475524
Skewness	-1.348573	-0.923569	-0.914562	-1.149493	-0.627443	-0.965731
Kurtosis	5.908481	6.049922	1.922942	9.789965	10.676886	7.007671

4.3 Confronto delle matrici di correlazione

Prima di procedere all'analisi di portafoglio e alla verifica delle proprietà di diversificazione ottenibili, si esamina la dipendenza tra il settore catastrofale e i restanti settori dell'economia mondiale in termini di correlazione. I valori risultanti da quest'analisi potranno già fornire una prima risposta ai possibili vantaggi ottenibili dall'investimento in strumenti CAT.

Il concetto di correlazione, che gioca un ruolo essenziale in molti ambiti della finanza, è una misura statistica del grado di relazione tra due variabili, espressa in termini di un numero compreso tra +1,0 e -1,0. Quando si tratta di portafogli diversificati, la correlazione tende a descrivere l'interdipendenza tra i movimenti di prezzo dei diversi titoli inclusi nel portafoglio. Una correlazione di +1,0 determina una situazione nella quale i prezzi mostrano la stessa dinamica di movimento; per contro, una correlazione di -1,0 implica un movimento dei prezzi in direzione opposta. Infine, una correlazione di 0 presuppone che il movimento di prezzo di un titolo non abbia alcun effetto sul movimento del prezzo dell'altro. In quest'ultimo caso le variabili saranno dette incorrelate.

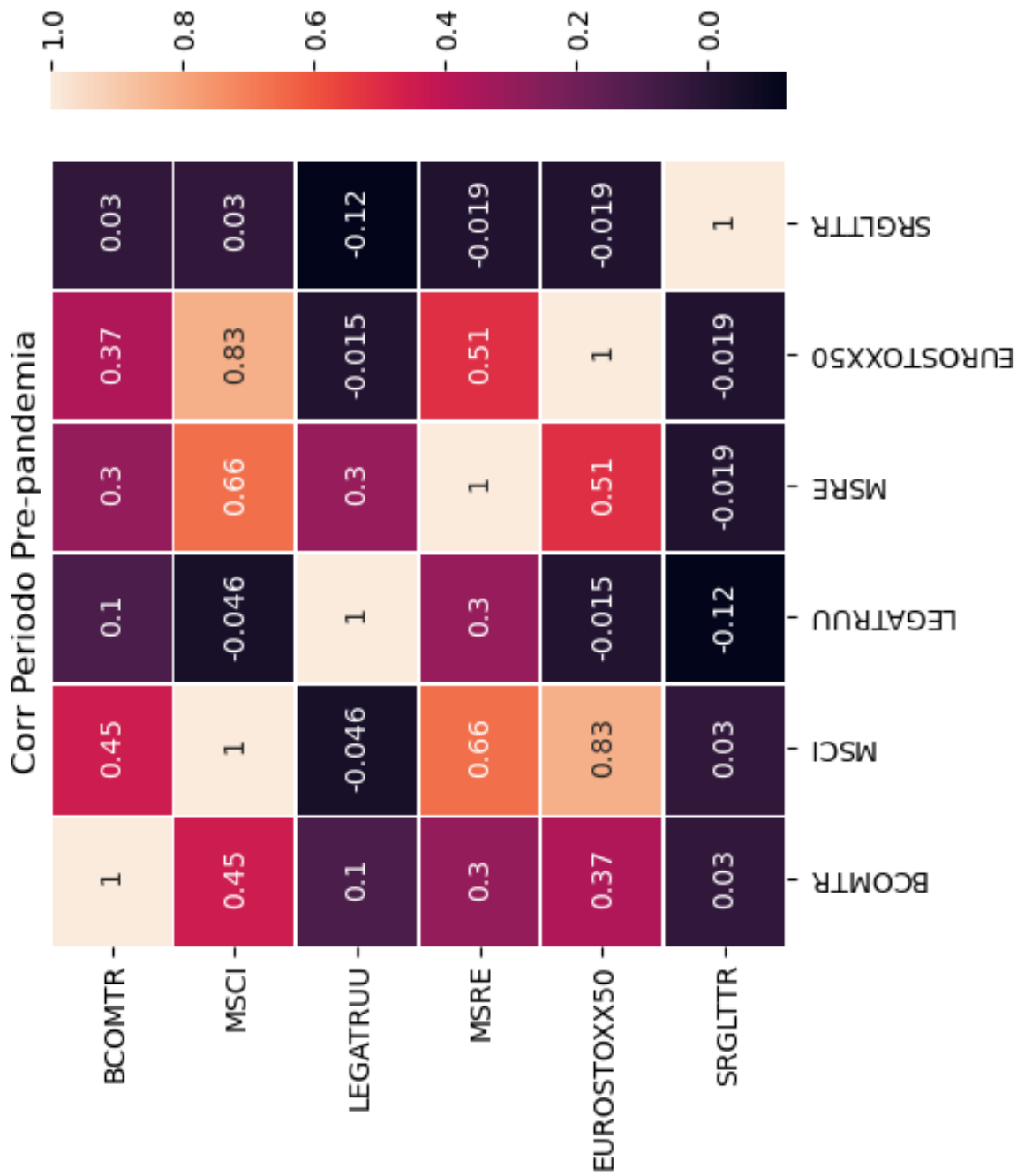
Gli investitori utilizzano i dati loro disponibili per scoprire come i prezzi di due asset si siano spostati in passato l'uno rispetto all'altro. Quindi, sulla base di una particolare metodologia di calcolo, per ogni coppia di titoli viene determinato un valore che rappresenta il grado di correlazione nei loro movimenti di prezzo. La costruzione della cosiddetta *matrice di correlazione* permette di valutare il comportamento reciproco che mostrano i diversi titoli all'interno di un portafoglio.

Le Figure 4.2 e 4.3 identificano, rispettivamente, la matrice di correlazione⁴⁵ dei sei indici scelti nei periodi antecedente e successivo alla diffusione della pandemia. Tali rappresentazioni agevolano la comprensione del diverso grado di correlazione per mezzo, anche, della differenza cromatica immediatamente osservabile. Le tonalità più calde individuano correlazioni più accentuate. Le tonalità più fredde sottolineano il minor grado di correlazione tra le due variabili. Ovviamente, come confermato dai valori sulla diagonale principale della matrice, la correlazione di un titolo con sé stesso assume valore

⁴⁵Ogni valore di correlazione all'interno delle matrici è il risultato del rapporto tra la covarianza fra i due titoli e il prodotto delle deviazioni standard degli stessi. Il valore così determinato prende il nome di *Coefficiente di correlazione di Pearson*. Come per la covarianza, la misura può riflettere solamente una relazione di tipo lineare tra le variabili.

pari a 1. Soffermendo l'analisi sulla Figura 4.2, che identifica il periodo quinquennale pre-pandemico, è possibile evidenziare correlazioni significativamente diverse da zero per tutti i titoli "classici" all'interno del portafoglio. Spicca il valore di 0,45 tra l'indice azionario mondiale MSCI e l'indice delle materie prime BCOMTR, sottolineando un'accentuata dipendenza tra i due mercati. Ancora più evidente è la correlazione tra l'indice del settore immobiliare MSRE e i restanti indici, CAT escluso. Il settore immobiliare, infatti, non solo si mostra fortemente dipendente dall'andamento del mercato azionario (con un valore di 0,66) ma si caratterizza anche per un'influenza, seppur più ridotta, della dinamica dei settori obbligazionari e delle materie prime (con valori di correlazione pari a 0,3). Assolutamente ovvia è l'elevata correlazione riscontrata tra i due mercati azionari, mondiale, MSCI, ed europeo, EUROSTOXX50. L'unico settore che presenta correlazioni nulle, o addirittura negative, con i restanti mercati è quello dei bond catastrofici. L'indice SRGLTTR, infatti, mostra correlazioni trascurabili pari 0,03 con gli indici MSCI e BCOMTR e correlazioni negative pari, rispettivamente, a -0,12 con LEGATRUU e -0,02 con MSRE.

Figura 4.2: Coefficienti di correlazione tra gli indici, periodo pre-pandemico



I risultati ottenuti nel periodo pre-pandemia sono ancor di più evidenti se si guarda al periodo pandemico in Figura 4.3. La grave incertezza sociale ed economica causata dalla rapida diffusione del COVID-19 ha inevitabilmente scosso i mercati mondiali. Come si è già avuto modo di apprezzare dall'analisi dei prezzi nella Figura 4.1, tale fenomeno ha inasprito i valori di dipendenza tra i settori, determinando andamenti simili tanto in termini negativi quanto in termini di successiva ripresa economica. La correlazione MSCI/BCOMTR passa, ad esempio, da un valore di 0,45 nel periodo pre-pandemico ad un valore di 0,7 nel periodo pandemico. Il già alto valore di 0,66 tra MSCI e MSRE raggiunge la soglia dello 0,9, arrivando cioè ad un livello di correlazione quasi perfetto. Ancora, si assiste ad un raddoppio per quanto riguarda i precedenti valori di correlazione MSRE/BCOMTR e MSRE/LEGATRUU, segnale di come il mercato immobiliare sia stato fortemente dipendente dall'andamento (negativo prima e positivo poi) dei restanti settori dell'economia. Un valore di correlazione pari a 0,9 si riscontra, come era semplice prevedere, anche tra gli indici azionari MSCI e EUROSTOXX50, chiaro indicatore della forte influenza che la pandemia ha avuto su tutti i mercati finanziari mondiali, nessuno escluso. Evidentemente, un tale comportamento non può che essere assolutamente contrario agli obiettivi di diversificazione di un investitore, il cui principale intento è esattamente quello di rendere i propri investimenti meno interdipendenti possibile.

Immediato, in questo caso, è il salto di tonalità riscontrabile tra i settori classici e il settore obbligazionario catastrofale. Grazie ad un'ulteriore riduzione nei valori di dipendenza (che si confermano sulla soglia dell'incorrelazione), l'indice SRGLTTR si candida come ottimo investimento per finalità di diversificazione, essendo in grado di isolare l'influenza di un contesto economico assolutamente incerto.

Figura 4.3: Coefficienti di correlazione tra gli indici, periodo pandemico



4.4 La correlazione condizionale dinamica nel modello DCC-GARCH di Engle

Fino ad ora si è ipotizzato che la correlazione tra le variabili in portafoglio rimanga costante e quindi descrivibile in maniera sintetica attraverso un singolo valore lungo tutto l'arco temporale considerato. Tale assunzione presuppone che la matrice di varianza-covarianza rimanga anch'essa costante. Le serie finanziarie, tuttavia, mostrano spesso un comportamento noto come *volatility clustering*: grandi (piccoli) cambiamenti nei rendimenti in un periodo tendono ad essere seguiti da grandi (piccoli) cambiamenti nei periodi successivi. Inoltre, all'aumentare della frequenza di rilevazione dei dati (ad es. dai dati mensili a quelli giornalieri), l'effetto di clustering della volatilità diventa più importante. L'esistenza empirica di un fenomeno di dipendenza tra i rendimenti futuri e i rendimenti passati determina una situazione per cui non solo la volatilità del singolo titolo ma, di conseguenza, anche la correlazione tra due investimenti è dinamica e soggetta a rapidi cambiamenti, soprattutto in periodi caratterizzati da una maggiore instabilità. Da qui la necessità di modellare tali variabili fondamentali sfruttando metodologie in grado di tenere conto di questo fenomeno di dipendenza temporale (proprietà meglio nota come eteroschedasticità).

La principale classe di modelli finalizzata a tale analisi fu introdotta da Engle nel 1982. Il metodo ARCH, ossia il metodo autoregressivo a eteroschedasticità condizionale, si costruisce sull'ipotesi che la varianza condizionale si modifichi secondo una struttura autoregressiva sulla base delle innovazioni rilevate nei periodi precedenti. In particolare, definito il modello ARCH(p), la varianza condizionale è rappresentabile come funzione (lineare) dei quadrati delle ultime p innovazioni ε_i :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (42)$$

con $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i \geq 0$ per $i > 0$.

Al fine di superarne i principali problemi, Bollerslev (1986) propone il modello ARCH generalizzato (GARCH). Esso permette l'analisi della persistenza della volatilità nelle serie finanziarie riducendo il numero di parametri p necessari per la stima. Il modello GARCH(p,q) definisce la varianza condizionale⁴⁶:

⁴⁶In statistica, la varianza condizionale rappresenta la varianza di una variabile aleatoria dato il

$$h_t = \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (43)$$

dove $\omega \geq 0$, $\alpha_i \geq 0$ per $i = 1, 2, \dots, q$ e $\beta_j \geq 0$ per $j = 1, 2, \dots, p$.

Quindi, secondo quest'ultimo modello la varianza condizionale dipende da $(1+p+q)$ parametri, con p che identifica l'ordine del ritardo nella componente autoregressiva (rappresentata dai valori della stessa varianza condizionale nel passato), e q che chiarisce il numero dei ritardi nella componente innovazioni al quadrato ε_{t-i}^2 .

Al fine di testare e, eventualmente, catturare la proprietà di correlazione dinamica dei cat bond con le restanti classi di attività considerate in questo lavoro, si è scelto di basarsi su una particolare estensione del modello GARCH di Bollerslev, ossia il modello di correlazione condizionale dinamica (DCC) proposto dallo stesso Engle nel 2002⁴⁷. Brevemente, il modello presenta un algoritmo suddiviso in due fasi temporalmente distinte: il primo passo dell'analisi consiste nel determinare le deviazioni standard condizionali attraverso un modello GARCH univariato; in un secondo momento, invece, si costruiscono le correlazioni variabili nel tempo basandosi sui valori ritardati dei residui e sulle matrici di covarianza ottenute dalle precedenti stime. Secondo l'autore tale approccio permette una descrizione parsimoniosa del fenomeno di correlazione dinamica, assicurando cioè un numero relativamente esiguo di parametri da stimare contemporaneamente.

I risultati ottenuti dall'applicazione della suddetta analisi sono illustrati graficamente in Figura 4.4. In generale, i rendimenti dell'indice CAT si mostrano tendenzialmente non influenzati dai rendimenti dei restanti titoli in portafoglio. Spicca la correlazione costantemente negativa tra l'indice CAT e l'indice immobiliare MSRE. Soffermando l'analisi sul periodo pandemico si ha nuovamente prova della minima correlazione che i cat bond hanno con i classici settori dell'economia mondiale, evidenziando valori spesso vicini allo zero e mai superiori alla soglia dello 0,1. In effetti, una variabilità così minima nella correlazione temporale (che nel caso CAT/BCOMTR, ad esempio, spazia tra valori di 0,0078670 e 0,0078674, quindi pressoché costanti lungo i 7 anni considerati) suggerisce che il modello a correlazione condizionale dinamica non sia necessario per questo tipo di analisi, facendo preferire, piuttosto, un modello a correlazione costante.

valore (i) di una o più altre variabili casuali.

⁴⁷Per maggiori dettagli sulla metodologia di stima analitica si rimanda a Engle (2002).

A tale conclusione si può giungere anche analizzando i parametri di fitting del modello DCC-GARCH tra i rendimenti CAT e i rendimenti dei restanti indici, riportati in Figura 4.5. Di particolare interesse sono i valori dei parametri α_1 e β_1 per ciascuna delle serie considerate e i valori $dcca_1$ e $dccb_1$ per quanto concerne il modello DCC congiunto. Nello specifico, il valore dei primi indica l'appropriatezza nell'utilizzo del modello GARCH(1,1) per la descrizione del comportamento della varianza della serie considerata. Il valore dei secondi, invece, chiarisce se il modello DCC risulta idoneo alla valutazione della correlazione. Analizzando i risultati ottenuti e, in particolare, guardando ai p-value dei rispettivi parametri, il valore di β_1 per l'indice SRGLTTR risulta non significativo rispetto alla soglia del 5%. Stessa considerazione anche per l'indice LEGA-TRUU. Per l'indice BCOMTR è invece il parametro α_1 a mostrarsi non significativo. Al contrario, un fenomeno di persistenza della varianza può essere evidenziato per le serie MSCI, EUROSTOXX50 e MSRE che mostrano p-value per i parametri α_1 e β_1 interni all'intervallo di confidenza considerato.

Volgendo l'analisi al modello di correlazione condizionale dinamica, in nessuno dei casi considerati il DCC-GARCH(1,1) mostra parametri $dcca_1$ e $dccb_1$ congiuntamente significativi, dando ulteriore prova all'ipotesi - già suggerita dall'analisi grafica in Figura 4.4 - di maggior idoneità del modello a correlazione condizionale costante. Non solo, i valori di correlazione rilevati in precedenza (pressoché nulli o molto vicini allo zero) sottolineano indipendenza tra il mercato catastrofale e i restanti settori economici. Per completezza espositiva si testa allora la significatività dei valori di correlazione di Pearson (Figure 4.2 e 4.3). I valori t-stat e p-value del test, che ha come ipotesi nulla l'assenza di correlazione ($\rho = 0$), sono riportati in Tabella 4.2. Né considerando il periodo pre-crisi né, tantomeno, nel periodo pandemico si ha la possibilità di accettare l'esistenza di una correlazione significativamente non nulla tra SRGLTTR e gli indici considerati, con p-value altamente esterni all'intervallo di significatività ipotizzato al 5%.

Di fatto, quest'indipendenza statistica fornisce l'ennesima prova dei vantaggi di diversificazione potenzialmente ottenibili attraverso l'inserimento dei cat bond in portafogli composti da attività tradizionali. Su quest'ultimo aspetto si concentra l'analisi del prossimo paragrafo.

Figura 4.4: Grafico delle correlazioni condizionali dinamiche (DCC) tra l'indice CAT e i restanti indici in portafoglio

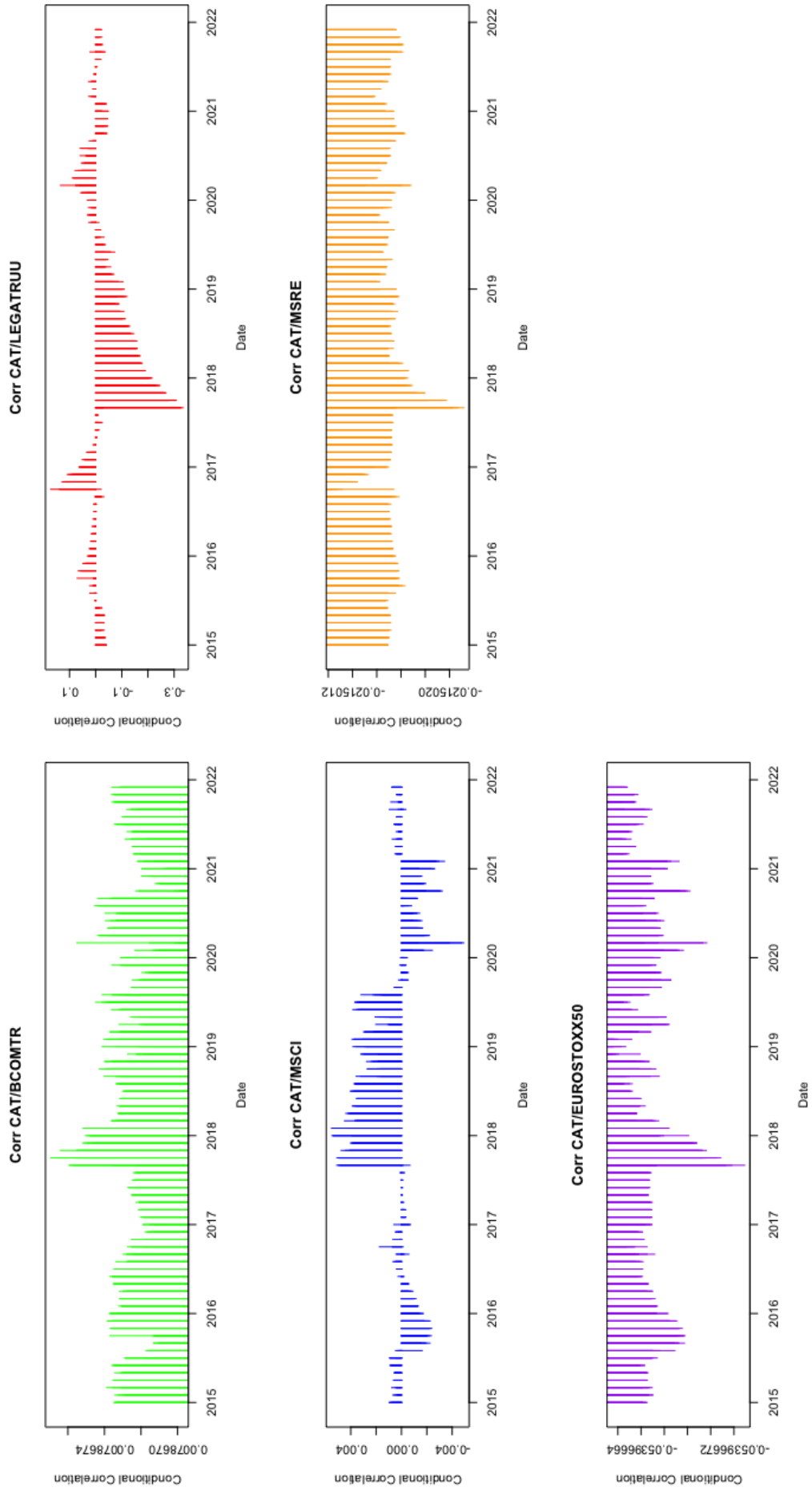


Figura 4.5: Fitting del modello di correlazione condizionale dinamica (DCC) tra l'indice CAT e i restanti indici in portafoglio

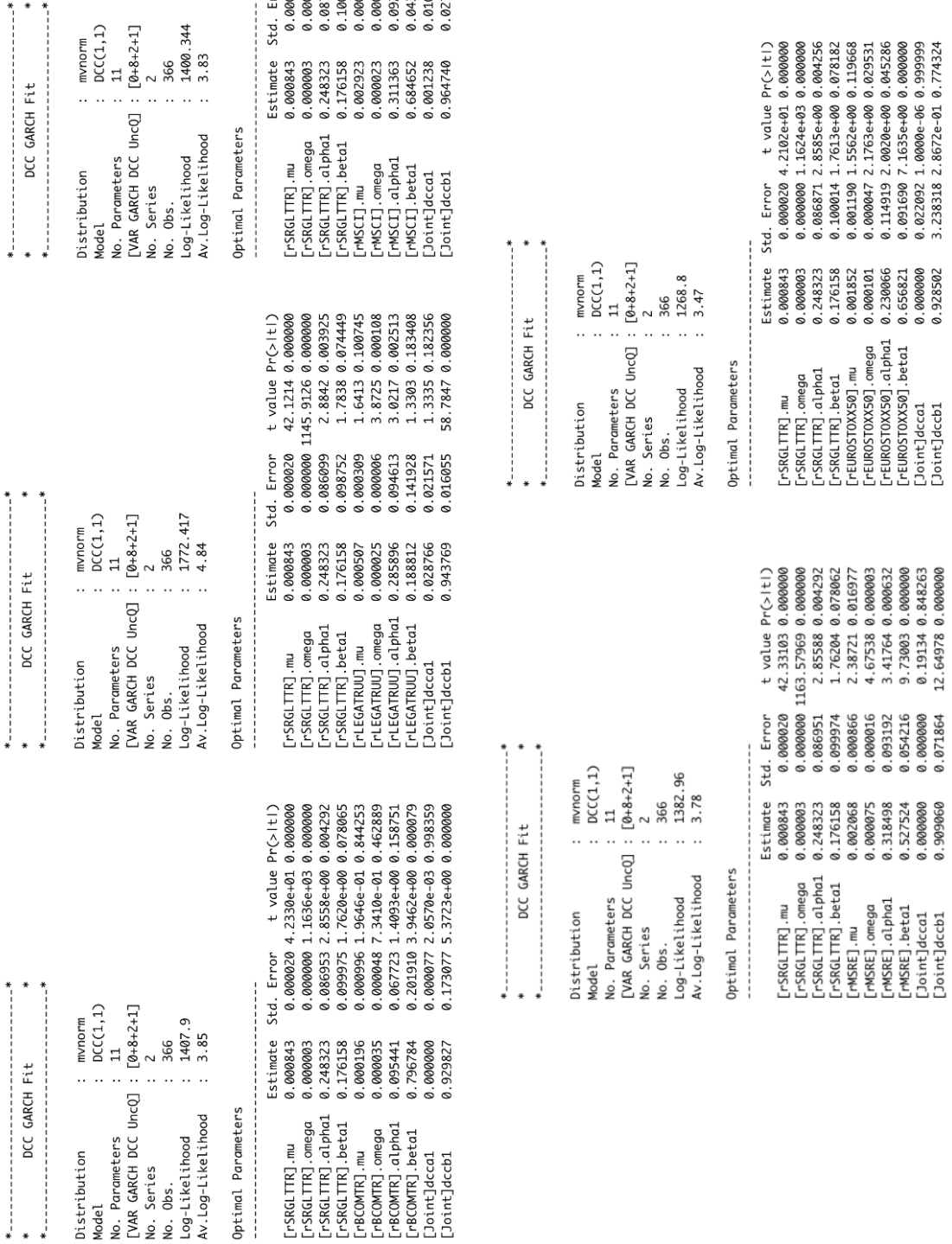


Tabella 4.2: Test di significatività autocorrelazione di Pearson, $H_0 : \rho = 0$.

Stats	<i>Periodo pre-pandemia.</i>				
	SRGLTTR/MSCI	SRGLTTR/BCOMTR	SRGLTTR/LEGATRUU	SRGLTTR/MSRE	SRGLTTR/EUROSTOXX50
t-stat	0.02999	0.02992	-0.11851	-0.01887	-0.01850
p-value	0.62958	0.63035	0.05584	0.76148	0.76600
Stats	<i>Periodo pandemico.</i>				
	SRGLTTR/MSCI	SRGLTTR/BCOMTR	SRGLTTR/LEGATRUU	SRGLTTR/MSRE	SRGLTTR/EUROSTOXX50
t-stat	-0.05444	0.01454	0.06988	-0.02753	-0.10366
p-value	0.58117	0.88294	0.47870	0.78036	0.29263

4.5 Performance di portafogli che includono titoli catastrofali

Come ultimo passo di questa ricerca, si esplorano i vantaggi derivanti dall'investimento nel settore catastrofale derivando frontiere efficienti e statistiche di sintesi di portafogli formati sia senza che con l'inserimento dei cat bond. In seguito, sulla base dei pesi ottimi di portafoglio, si simulano i potenziali profitti ottenibili da un investimento nei suddetti titoli nel biennio caratterizzato dalla diffusione della pandemia. Sulla stessa linea dell'approccio adottato per la valutazione delle correlazioni, l'analisi è sviluppata sia considerando il periodo complessivo sia scomponendolo nei due sottoperiodi che riflettono il diverso stato dei mercati finanziari internazionali turbati appunto, ad inizio 2020, dal COVID-19. Come accennato nella precedente sezione di presentazione dei dati, si è scelto di basare l'analisi di portafoglio sui singoli titoli azionari piuttosto che sulle quotazioni del relativo indice EUROSTOXX50. Coerentemente con le metodologie di investimento dei grandi operatori di mercato, principali acquirenti dei prodotti catastrofali finora presentati, si predilige una gestione di portafoglio di tipo attivo, indirizzata direttamente alla scelta delle singole attività con le quali comporre il portafoglio ottimo di investimento. Nonostante le numerose caratteristiche favorevoli, i cat bond rimangono comunque una classe di attività che richiede conoscenze approfondite in ambito riassicurativo, finanziario, legale, fiscale e di modellizzazione del rischio, facendo ritenere che un tale tipo di investimento possa essere ancora estraneo alle capacità e agli obiettivi di un singolo e piccolo investitore, la cui gestione di portafoglio nella maggior parte dei casi è di tipo passivo, indirizzata cioè all'acquisto di quote di grandi fondi di investimento o di ETF.

I portafogli ottimi, ottenuti tramite massimizzazione dello Sharpe Ratio complessivo sulla base dei differenti fattori di rischio introdotti (MV, MAD, MiniMax-WR e CVaR) sono identificati nelle Figure 4.6, 4.8, 4.10. Come proxy del tasso privo di rischio è adottato il valore medio (per ogni periodo considerato) del tasso Euribor a 3 mesi. A causa dell'assenza di dati pubblicamente disponibili sui singoli cat bond in circolazione si è dovuto sfruttare l'indice SRGLTTR anche per l'analisi di portafoglio. Inevitabilmente, una tale scelta, per metodo stesso di costruzione dell'indice, tende a smorzare la dinamica reale dei titoli in questione, determinando di conseguenza valori di volatilità chiaramente inferiori. Le frontiere efficienti modellate sulla base dei suddetti portafogli sono presentate nella Figura 4.12. Ciascuna delle frontiere media-varianza è stata generata per mezzo di cento portafogli efficienti ottenuti sulla base dei rendimenti attesi precedentemente de-

terminati e dalle covarianze di portafoglio. In Tabella 4.3 si riportano le statistiche di sintesi dei ventiquattro portafogli ottimi specificati (otto per ciascun periodo considerato), evidenziando rendimenti medi annualizzati, deviazioni standard e rapporti di sharpe. Chiaramente, tali valori (calcolati alla fine del corrispondente periodo di analisi) hanno il solo scopo di evidenziare, a posteriori, il differente comportamento che mostrano i portafogli con e senza l'inserimento dei cat bond, non potendo avere, invece, alcuna capacità informativa utile all'investimento nei successivi periodi. Infine, in Tabella 4.4, si simula un investimento di tipo *buy and hold*. Sulla base dei diversi risultati di asset allocation alla data del 31/12/2019 (fine del quinquennio pre-pandemico) si acquistano titoli per un ammontare totale di 100000 euro. Ignorando le turbolenze di mercato, si valuta la posizione alla data del 31/12/2021, confrontando profitti forniti e rischi implicati da portafogli non-cat e cat. I calcoli necessari sono stati effettuati in ambiente Excel.

Soffermandosi in primis sui risultati della procedura di ottimizzazione dei portafogli classici, si può notare che in tutti i modelli e i periodi in analisi l'allocazione ottima si sostanzia nella scelta di un esiguo numero di attività, con maggior rilevanza data ai titoli RMS (Hermes), AIR (Airbus), DB1 (Deutsche Borse), ADS (Adidas) e AD (Ahold Delhaizementre). Un'accentuata somiglianza può essere evidenziata nelle allocazioni fornite dai modelli MV e MAD, con pesi di portafoglio tendenzialmente sovrapponibili sia nel periodo intero sia nei due sottoperiodi considerati. Particolari, invece, sono i risultati suggeriti dalla tecnica MiniMax (WR). Sia nel periodo intero che nel periodo pandemico l'allocazione ricade esclusivamente sul titolo RMS. Una scelta così parsimoniosa (anche in periodi economicamente stabili) è sicuramente incompatibile con l'obiettivo di diversificazione che ogni investitore ricerca, facendo preferire modelli di ottimizzazione più ricchi.

Spostando l'attenzione al portafoglio catastrofale, nell'arco temporale che va da gennaio 2015 a dicembre 2021 si può evidenziare un importante spostamento di risorse nell'allocazione a favore dei cat bond (qui SRGLTTR), in tutti i modelli di ottimizzazione considerati. Si riduce notevolmente il peso assegnato al titolo RMS mentre scompare totalmente la presenza dei titoli AD, DB1 e ADS nel passaggio tra portafoglio non-cat e cat. La procedura di massimizzazione del rendimento (a parità di rischio) determina una presenza prevalente dell'indice SRGLTTR, che raggiunge addirittura un peso pari al 98% nel portafoglio costruito sulla base del modello MAD. Tale tendenza si traduce (Tabel-

la 4.3, periodo intero) in rendimenti mediamente inferiori per i portafogli cat rispetto ai portafogli originali a fronte, tuttavia, di deviazioni standard assolutamente più favorevoli per i primi. Nonostante la positiva riduzione della volatilità, il così basso rendimento inficia la performance complessiva dei portafogli catastrofali, determinando valori di sharpe ratio tendenzialmente simili o inferiori a quelli dei portafogli classici. L'indice di curtosi, costantemente maggiore per i portafogli cat, sottolinea ancora una volta la maggior possibilità di osservare rendimenti caratterizzati da valori estremi.

In linea con quanto appena descritto è l'analisi dell'allocazione nel periodo pre-pandemico, da gennaio 2015 a dicembre 2019. Variano le tipologie di esposizione nel portafoglio privo dell'esposizione catastrofale, con maggior peso assegnato nuovamente ai titoli AIR, DB1, ADS e AD e modesti investimenti nei titoli RMS, ENEL e FLTR. Nuovamente, il passaggio tra portafoglio classico e portafoglio cat si caratterizza per la riduzione dei valori investiti nei titoli classici a favore di un prevalente investimento nel mercato ILS. Solo nel modello di ottimizzazione MiniMax si rilevano percentuali di capitale significative investite in altri titoli. Si conferma anche nel periodo pre-pandemico la somiglianza delle statistiche di sintesi, calcolate a posteriori, per i diversi portafogli in analisi. Assistiamo anche in questo caso ad un peggioramento nei valori dell'indice di sharpe, implicando un minor rendimento a parità di rischio sopportato per i portafogli al cui interno è compresa l'esposizione ILS. Una prima osservazione può già seguire: in periodi caratterizzati da una relativa stabilità economica le obbligazioni catastrofali apportano vantaggi minimi o addirittura inesistenti alla performance complessiva di portafoglio.

È dall'analisi delle prestazioni fornite nel periodo pandemico (da gennaio 2020 a dicembre 2021) che si ha più chiara luce sul potenziale di diversificazione promesso dalle speciali attività ILS. Innanzitutto, l'analisi dei pesi ottimi in Figura 4.10 estremizza i risultati già presentati precedentemente. Escludendo il settore catastrofale, i modelli di ottimizzazione MV e MAD giungono ad una simile selezione di portafoglio, investendo nei titoli ASML, RMS e AD. Come già notato in precedenza, particolare è l'ottimizzazione proposta dal modello MiniMax che suggerisce l'investimento totale nel solo titolo RMS, escludendo i restanti 49 titoli disponibili in portafoglio. Se si allarga l'orizzonte di investimento comprendendo i cat bond, tutti i modelli compongono il portafoglio con percentuali d'investimento quasi unitarie nel titolo SRGLTTR, evidentemente unico titolo ad avere performance nettamente superiori rispetto alle restanti attività. In maniera

differente rispetto a quanto evidenziato per i precedenti periodi, il passaggio al mercato assicurativo catastrofale permette di ottenere rapporti di sharpe notevolmente migliori. Nonostante rendimenti annualizzati costantemente minori, la drastica riduzione di volatilità (che passa da valori medi attorno al 23% per i portafogli classici a valori inferiori al 2% nei portafogli catastrofali) assicura performance superiori. Si passa, ad esempio, da un valore di sharpe ratio di 1,50 a 3,32 per i portafogli costruiti con il modello MAD e da 1,61 a 3,08 per i portafogli ottenuti dal modello CVaR. È tuttavia l'allocazione ottenuta per mezzo dell'ottimizzazione media-varianza che assicura il miglior risultato in termini di rischio-rendimento, passando da un valore di 1,64 per il portafoglio classico a 3,38 per quello comprendente l'indice cat bond, raddoppiando cioè il rendimento ottenibile per ogni unità di rischio assunta.

L'analisi grafica delle frontiere efficienti in Figura 4.12 conferma quanto fin qui esposto. Si nota immediatamente la differente performance (in termini di rischio-rendimento) tra portafogli catastrofali e classici. In tutti e tre i periodi la frontiera generata dai primi (in verde) copre una porzione di piano maggiore, espandendosi maggiormente a sinistra rispetto alla curva modellata dai secondi (in rosso). Particolarmente significativo è lo scostamento della frontiera nell'ultimo orizzonte temporale considerato, quello pandemico. Ciò conferma nuovamente il miglioramento della performance che i cat bond sono in grado di apportare ad un portafoglio, offrendo protezione alle turbolenze che hanno caratterizzato il mercato finanziario mondiale a seguito della rapida propagazione della pandemia di COVID-19 e, in ultima analisi, candidandosi come valida asset class alternativa alle consuete attività su cui ricadono le scelte degli investitori.

Come già anticipato in sede di presentazione del capitolo, l'analisi dei rendimenti e delle volatilità fin qui prodotta è basata su stime elaborate a posteriori, cioè calcolate al termine del relativo periodo considerato. Basandosi su valori passati, un tale approccio non può fornire una prova empirica coerente a supporto delle tesi finora sostenute né, tantomeno, può essere chiarificatore delle strategie di investimento da preferire. Per queste ragioni, l'ultimo passo di questa ricerca consiste nel simulare un semplice investimento, sulla base dei pesi già determinati, al fine di valutare i potenziali profitti, i rischi e le diverse dipendenze al mercato che i portafogli catastrofali avrebbero potuto garantire.

Ipotizzando l'assenza di costi di transazione e tasse, si costruisce un investimento con un capitale iniziale per ogni portafoglio pari a 100000 euro. I pesi ottimi, sulla base dei quali suddividere le quote investite, sono quelli mostrati in Figura 4.8 ossia risultanti dalla procedura di ottimizzazione nel periodo pre-pandemico. Quindi, per ciascun portafoglio considerato, si comprano azioni alla data del 31/12/2019 e si valuta la posizione alla data del 31/12/2021, esattamente due anni dopo la data d'acquisto. I risultati di questa strategia di investimento sono evidenziati nella Tabella 4.4.

Come era facilmente prevedibile, per tutti i modelli di allocazione considerati il potenziale profitto ottenibile dalla vendita delle azioni è superiore per i portafogli privi dell'esposizione catastrofale. L'inserimento dell'indice SRGLTTR, infatti, determina nuovamente la riduzione del rendimento complessivo di portafoglio. Tale fenomeno è particolarmente evidente nei portafogli P2 e P4, costruiti rispettivamente sulla base dei modelli MAD e CVaR, a causa del maggior peso assegnato all'indice cat (96% per il primo e 62% per il secondo). In effetti, il portafoglio MiniMax (P3 Cat) che assegna solamente un peso del 26% all'indice cat fa registrare le performance migliori, con un profitto netto nei due anni superiore al 18%. In linea con quanto già evidenziato, la deviazione standard complessiva di portafoglio segue un andamento del tutto opposto, caratterizzandosi per valori sempre in calo nel passaggio tra mercato classico e catastrofale. Ciò si riflette, di conseguenza, sui valori assunti dal beta di portafoglio, confermando la già citata capacità dei cat bond di smorzare notevolmente il legame con i normali settori del mercato finanziario. I portafogli classici, che registrano valori del beta sempre superiori all'unità, tendono ad amplificare i movimenti di mercato, implicando quindi una maggior rischiosità per l'investitore. Tale fenomeno è sicuramente legato al periodo storico considerato in analisi, caratterizzato da una forte instabilità nelle quotazioni di tutti i titoli tradizionali. Per contro, i portafogli costruiti con l'inserimento dell'indice SRGLTTR presentano valori del beta sempre inferiori all'unità, chiara prova che il suddetto indice contribuisce sensibilmente alla riduzione dei valori di influenza del mercato. Estremo, in questo senso, è il beta del portafoglio MAD (P2 Cat): il valore prossimo allo zero implica l'assenza di rischio sistematico nel portafoglio e quindi la totale indipendenza rispetto ai movimenti di mercato.

Nonostante la semplice costruzione, si possono trarre alcune considerazioni conclusive da tale simulazione. Considerando un orizzonte temporale contraddistinto da una

forte crisi a livello mondiale per via della rapida diffusione della pandemia di COVID-19, l'inserimento di prodotti assicurativi catastrofali in portafogli di investimento classici assicura la riduzione della rischiosità complessiva degli stessi. Tuttavia, l'esempio mette in luce un *trade-off* in termini di rischio-rendimento: maggiore è la volontà di rendere il portafoglio indipendente dal mercato (aumentando quindi il peso assegnato al titolo cat) e minore sarà il rendimento mediamente ottenibile dallo stesso. Pur confermando, allora, le proprietà anzidette, le percentuali d'investimento in cat bond scelte dipenderanno dalla specifica avversione al rischio e dai differenti obiettivi che ogni investitore persegue.

Figura 4.6: Pesì ottimi per il portafoglio privo dell'indice CAT (a sinistra) e con l'indice CAT (a destra), periodo intero

	MV	MAD	CVaR	WR		MV	MAD	CVaR	WR
MC	1.32%	0.00%	0.00%	0.00%	MC	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ASML	9.64%	9.33%	0.00%	0.00%	ASML	2.42%	0.17%	2.03%	0.00%
OR	5.41%	5.68%	0.00%	0.00%	OR	1.36%	0.00%	0.00%	0.00%
SAN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SAN	0.00%	0.13%	0.00%	0.00%
TTE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	TTE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
RMS	36.17%	30.72%	32.75%	100.00%	RMS	10.01%	0.36%	4.21%	59.32%
ABI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ABI	0.00%	0.28%	0.00%	0.00%
SAP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SAP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
DTE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	DTE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SIE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SIE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
VOW3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	VOW3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
AIR	0.00%	1.23%	0.00%	0.00%	AIR	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ITX	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ITX	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ALV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ALV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
AI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	AI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
EL	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	EL	0.85%	0.00%	0.00%	0.00%
SU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
IBE	0.00%	2.42%	0.00%	0.00%	IBE	0.42%	0.00%	0.00%	0.00%
KER	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	KER	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
MBG	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	MBG	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BAYN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BAYN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
DG	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	DG	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BNP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BNP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ENEL	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ENEL	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	CS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BMW	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BMW	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
RI	0.00%	4.54%	0.00%	0.00%	RI	0.01%	0.00%	1.00%	0.00%
DPW	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	DPW	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SAF	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SAF	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SAN.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SAN.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ENI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ENI	0.00%	0.14%	0.00%	0.00%
STLA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	STLA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BAS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BAS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
INGA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	INGA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ISP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ISP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
DB1	10.94%	13.64%	13.49%	0.00%	DB1	2.96%	0.08%	0.00%	0.00%
MUV2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	MUV2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ADS	0.00%	0.96%	10.93%	0.00%	ADS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
IFX	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	IFX	0.00%	0.17%	0.00%	0.00%
AD	27.02%	26.75%	30.04%	0.00%	AD	5.72%	0.00%	0.07%	0.00%
CRH	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	CRH	0.00%	0.01%	0.00%	0.00%
BBVA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BBVA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
KNEBV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	KNEBV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
VNA	7.38%	4.36%	5.20%	0.00%	VNA	2.69%	0.23%	0.00%	0.00%
PHIA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	PHIA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
FLTR	2.13%	0.37%	7.59%	0.00%	FLTR	0.42%	0.00%	0.44%	0.00%
					SRGLTR	73.14%	98.42%	92.24%	40.68%

Figura 4.7: Confronto delle percentuali investite su ogni titolo per i quattro diversi modelli di ottimizzazione, periodo intero.

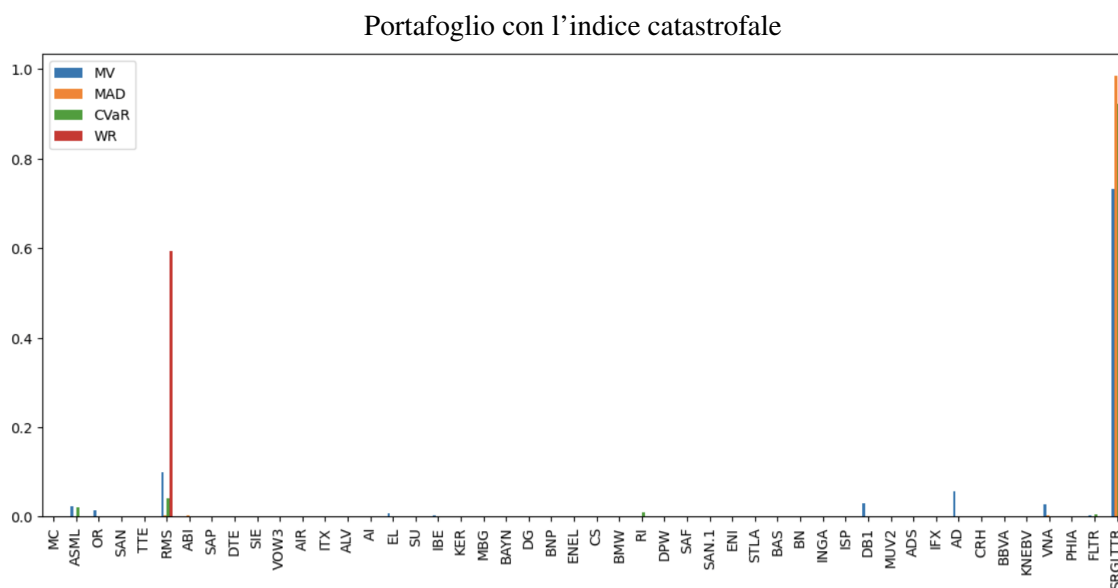
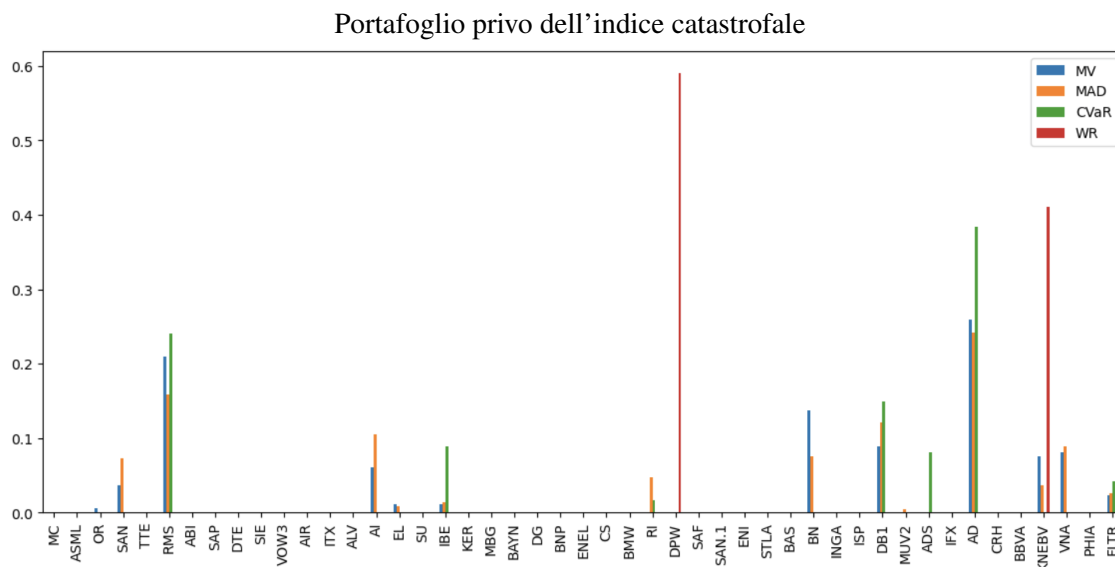
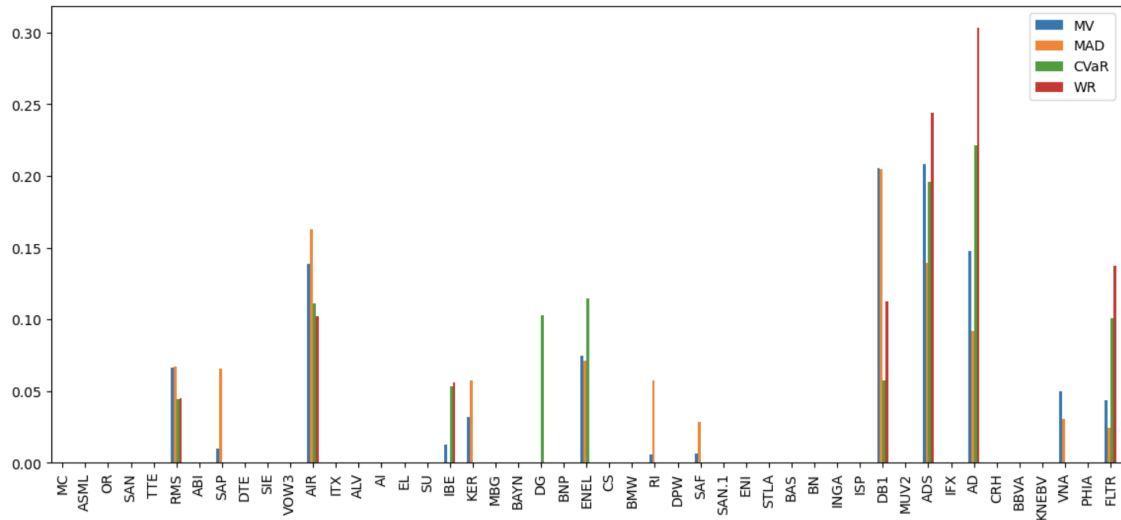


Figura 4.8: Pesi ottimi per il portafoglio privo dell'indice CAT (a sinistra) e con l'indice CAT (a destra), periodo pre-pandemico

	MV	MAD	CVaR	WR		MV	MAD	CVaR	WR
MC	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	MC	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ASML	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ASML	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
OR	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	OR	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SAN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SAN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TTE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	TTE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
RMS	6.61%	6.70%	4.41%	4.49%	RMS	3.33%	0.00%	0.00%	0.56%
ABI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ABI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SAP	0.99%	6.54%	0.00%	0.00%	SAP	0.31%	0.02%	0.00%	0.00%
DTE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	DTE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SIE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SIE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
VOW3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	VOW3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
AIR	13.88%	16.29%	11.08%	10.18%	AIR	6.11%	0.57%	2.84%	0.00%
ITX	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ITX	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ALV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ALV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
AI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	AI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
EL	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	EL	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
IBE	1.26%	0.00%	5.30%	5.60%	IBE	0.25%	0.00%	3.47%	9.86%
KER	3.18%	5.74%	0.00%	0.00%	KER	0.97%	0.03%	2.87%	0.00%
MBG	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	MBG	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BAYN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BAYN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
DG	0.00%	0.00%	10.25%	0.00%	DG	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BNP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BNP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ENEL	7.48%	7.13%	11.43%	0.00%	ENEL	4.56%	0.67%	0.00%	0.00%
CS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	CS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BMW	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BMW	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
RI	0.54%	5.73%	0.00%	0.00%	RI	2.68%	0.00%	0.00%	0.00%
DPW	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	DPW	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SAF	0.65%	2.86%	0.00%	0.00%	SAF	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SAN.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SAN.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ENI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ENI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
STLA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	STLA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BAS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BAS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
INGA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	INGA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ISP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ISP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
DB1	20.52%	20.46%	5.76%	11.27%	DB1	9.71%	0.72%	6.06%	11.82%
MUV2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	MUV2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ADS	20.81%	13.95%	19.57%	24.42%	ADS	9.97%	0.88%	10.19%	16.68%
IFX	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	IFX	0.00%	0.01%	0.00%	0.00%
AD	14.75%	9.15%	22.11%	30.31%	AD	5.07%	0.00%	9.53%	24.76%
CRH	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	CRH	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BBVA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BBVA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
KNEBV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	KNEBV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
VNA	4.98%	3.03%	0.00%	0.00%	VNA	2.86%	0.41%	0.00%	0.00%
PHIA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	PHIA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
FLTR	4.35%	2.44%	10.08%	13.73%	FLTR	1.97%	0.00%	2.85%	9.40%
					SRGLTR	52.19%	96.70%	62.20%	26.94%

Figura 4.9: Confronto delle percentuali investite su ogni titolo per i quattro diversi modelli di ottimizzazione, periodo pre-pandemico.

Portafoglio privo dell'indice catastrofale



Portafoglio con l'indice catastrofale

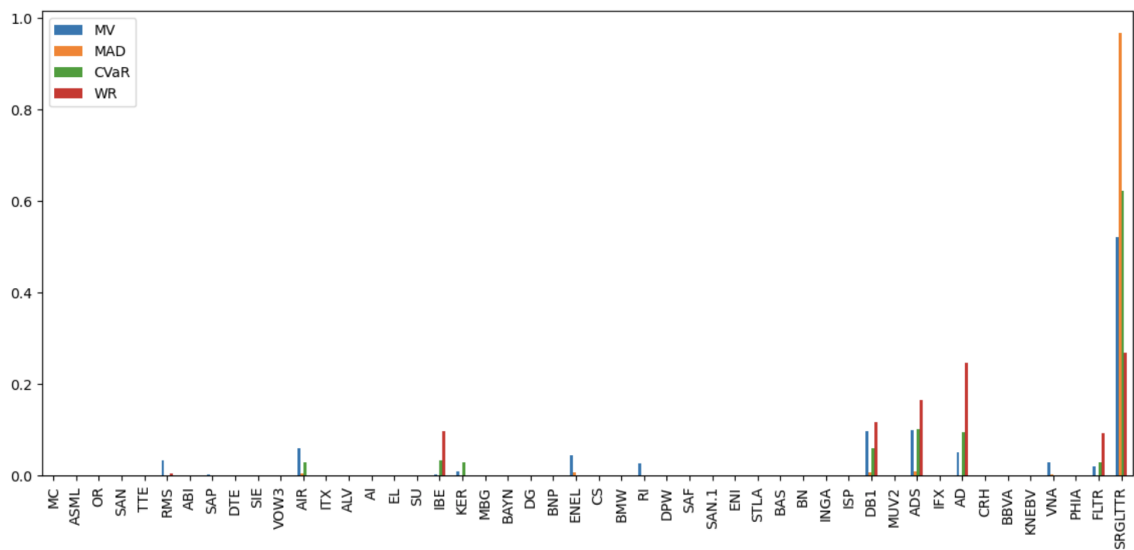
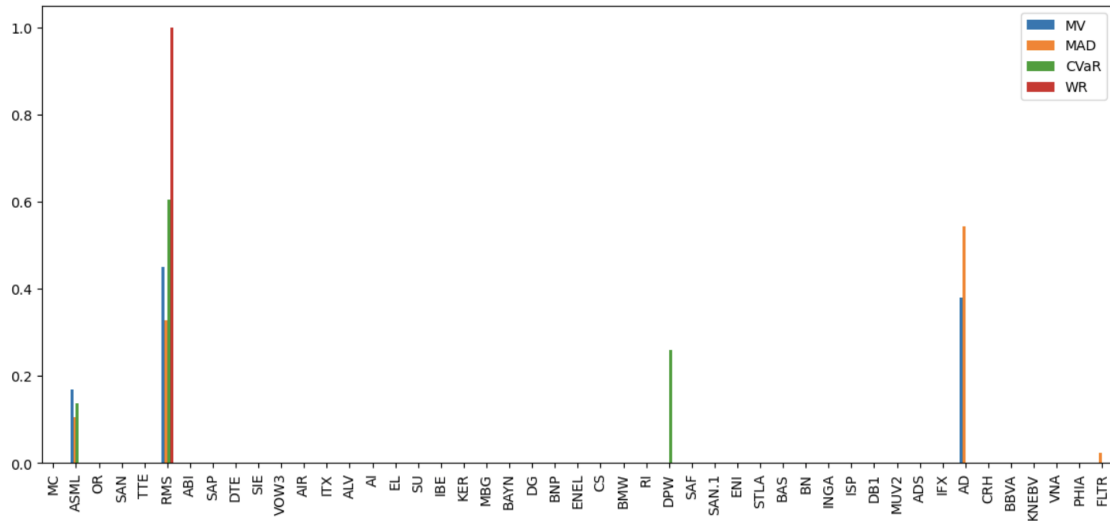


Figura 4.10: Pesì ottimi per il portafoglio privo dell'indice CAT (a sinistra) e con l'indice CAT (a destra), periodo pandemico

	MV	MAD	CVaR	WR		MV	MAD	CVaR	WR
MC	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	MC	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ASML	16.89%	10.55%	13.66%	0.00%	ASML	0.49%	0.00%	0.00%	0.00%
OR	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	OR	0.00%	0.18%	0.00%	0.00%
SAN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SAN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TTE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	TTE	0.76%	0.00%	1.93%	0.00%
RMS	45.04%	32.73%	60.45%	100.00%	RMS	0.51%	0.70%	0.00%	0.00%
ABI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ABI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SAP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SAP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
DTE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	DTE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SIE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SIE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
VOW3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	VOW3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
AIR	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	AIR	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ITX	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ITX	0.00%	0.00%	0.00%	1.80%
ALV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ALV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
AI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	AI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
EL	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	EL	0.00%	0.00%	0.00%	0.66%
SU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
IBE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	IBE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
KER	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	KER	0.00%	0.00%	0.00%	0.50%
MBG	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	MBG	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BAYN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BAYN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
DG	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	DG	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BNP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BNP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ENEL	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ENEL	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	CS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BMW	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BMW	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
RI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	RI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
DPW	0.00%	0.00%	25.90%	0.00%	DPW	0.13%	0.44%	0.00%	0.00%
SAF	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SAF	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
SAN.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	SAN.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ENI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ENI	0.00%	0.05%	0.00%	0.00%
STLA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	STLA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BAS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BAS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
INGA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	INGA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ISP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ISP	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
DB1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	DB1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
MUV2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	MUV2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ADS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	ADS	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
IFX	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	IFX	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
AD	38.07%	54.35%	0.00%	0.00%	AD	0.00%	0.38%	0.00%	0.00%
CRH	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	CRH	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BBVA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	BBVA	0.00%	0.14%	0.00%	0.00%
KNEBV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	KNEBV	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
VNA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	VNA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
PHIA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	PHIA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
FLTR	0.00%	2.36%	0.00%	0.00%	FLTR	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
					SRGLTTR	98.11%	98.11%	98.07%	97.04%

Figura 4.11: Confronto delle percentuali investite su ogni titolo per i quattro diversi modelli di ottimizzazione, periodo pandemico.

Portafoglio privo dell'indice catastrofale



Portafoglio con l'indice catastrofale

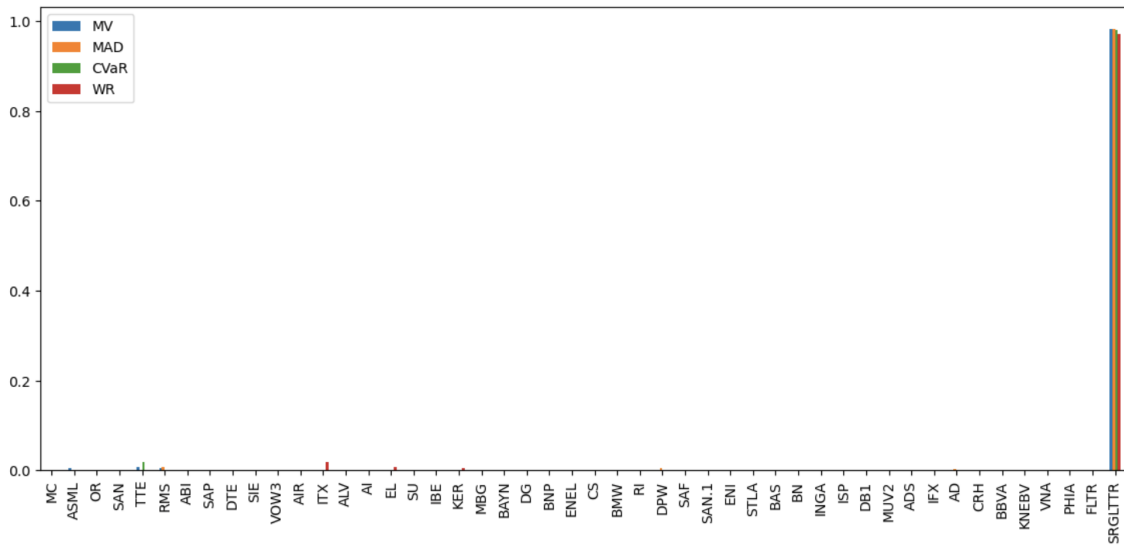


Figura 4.12: Frontiera efficiente media-varianza dei portafogli, periodo intero (a sinistra), periodo pre-pandemico (a destra), periodo pandemico (in basso)

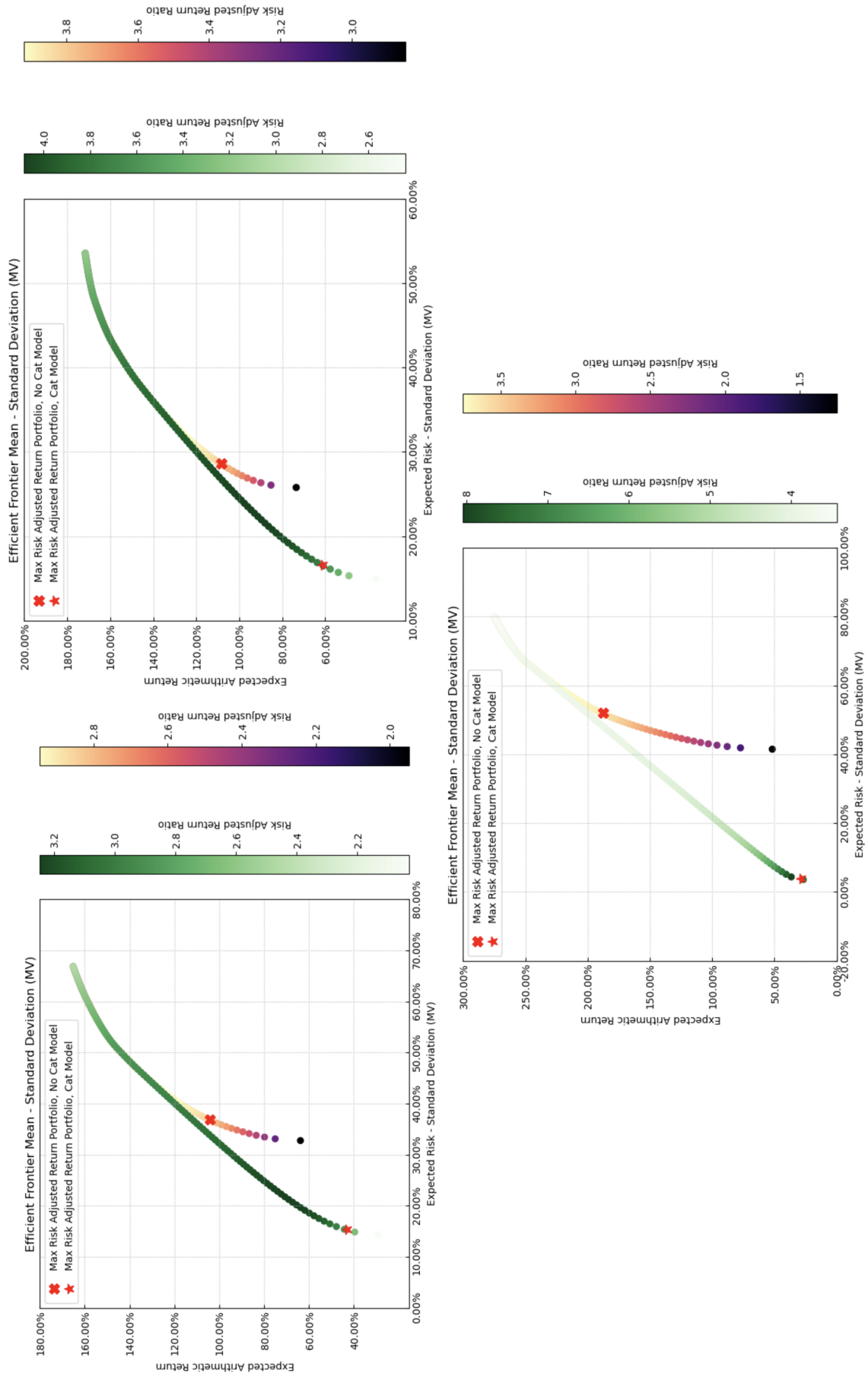


Tabella 4.3: Statistiche di sintesi calcolate a posteriori per portafogli non comprendenti l'indice CAT vs portafogli comprendenti l'indice CAT nel periodo intero, pre-pandemico e pandemico. Strategie di ottimizzazione: P1 = MV, P2 = MAD, P3 = MiniMax, P4 = CVaR.

<i>Periodo intero</i>							
Stats	P1 No Cat	P1 Cat	P2 No Cat	P2 Cat	P3 No Cat	P3 Cat	P4 Cat
Ann Ret	0.21504	0.08904	0.20871	0.04575	0.26267	0.17363	0.06077
Ann Std	0.16752	0.06983	0.16654	0.07377	0.22717	0.13709	0.07044
Ann SRatio	1.28370	1.27516	1.25317	0.62017	1.15628	1.26651	0.86266
Skewness	-0.70376	-2.95142	-0.78254	-5.22235	-0.17535	-0.29643	-5.13857
Kurtosis	7.89756	59.40342	9.46110	169.88939	1.45067	1.62194	154.84856
<i>Periodo pre-pandemico</i>							
Stats	P1 No Cat	P1 Cat	P2 No Cat	P2 Cat	P3 No Cat	P3 Cat	P4 Cat
Ann Ret	0.22358	0.12636	0.21911	0.04663	0.21014	0.15319	0.11051
Ann Std	0.12991	0.07535	0.13089	0.085056	0.13474	0.10020	0.07410
Ann SRatio	1.72103	1.67697	1.67393	0.54833	1.55961	1.52882	1.49140
Skewness	-0.02782	-0.60737	-0.08157	-4.44304	0.12384	0.16295	-1.03349
Kurtosis	0.55912	11.82822	1.03746	124.51649	-0.05963	-0.22263	30.32711
<i>Periodo pandemico</i>							
Stats	P1 No Cat	P1 Cat	P2 No Cat	P2 Cat	P3 No Cat	P3 Cat	P4 Cat
Ann Ret	0.38730	0.05886	0.33459	0.05858	0.46574	0.05475	0.05492
Ann Std	0.23521	0.01739	0.22228	0.01762	0.29681	0.01885	0.01781
Ann SRatio	1.64655	3.38393	1.50528	3.32447	1.56913	2.90325	3.08352
Skewness	-1.02815	-1.17548	-1.35315	-1.34708	-0.31203	-0.81636	-0.79329
Kurtosis	5.33337	5.08116	9.13078	5.24725	0.77548	2.57935	4.55660

Tabella 4.4: Performance di un investimento tipo, periodo dal 31/12/2019 al 31/12/2021. Strategie di ottimizzazione: P1 = MV, P2 = MAD, P3 = MiniMax, P4 = CVaR.

	P1 No Cat	P1 Cat	P2 No Cat	P2 Cat	P3 No Cat	P3 Cat	P4 No Cat	P4 Cat
Capitale investito iniziale	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000	100000
Capitale dopo liquidazione	117461	114484	116812	110950	123398	118340	118117	112882
Profitto	17.46%	14.48%	16.81%	10.95%	23.40%	18.34%	18.12%	12.88%
Portfolio Std. Deviation	4.32%	2.05%	4.51%	2.86%	4.02%	2.67%	4.25%	2.54%
Beta di portafoglio	1.26	0.60	1.33	0.05	1.14	0.75	1.20	0.44

Conclusioni

Le diverse tipologie di titoli assicurativi (ILS) citati nel corso di questo lavoro hanno fornito ad assicuratori e riassicuratori protezione ed ulteriore capacità di sottoscrizione per mezzo della raccolta di capitali direttamente sui mercati finanziari. Sicuramente il più importante e diffuso esempio, i cat bond permettono il trasferimento dei rischi assicurativi basandosi sullo stesso principio che regola le obbligazioni tradizionali (ossia il rischio di default), ma con la particolarità di avere un payoff dipendente dai diversi meccanismi di attivazione (triggers) oggetto di scelta (indici di perdita, ammontare totale di perdita, triggers ibridi, ecc.). In continua evoluzione negli ultimi anni, al punto di diventare attore importante nel processo di gestione del capitale nel settore assicurativo tradizionale, il mercato delle obbligazioni catastrofali è destinato ad un ulteriore sviluppo, supportato dal parere comune secondo il quale tali titoli sono in grado di apportare importanti vantaggi di diversificazione a portafogli costituiti da altre classi di attività. Numerosi sono, infatti, i vantaggi esaltati: (1) una probabilità di perdita molto bassa; (2) un indice di Sharpe comunemente superiore a quello della maggior parte delle obbligazioni tradizionali; (3) il fatto di essere, secondo molti esperti, attività con beta pari a zero, incorrelati cioè con l'andamento dei normali settori economici. L'obiettivo di questa tesi è lo studio rigoroso di queste affermazioni.

Introdotte ed analizzate le principali caratteristiche (struttura, emissione, pricing, ecc.) dei cat bond, si è condotta una valutazione delle correlazioni condizionali - costanti e dinamiche - dei suddetti titoli catastrofali con altre classi di attività tradizionali. I risultati di tale analisi confermano le aspettative: sia in periodi storici caratterizzati da relativa stabilità economica che in periodi economicamente turbolenti (nello specifico il biennio pandemico 2020-2021) i cat bond mostrano una netta incorrelazione con l'andamento del mercato finanziario mondiale, dimostrandosi totalmente immuni dai fenomeni socio-economici che si sono succeduti a seguito della diffusione del COVID-19 e che hanno determinato, al contrario, una brusca variazione delle quotazioni dei restanti titoli analizzati.

In seguito, i potenziali vantaggi di diversificazione proposti sono stati testati costruendo portafogli d'investimento classici (sulla base di quattro differenti modelli di allocazione) con e senza l'inserimento del titolo catastrofale al loro interno. Ancora una volta, l'analisi è stata sviluppata tenendo conto di due diversi periodi storici, ciascuno rappresen-

tativo di un diverso stato dei mercati mondiali (periodo pre e post diffusione della pandemia). I risultati indicano rendimenti sensibilmente inferiori per i portafogli catastrofali ma volatilità e deviazioni standard assolutamente più favorevoli. In periodi economicamente stabili (il periodo pre-crisi) ciò si traduce in sharpe ratio pressoché simili tra i diversi portafogli; al contrario, nell'orizzonte temporale pandemico i rapporti di sharpe (e quindi i rendimenti ottenibili a parità di rischio) sono nettamente superiori per i portafogli al cui interno è inserito l'indice cat, prova del miglioramento di performance che tali strumenti assicurano, soprattutto in periodi di grave turbolenza finanziaria.

Infine, con l'obiettivo di verificarne profitti e rischi, si è simulato un semplice investimento con strategia di allocazione del capitale disponibile (fra cat bond e titoli classici) basata sui pesi ottimi predeterminati. In particolare, si è previsto l'acquisto delle azioni alla data del 31/12/2019 e due anni dopo, il 31/12/2021, si è calcolato il valore del portafoglio in essere. I risultati evidenziano una riduzione del profitto netto ottenibile quando l'indice catastrofale è inserito nel portafoglio tradizionale. Tuttavia, coerentemente con quanto già evidenziato, l'investimento parziale in cat bond assicura valori di volatilità nel periodo nettamente inferiori. Nondimeno, anche i valori del beta di portafoglio sono minori quando si investe in cat bond, significando che quest'ultimi contribuiscono attivamente alla riduzione della dipendenza dal mercato. Tali risultati, pur supportando l'esistenza dei vantaggi di diversificazione finora ipotizzati, mostrano un *trade off* in termini di rischio-rendimento: la percentuale investita in cat bond deve essere strettamente legata alle aspettative di ogni singolo investitore, poiché la volontà di ottenere un minor rischio complessivo di portafoglio determina rendimenti e profitti sensibilmente inferiori.

Bibliografia

- [1] Giorgio Aprile. *Ottimizzazione di portafoglio: benefici dell'approccio bayesiano di Black & Litterman= Portfolio optimization: benefits of Black & Litterman's Bayesian approach*. PhD thesis, Politecnico di Torino, 2020.
- [2] Massimo Arnone, Michele Leonardo Bianchi, Anna Grazia Quaranta, and Gian Luca Tassinari. Catastrophic risks and the pricing of catastrophe equity put options. *Computational Management Science*, 18(2):213–237, 2021.
- [3] Francesca Bertone. *Le obbligazioni catastrofali tra rischio nat-cat e rischio informatico*. 2019.
- [4] Lucia Bevere, Anna Ehrler, Vineet Kumar, Roman Lechner, Alexandra Schelbert, Maria Schwartz, and Rajeev Sharan. *Natural Catastrophes and Man-made Disasters in 2018: "secondary" Perils on the Frontline*. Swiss Re Institute, 2019.
- [5] Neil M Bodoff and Yunbo Gan. An analysis of the market price of cat bonds. In *CAS E-Forum*. Citeseer, 2009.
- [6] Sylvie Bouriaux and Richard MacMinn. Securitization of catastrophe risk: New developments in insurance-linked securities and derivatives. *Journal of Insurance Issues*, pages 1–34, 2009.
- [7] Alexander Braun. Pricing catastrophe swaps: A contingent claims approach. *Insurance: Mathematics and Economics*, 49(3):520–536, 2011.
- [8] Alexander Braun. Determinants of the cat bond spread at issuance. *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft*, 101(5):721–736, 2012.

- [9] Eduardo Canabarro, Markus Finkemeier, Richard R Anderson, and Fouad Ben-dimerad. Analyzing insurance-linked securities. *The Journal of Risk Finance*, 2000.
- [10] Peter Carayannopoulos and M Fabricio Perez. Diversification through catastrophe bonds: lessons from the subprime financial crisis. *The Geneva Papers on Risk and Insurance-Issues and Practice*, 40(1):1–28, 2015.
- [11] Steven P Clark, Mike Dickson, and Faith Roberts Neale. Portfolio diversification effects of catastrophe bonds. *Available at SSRN 2806432*, 2016.
- [12] Laura-Gabriela Constantin. Portfolio diversification through structured catastrophe bonds amidst the financial crisis. *Petroleum-Gas University of Ploiesti Bulletin, Economic Sciences Series*, 63(3), 2011.
- [13] Major Contributors, Patricia Grossi, Howard Kunreuther, and Don Windeler. –an introduction to catastrophe models and insurance. *Catastrophe Modeling: A New Approach to Managing Risk*, page 23, 2006.
- [14] GD Coughlan, PM Barrieu, and L Albertini. The handbook of insurance linked securities. 2009.
- [15] Samuel H Cox and Hal W Pedersen. Catastrophe risk bonds. *North American Actuarial Journal*, 4(4):56–82, 2000.
- [16] J David Cummins. Reinsurance for natural and man-made catastrophes in the united states: Current state of the market and regulatory reforms. *Risk Management and Insurance Review*, 10(2):179–220, 2007.
- [17] J David Cummins. Cat bonds and other risk-linked securities: state of the market and recent developments. *Risk management and insurance review*, 11(1):23–47, 2008.
- [18] J David Cummins. Cat bonds and other risk-linked securities: Product design and evolution of the market. *Available at SSRN 1997467*, 2012.
- [19] J David Cummins and Philippe Trainar. Securitization, insurance, and reinsurance. *Journal of Risk and Insurance*, 76(3):463–492, 2009.

- [20] J David Cummins and Mary A Weiss. Convergence of insurance and financial markets: Hybrid and securitized risk-transfer solutions. *Journal of Risk and Insurance*, 76(3):493–545, 2009.
- [21] Claudia De Matteis. Le insurance linked securities: strumenti di investimento alternativi. 2013.
- [22] Karl Demers-Bélanger and Van Son Lai. Diversification benefits of cat bonds: An in-depth examination. *Financial Markets, Institutions & Instruments*, 29(5):165–228, 2020.
- [23] Patrick Dolan and Norton Rose Fulbright US LLP. Structured finance and securitisation 2019. *Law Business Research*, 2019.
- [24] Alejandro Drexler and Richard Rosen. Exposure to catastrophe risk and use of reinsurance: an empirical evaluation for the us. *The Geneva Papers on Risk and Insurance-Issues and Practice*, pages 1–22, 2020.
- [25] David Durbin. Managing natural catastrophe risks: The structure and dynamics of reinsurance. *The Geneva Papers on Risk and Insurance. Issues and Practice*, 26(2):297–309, 2001.
- [26] Michael Edesess. Catastrophe bonds: An important new financial instrument. *Alternative Investment Analyst Review*, 4(3), 2015.
- [27] Frank J Fabozzi, Harry M Markowitz, Petter N Kolm, and Francis Gupta. Mean-variance model for portfolio selection. *Encyclopedia of Financial Models*, 2012.
- [28] Christiano Alves Farias, Wilson da Cruz Vieira, and Maurinho Luiz dos Santos. Portfolio selection models: comparative analysis and applications to the brazilian stock market. *Revista de Economia e Agronegócio/Brazilian Review of Economics and Agribusiness*, 4(822-2016-54112):387–407, 2006.
- [29] Simone Forghieri. Portfolio optimization using cvar. 2014.
- [30] Kenneth Froot, Brian Murphy, Aaron Stern, and Stephen Usher. The emerging asset class: insurance risk. *Special Report from Guy Carpenter and Company, Inc*, 24(3):19–28, 1995.

- [31] Kenneth A Froot. Risk management and insurance. *NBER Reporter Online*, (Summer 1999):18–21, 1999.
- [32] Marcello Galeotti, Marc Gürtler, and Christine Winkelvos. Accuracy of premium calculation models for cat bonds—an empirical analysis. *Journal of Risk and Insurance*, 80(2):401–421, 2013.
- [33] Manfred Gilli et al. An application of extreme value theory for measuring financial risk. *Computational Economics*, 27(2):207–228, 2006.
- [34] Marc Gürtler, Martin Hibbeln, and Christine Winkelvos. The impact of the financial crisis and natural catastrophes on cat bonds. *Journal of Risk and Insurance*, 83(3):579–612, 2016.
- [35] Rainer Helfenstein and Thomas Holzheu. *Securitization-new opportunities for insurers and investors*. Swiss Reinsurance Company, Economic Research & Consulting, 2006.
- [36] Robert E Hoyt and Kathleen A McCullough. Catastrophe insurance options: Are they zero-beta assets? *Journal of Insurance Issues*, pages 147–163, 1999.
- [37] Ahmed Imran Hunjra, Suha Mahmoud Alawi, Sisira Colombage, Uroosa Sahito, and Mahnoor Hanif. Portfolio construction by using different risk models: A comparison among diverse economic scenarios. *Risks*, 8(4):126, 2020.
- [38] Vitaliy Kisil. *Approcci alla selezione di portafoglio per piccoli investitori*. 2016.
- [39] Hiroshi Konno and Tomoyuki Koshizuka. Mean-absolute deviation model. *Iie Transactions*, 37(10):893–900, 2005.
- [40] Hiroshi Konno and Hiroaki Yamazaki. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to tokyo stock market. *Management science*, 37(5):519–531, 1991.
- [41] Rodney Kreps. Investment-equivalent reinsurance pricing. *Chapter*, 6:77–104, 1998.

- [42] Pavlo Krokmal, Jonas Palmquist, and Stanislav Uryasev. Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints. *Journal of risk*, 4:43–68, 2002.
- [43] Yoram Kroll, Haim Levy, and Harry Markowitz. Mean-variance versus direct utility maximization. *Journal of Finance*, 39(1):47–61, 1984.
- [44] Morton N Lane. Pricing risk transfer transactions1. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 30(2):259–293, 2000.
- [45] Morton N Lane and Roger G Beckwith. Review of trends in insurance securitization april 2002 to march 2003. *The Journal of Risk Finance*, 2003.
- [46] Robert H Litzenberger, David R Beaglehole, and Craig E Reynolds. Assessing catastrophe reinsurance-linked securities as a new asset class. *Journal of Portfolio Management*, page 76, 1996.
- [47] Zong-Gang Ma and Chao-Qun Ma. Pricing catastrophe risk bonds: A mixed approximation method. *Insurance: Mathematics and Economics*, 52(2):243–254, 2013.
- [48] Harry M Markowitz. Portfolio selection, 1959. *Journal of Finance*, 7:7791, 1952.
- [49] Harry M Markowitz. Portfolio selection. In *Portfolio selection*. Yale university press, 1968.
- [50] Vladimir Njegomir and Jelena Ćirić. Investment portfolio optimization by investments in catastrophe bonds. *Facta universitatis-series: Economics and Organization*, 9(4):441–455, 2012.
- [51] Vladimir Njegomir and Rado Maksimović. Risk transfer solutions for the insurance industry. *Economic annals*, 54(180):57–90, 2009.
- [52] Piotr Nowak and Maciej Romaniuk. Pricing and simulations of catastrophe bonds. *Insurance: Mathematics and Economics*, 52(1):18–28, 2013.
- [53] Annamaria Olivieri and Ermanno Pitacco. *Introduction to insurance mathematics: technical and financial features of risk transfers*. Springer, 2015.

- [54] Dimitris Papachristou. Statistical analysis of the spreads of catastrophe bonds at the time of issue. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 41(1):251–277, 2011.
- [55] Ilaria Piantedosi. Cat bonds and pandemic bonds: the world bank unique experience and the new challenge for the insurance industry. 2020.
- [56] Cullen O Roche. Understanding modern portfolio construction. *Available at SSRN 2740027*, 2016.
- [57] R Tyrrell Rockafellar, Stanislav Uryasev, et al. Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, 2:21–42, 2000.
- [58] Gianmarco Savino. La gestione del rischio alluvionale mediante i catastrophe bonds. 2020.
- [59] J Shao, A Papaioannou, and A Pantelous. Pricing and simulating cat bonds in a markov-dependent environment. *Preprint*, 2016.
- [60] Zhengru Tao. Zero-beta characteristic of cat bonds. In *2011 Fourth International Conference on Business Intelligence and Financial Engineering*, pages 641–644. IEEE, 2011.
- [61] Victor E Vaugirard. Pricing catastrophe bonds by an arbitrage approach. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 43(1):119–132, 2003.
- [62] Shaun Wang. Insurance pricing and increased limits ratemaking by proportional hazards transforms. *Insurance: Mathematics and Economics*, 17(1):43–54, 1995.
- [63] Shaun Wang. Implementation of proportional hazards transforms in ratemaking. In *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, volume 85, pages 940–979. Citeseer, 1998.
- [64] Shaun S Wang. A class of distortion operators for pricing financial and insurance risks. *Journal of risk and insurance*, pages 15–36, 2000.
- [65] Shaun S Wang. Cat bond pricing using probability transforms. *Geneva Papers: Etudes et Dossiers*, 278:19–29, 2004.

- [66] Anne M Wein, Joseph L Jones, Laurie A Johnson, Cynthia Kroll, Jennifer A Strauss, David Witkowski, and Dale A Cox. The haywired earthquake scenario—societal consequences. Technical report, US Geological Survey, 2021.
- [67] Martin R Young. A minimax portfolio selection rule with linear programming solution. *Management science*, 44(5):673–683, 1998.
- [68] Virginia R Young. Pricing in an incomplete market with an affine term structure. *Mathematical Finance: An International Journal of Mathematics, Statistics and Financial Economics*, 14(3):359–381, 2004.
- [69] Ngouffo Zangue and Jaures Poppo. Evaluating catastrophe risk and cat bonds pricing methods. 2016.
- [70] Majid Zanjirdar. Overview of portfolio optimization models. *Advances in Mathematical Finance and Applications*, 5(4):419–435, 2020.
- [71] Yang Zhao, Jin-Ping Lee, and Min-Teh Yu. Catastrophe risk, reinsurance and securitized risk-transfer solutions: a review. *China Finance Review International*, 2021.
- [72] Mariavittoria Zocche. Asset allocation e ottimizzazione di portafoglio: tra teoria e applicazione. 2016.

I Codice Python

```
1 import numpy as np
2 import pandas as pd
3 import yfinance as yf
4 import warnings
5 import scipy
6 from scipy.stats.stats import pearsonr
7 import statsmodels.api as sm
8 import matplotlib.pyplot as plt
9 import seaborn as sns
10 import riskfolio as rp
11 from math import floor
12 from matplotlib import style
13 from matplotlib import rcParams
14 from datetime import date
15 data=pd.read_excel('data.xlsx', index_col=0)
16 data=data.dropna()
17 data=data.iloc[::-1, :]
18
19 #Analisi preliminare - Intero campione
20 assets = ['BCOMTR', 'MSCI', 'LEGATRUU', 'MSRE', 'EUROSTOXX50',
21          , 'SRGLTTR']
22 returns= data[assets].pct_change().dropna()
23 returns=returns. iloc[:, :]
24 #Plot prezzi chiusura settimanali
25 fig, ax = plt.subplots(figsize=(15,8))
26 for i in data.columns.values :
27     ax.plot(data[i], label = i)
28 ax.set_xlabel('Date', fontsize=18)
29 ax.set_ylabel('Close Price' , fontsize=18)
30 ax.legend(data.columns.values , loc = 'upper left' , fontsize
31          =18)
32 plt.show(fig)
```



```

31
32 #Annualized Returns
33 annualized_returns_whole=returns.mean()*52
34 annualized_returns_whole
35 #Annualized Std
36 annualized_std_whole=returns.std()* np.sqrt(52)
37 annualized_std_whole
38 #sharpe ratio
39 sharpe_ratio_whole = annualized_returns_whole /
    annualized_std_whole
40 returns.skew()
41 returns.kurt()
42
43 #Analisi preliminare - Periodo covid
44 assets = ['BCOMTR', 'MSCI', 'LEGATRUU', 'MSRE', 'EUROSTOXX50',
    , 'SRGLTTR']
45 returns_covid= data[assets].pct_change().dropna()
46 returns_covid=returns_covid. iloc[261:366, :]
47 returns_covid
48 #Annualized Returns
49 annualized_returns_covid=returns_covid.mean()*52
50 annualized_returns_covid
51 #Annualized Std
52 annualized_std_covid=returns_covid.std()* np.sqrt(52)
53 annualized_std_covid
54 #sharpe ratio
55 sharpe_ratio_covid = annualized_returns_covid /
    annualized_std_covid
56 print(sharpe_ratio_covid)
57 returns_covid.skew()
58 returns_covid.kurt()
59
60 #Analisi preliminare - Periodo pre-covid
61 assets = ['BCOMTR', 'MSCI', 'LEGATRUU', 'MSRE', 'EUROSTOXX50'

```

```

    , 'SRGLTTR']
62 returns_precovid= data[assets].pct_change().dropna()
63 returns_precovid=returns_precovid. iloc[:261, :]
64 #Annualized Returns
65 annualized_returns_precovid=returns_precovid.mean()*52
66 print(annualized_returns_precovid)
67 #Annualized Std
68 annualized_std_precovid=returns_precovid.std()* np.sqrt(52)
69 print(annualized_std_precovid)
70 #sharpe ratio
71 sharpe_ratio_precovid = annualized_returns_precovid /
    annualized_std_precovid
72 print(sharpe_ratio_precovid)
73 returns_precovid.skew()
74 returns_precovid.kurt()
75
76 #Analisi della correlazione intero periodo
77 corr_matrix=returns.corr()
78 plt.style.use('default')
79 sns.heatmap(corr_matrix, annot = True, linewidths = 0.5)
80 plt.title("Corr Periodo Intero")
81 plt.savefig('Corr_periodointero.png')
82 plt.show()
83
84 #Analisi della correlazione periodo pandemico
85 corr_matrix_covid=returns_covid.corr()
86 plt.style.use('default')
87 sns.heatmap(corr_matrix_covid, annot = True, linewidths =
    0.5)
88 plt.title("Corr Periodo pandemico")
89 plt.savefig('Corr_periodopost.png')
90 plt.show()
91
92 #Analisi della correlazione periodo pre-pandemia

```

```

93 corr_matrix_precovid=returns_precovid.corr()
94 plt.style.use('default')
95 sns.heatmap(corr_matrix_precovid, annot = True, linewidths =
    0.5)
96 plt.title("Corr Periodo Pre-pandemia")
97 plt.savefig('Corr_periodopre.png')
98 plt.show()
99
100 #Analisi di Portafoglio
101 data2cat=pd.read_excel('datatitolicat.xlsx', index_col=0)
102 data2cat=data2cat.dropna()
103 data2cat=data2cat.iloc[:, :-1, :]
104 data2nocat=pd.read_excel('datatitolinocat.xlsx', index_col=0)
105 data2nocat=data2nocat.dropna()
106 data2nocat=data2nocat.iloc[:, :-1, :]
107
108 #Whole period portfolio CAT
109 cat_assets = data2cat.columns
110 returns_whole_cat= data2cat[cat_assets].pct_change().dropna()
111 returns_whole_cat=returns_whole_cat.iloc[:, :]
112 wholecatport = rp.Portfolio(returns=returns_whole_cat)
113 method_mu='hist'
114 method_cov='hist'
115 wholecatport.assets_stats(method_mu=method_mu, method_cov=
    method_cov, d=0.94)
116
117 # Estimate optimal portfolio:
118 model='Classic'
119 obj = 'Sharpe'
120 hist = True
121 rf = -0.0032
122 l = 0
123 rms = ['MV', 'MAD', 'CVaR', 'WR']
124 w_wholecat= pd.DataFrame([])

```

```

125 for i in rms:
126     w = wholecatport.optimization(model=model, rm=i, obj=obj,
    rf=rf, l=1, hist=hist)
127     w_wholecat = pd.concat([w_wholecat, w], axis=1)
128 w_wholecat.columns = rms
129 w_wholecat.style.format("{:.2%}").background_gradient(cmap='
    YlGn')
130 dfi.export(w_wholecat.style.format("{:.2%}").
    background_gradient(cmap='YlGn'), 'wholecatport.png')
131
132 #Whole period portfolio no CAT
133 nocat_assets = data2nocat.columns
134 returns_whole_nocat= data2nocat[nocat_assets].pct_change().
    dropna()
135 returns_whole_nocat=returns_whole_nocat.iloc[:, :]
136 wholenocatport = rp.Portfolio(returns=returns_whole_nocat)
137 method_mu='hist'
138 method_cov='hist'
139 wholenocatport.assets_stats(method_mu=method_mu, method_cov=
    method_cov, d=0.94)
140
141 # Estimate optimal portfolio:
142 model='Classic'
143 obj = 'Sharpe'
144 hist = True
145 rf = -0.0032
146 l = 0
147 rms = ['MV', 'MAD', 'CVaR', 'WR']
148 w_wholenocat = pd.DataFrame([])
149 for i in rms:
150     w = wholenocatport.optimization(model=model, rm=i, obj=
    obj, rf=rf, l=1, hist=hist)
151     w_wholenocat = pd.concat([w_wholenocat, w], axis=1)
152 w_wholenocat.columns = rms

```

```

153 w_wholenocat.style.format("{:.2%}").background_gradient(cmap=
    'YlGn')
154 dfi.export(w_wholenocat.style.format("{:.2%}").
    background_gradient(cmap='YlGn'), 'wholenocatport.png')
155
156 #Frontier
157 warnings.filterwarnings("ignore")
158 pd.options.display.float_format = '{:.4%}'.format
159 points = 100 # Number of points of the frontier
160 frontiernocat = wholenocatport.efficient_frontier(model=model
    , rm='MV', points=points, rf=rf, hist=hist)
161 label1 = 'Max Risk Adjusted Return Portfolio, No Cat Model' #
    Title of point
162 mu = wholenocatport.mu # Expected returns
163 cov = wholenocatport.cov # Covariance matrix
164 frontiercat = wholecatport.efficient_frontier(model=model, rm
    ='MV', points=points, rf=rf, hist=hist)
165 label2 = 'Max Risk Adjusted Return Portfolio, Cat Model' #
    Title of point
166 mu2 = wholecatport.mu # Expected returns
167 cov2 = wholecatport.cov # Covariance matrix
168 ax1 = rp.plot_frontier(w_frontier=frontiernocat, mu=mu, cov=
    cov, returns=returns_whole_nocat, rm='MV',
169     rf=rf, alpha=0.05, cmap='magma', w=pd.
    DataFrame(w_wholenocat.MV), label=label1,
170     marker='X', s=10, c='r', height=6,
    width=10, ax=None)
171 ax2 = rp.plot_frontier(w_frontier=frontiercat, mu=mu2, cov=
    cov2, returns=returns_whole_cat, rm='MV',
172     rf=rf, alpha=0.05, cmap='Greens', w=pd.
    DataFrame(w_wholecat.MV), label=label2,
173     marker='*', s=10, c='r', height=6,
    width=10, ax=None)
174

```

```

175 #Whole period portfolio CAT performance, MV model
176 weights_wholecatMV=w_wholecat.MV
177 port_ret_wholecat = (returns_whole_cat * weights_wholecatMV).
    sum(axis = 1) #port returns whole cat MV model
178 cumulative_ret_wholecat = (port_ret_wholecat + 1).cumprod()
179 fig = plt.figure()
180 ax1 = fig.add_axes([0.1,0.1,0.8,0.8])
181 ax1.plot(cumulative_ret_wholecat)
182 ax1.set_xlabel('Date')
183 ax1.set_ylabel("Cumulative Returns")
184 ax1.set_title("Cumulative Returns Whole Period Cat Bond
    Portfolio, MV model")
185 plt.show();
186
187 #Whole period portfolio no CAT performance, MV model
188 weights_wholenocatMV=w_wholenocat.MV
189 port_ret_wholenocat = (returns_whole_nocat *
    weights_wholenocatMV).sum(axis = 1) #port returns whole no
    cat MV model
190 cumulative_ret_wholenocat = (port_ret_wholenocat + 1).cumprod
    ()
191 fig = plt.figure()
192 ax1 = fig.add_axes([0.1,0.1,0.8,0.8])
193 ax1.plot(cumulative_ret_wholenocat)
194 ax1.set_xlabel('Date')
195 ax1.set_ylabel("Cumulative Returns")
196 ax1.set_title("Cumulative Returns Whole Period No Cat Bond
    Portfolio, MV model")
197 plt.show();

```

II Codice R

```
1 library(zoo)
2 library(rugarch)
3 library(e1071)
4 library(rmgarch)
5 library(tseries)
6 library(FinTS)
7 library(ccgarch2)
8
9 BCOMTR=rev(data$BCOMTR)
10 rBCOMTR=diff(log(BCOMTR))
11
12 MSCI=rev(data$MSCI)
13 rMSCI=diff(log(MSCI))
14
15 LEGATRUU=rev(data$LEGATRUU)
16 rLEGATRUU=diff(log(LEGATRUU))
17
18 MSRE=rev(data$MSRE)
19 rMSRE=diff(log(MSRE))
20
21 EUROSTOXX50=rev(data$EUROSTOXX50)
22 rEUROSTOXX50=diff(log(EUROSTOXX50))
23
24 SRGLTTR=rev(data$SRGLTTR)
25 rSRGLTTR=diff(log(SRGLTTR))
26
27 uspec=ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(0,0)),
28                 variance.model = list(garchOrder=c(1,1), model="sGARCH"),
29                 distribution.model = "norm")
30 spec1=dccspec(uspec=multispec(replicate(2,uspec)), dccOrder=c
31              (1,1), distribution="mvnorm")
32 fit1=dccfit(spec1,data=data.frame(rSRGLTTR,rBCOMTR))
```

```

30 fit2=dccfit(spec1,data=data.frame(rSRGLTTR,rLEGATRUU))
31 fit3=dccfit(spec1,data=data.frame(rSRGLTTR,rMSCI))
32 fit4=dccfit(spec1,data=data.frame(rSRGLTTR,rMSRE))
33 fit5=dccfit(spec1,data=data.frame(rSRGLTTR,rEUROSTOXX50))
34
35 dates=rev(data$Date)
36 dates=dates[-1]
37 par(mfrow = c(3, 2))
38 cor1=rcor(fit1)
39 cor1[, ,dim(cor1)[3]]
40 corSRGLTTR_BCOM=cor1[2,1,]
41 plot1=plot.ts(x=as.yearmon(dates), y=corSRGLTTR_BCOM, type='
    hist', col='green', xlab='Date', ylab='Conditional
    Correlation', main='Corr CAT/BCOMTR')
42
43 cor2=rcor(fit2)
44 cor2[, ,dim(cor2)[3]]
45 corSRGLTTR_LEGATRUU=cor2[2,1,]
46 plot2=plot.ts(x=as.yearmon(dates), y=corSRGLTTR_LEGATRUU,
    type='hist', col='red',xlab='Date', ylab='Conditional
    Correlation', main='Corr CAT/LEGATRUU')
47
48 cor3=rcor(fit3)
49 cor3[, ,dim(cor3)[3]]
50 corSRGLTTR_MSCI=cor3[2,1,]
51 plot3=plot.ts(x=as.yearmon(dates), y=corSRGLTTR_MSCI, type='
    hist', col='blue',xlab='Date', ylab='Conditional
    Correlation', main='Corr CAT/MSCI')
52
53 cor4=rcor(fit4)
54 cor4[, ,dim(cor4)[3]]
55 corSRGLTTR_MSRE=cor4[2,1,]
56 plot4=plot.ts(x=as.yearmon(dates), y=corSRGLTTR_MSRE, type='
    hist', col='orange',xlab='Date', ylab='Conditional

```



```
Correlation', main='Corr CAT/MSRE')
57
58 cor5=rcor(fit5)
59 cor5[, ,dim(cor5)[3]]
60 corSRGLTTR_EUROSTOXX50=cor5[2,1,]
61 plot5=plot.ts(x=as.yearmon(dates), y=corSRGLTTR_EUROSTOXX50,
               type='hist', col='purple', xlab='Date', ylab='Conditional
               Correlation', main='Corr CAT/EUROSTOXX50')
```