



Università
Ca' Foscari
Venezia

Corso di Laurea Magistrale
in:
Economia e Gestione delle Arti e delle Attività Culturali
(EGArt)

Tesi di Laurea

**Diversificare il portafoglio
tramite beni artistici.**

Uno studio attraverso il modello di Markowitz

Primo Relatore

Ch.ma Prof.ssa Stefania Funari

Secondo Relatore

Ch.ma Prof.ssa Diana Barro

Laureando

Guglielmo Alessandro Visentin
Matricola 870735

Anno accademico

2021/2022

INDICE

INTRODUZIONE.....	5
CAPITOLO 1. IL MERCATO DELL' ARTE SECONDO UNA PROSPETTIVA FINANZIARIA.....	9
1.1. Confronto tra mercato dell'arte e mercato finanziario.....	9
1.2. Alcuni dati sul mercato dell'arte internazionale.....	15
CAPITOLO 2. PRINCIPALI METODOLOGIE DI ANALISI DEGLI ASPETTI FINANZIARI DEL MERCATO DELL' ARTE.....	21
2.1. Le metodologie per la costruzione degli indici dei prezzi del mercato dell'arte....	22
2.1.1. Il metodo della regressione edonica.....	22
2.1.2. Il metodo della regressione delle vendite ripetute.....	25
2.2. Il modello di Markowitz per la determinazione del portafoglio ottimo.....	27
2.3. Il Capital Asset Pricing Model (CAPM) per la misurazione del rischio sistematico del mercato dell'arte.....	37
Appendice.....	46
A2.1. Varianza del portafoglio.....	46
A2.2. Risoluzione di un problema di portafoglio ottimo.....	47
A2.3. Derivazione del Capital Asset Pricing Model (CAPM).....	49
CAPITOLO 3. LA LETTERATURA FINANZIARIA SUL MERCATO DELL'ARTE.....	53
3.1. I primi studi sugli aspetti finanziari del mercato dell'arte (1961-1989).....	53
3.2. Gli studi più recenti (1990-2021).....	65
3.2.1. Studi su rendimento e rischio nel mercato dell'arte e confronto con il mercato finanziario.....	65
3.2.2. Studi sulla diversificazione del portafoglio tramite beni d'arte.....	82
3.2.3. Studi sul rischio sistematico del mercato dell'arte.....	115
CAPITOLO 4. ANALISI EMPIRICA DI PORTAFOGLI DIVERSIFICATI TRAMITE BENI ARTISTICI.....	123

4.1. Dati considerati, analisi descrittiva e della correlazione.....	123
4.2. Metodologia e risultati.....	129
4.2.1. Analisi delle scelte di portafoglio tra 2007 e 2021.....	129
4.2.2. Analisi delle scelte di portafoglio tra la Grande recessione e la crisi pandemica.....	142
CAPITOLO 5. IL MODELLO MEDIA-CVaR COME ALTERNATIVA AL MODELLO DI MARKOWITZ.....	151
5.1. Le misure di rischio coerenti e il modello media-CVaR.....	151
5.2. Applicazione del modello media-CVaR ad un portafoglio diversificato con beni d'arte.....	158
Appendice.....	174
A5.1. Test di Mardia per la normalità di una distribuzione multivariata.....	174
CONCLUSIONI.....	175
APPENDICE. CODICI MATLAB E STATA.....	179
INDICE DELLE TABELLE.....	185
INDICE DELLE FIGURE.....	189
BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA.....	193
RINGRAZIAMENTI.....	205

INTRODUZIONE

Quando un individuo che detiene ricchezza è intenzionato ad investire una parte nel mercato finanziario, una pratica comune è di "non mettere tutte le uova nello stesso paniere". Se infatti l'individuo impiega tutta la propria ricchezza nell'acquisto di una sola attività finanziaria egli è esposto ad un alto livello di rischio, poiché, se il titolo perde valore, la perdita di ricchezza totale equivale alla perdita di valore del titolo. Se invece distribuisce la propria ricchezza tra più attività finanziarie, l'individuo è più protetto dall'andamento sfavorevole di un singolo titolo.

La pratica appena descritta prende il nome di diversificazione del portafoglio, la quale diventa più efficace quanto più le attività finanziarie in cui si è investito sono tra loro non correlate. Si pensi infatti a due individui, uno dei quali investe solo in titoli di imprese appartenenti al settore automobilistico, mentre l'altro compra titoli di imprese appartenenti, oltre che al settore automobilistico, al settore dei trasporti, petrolchimico, farmaceutico e così via. Entrambi gli individui hanno diversificato il portafoglio ma il primo investitore è meno assicurato contro eventuali perdite rispetto al secondo. Se infatti il settore automobilistico fronteggia un generale momento di crisi, il primo investitore incorre in ingenti perdite, mentre il secondo perde solo una parte della propria ricchezza, che può essere eventualmente recuperata qualora uno degli altri settori, ad esempio quello farmaceutico, sia in crescita. Gli andamenti dei titoli di imprese che competono nello stesso settore sono infatti più legati tra loro rispetto a quelli di imprese che operano in diversi mercati, come notato da Harry Markowitz, vincitore del Premio Nobel per l'Economia nel 1990. Perciò, al diminuire della correlazione tra i titoli del portafoglio aumenta il beneficio della diversificazione.

Per diversificare il portafoglio, l'investitore può ricorrere non solo agli strumenti finanziari convenzionali, quali le azioni e le obbligazioni, ma anche ad una serie di asset che costituiscono un'alternativa a quelli appena citati, quali ad esempio gli immobili e l'oro. Tra questi vi sono anche i beni d'arte, i quali possono essere acquistati a fini di investimento e possono perciò essere considerati uno strumento finanziario. La diffusione da parte dei mass media degli alti prezzi di aggiudicazione in asta realizzati da alcune opere d'arte ha attirato già da anni l'interesse degli investitori per questo

mercato, alimentando la credenza popolare secondo la quale l'investimento nel mercato dell'arte generi elevati rendimenti finanziari. Questa convinzione è stato oggetto di attenzione anche da parte di alcuni economisti, i quali si sono impegnati a studiare e quantificare il rendimento dell'investimento nel mercato dell'arte.

Un aspetto invece meno indagato nella letteratura finanziaria è la diversificazione del portafoglio tramite beni d'arte. La diversificazione del portafoglio è però un tema molto importante in finanza ed oltre che analizzare il rendimento ed il rischio del singolo mercato dell'arte è opportuno studiarne la correlazione con gli altri mercati e la capacità dei beni d'arte di diversificare il portafoglio. L'obiettivo del presente lavoro di tesi è perciò quello di studiare se diversificare il portafoglio attraverso i beni d'arte conferisce beneficio all'investitore, in modo da ampliare i risultati ottenuti negli studi precedenti.

In questo lavoro di tesi si adotta un approccio di tipo empirico per studiare la diversificazione del portafoglio tramite beni d'arte. Viene perciò costruito un portafoglio composto da una serie di asset, tra cui i beni artistici, e si impiegano due differenti modelli di ottimizzazione del portafoglio, il modello di Markowitz ed il modello media-CVaR, per esaminare se l'arte viene inclusa nella combinazione di investimenti più efficiente.

Il lavoro di tesi è suddiviso in cinque capitoli. Nel Capitolo 1 viene definito l'oggetto di studio e viene presentata una breve trattazione del mercato dell'arte dal punto di vista finanziario. Vengono esposti in seguito alcuni dati relativi al mercato dell'arte internazionale.

Nel Capitolo 2 vengono illustrate le principali metodologie adoperate nella letteratura finanziaria per analizzare il rischio ed il rendimento del mercato dell'arte, la correlazione con gli altri mercati e la possibilità di diversificare il portafoglio attraverso beni artistici. Ampio spazio viene dedicato alla trattazione della teoria del portafoglio e al modello di Markowitz.

Nel Capitolo 3 viene effettuata una revisione della letteratura finanziaria che ha studiato quegli aspetti del mercato dell'arte menzionati nel Capitolo 2. Tale revisione è preliminare alle analisi empiriche condotte nei successivi capitoli e consente di confrontare i risultati ottenuti nel presente lavoro di tesi con quelli degli studi precedenti.

Nel Capitolo 4 vengono esposti ed analizzati i dati relativi a sette indici di prezzo nel periodo 2007-2021, rappresentativi di altrettanti mercati, tra cui quello dell'arte, per comporre un portafoglio. In seguito, per studiare empiricamente se l'investitore può trarre beneficio dall'inserire l'arte nel portafoglio, viene impiegato il modello di Markowitz. Esso consente di minimizzare il rischio del portafoglio, espresso da un indice chiamato varianza, dato un certo rendimento medio del portafoglio richiesto dall'investitore e viene utilizzato estensivamente negli studi menzionati nel Capitolo 3 che hanno condotto un'analisi di portafoglio composto da beni d'arte.

Nel Capitolo 5 viene illustrato un modello alternativo a quello di Markowitz, il modello media-CVaR, il quale utilizza come misura di rischio il *conditional value at risk* (abbreviato in CVaR) al posto della varianza. Nella letteratura finanziaria che si è occupata di studiare la diversificazione del portafoglio tramite beni artistici è stato privilegiato il modello di Markowitz e non sono state trovate applicazioni del modello media-CVaR per l'analisi di un portafoglio contenenti beni d'arte, ma dato che il CVaR è in grado di fornire un'informazione differente e, secondo alcuni economisti, più utile per l'investitore rispetto alla varianza, il modello media-CVaR è stato impiegato nel presente lavoro di tesi per studiare se misure di rischio diverse conducono a diverse allocazioni ottimali dei beni artistici all'interno del portafoglio.

CAPITOLO 1

IL MERCATO DELL' ARTE SECONDO UNA PROSPETTIVA FINANZIARIA

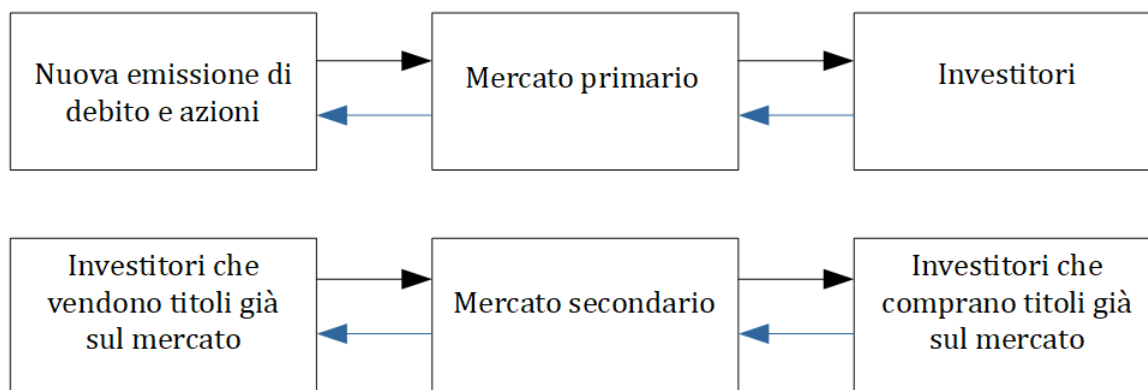
1.1. Confronto tra mercato dell'arte e mercato finanziario

Saunders e Cornett (2019) definiscono i *mercati finanziari* come strutture attraverso le quali transitano flussi finanziari. Essi rappresentano un'alternativa al prestito bancario attraverso la quale un'impresa può ottenere un finanziamento, sia emettendo debito (obbligazioni), sia cedendo una parte del capitale (azioni). Nel primo caso, l'impresa si impegna a rimborsare l'investitore e a pagargli un determinato interesse sulla somma prestata, mentre nel secondo caso coloro che detengono parte del capitale (azionisti) hanno diritto a partecipare agli utili di impresa, che qualora vengano distribuiti prendono il nome di *dividendi*.

Seguendo Hillier *et al.* (2021), i mercati finanziari sono divisi in *mercato monetario* e *mercato dei capitali*. Si parla di mercato monetario (*money market*) quando gli strumenti finanziari che vi sono scambiati vengono liquidati in breve termine, in genere meno di un anno, mentre se tali strumenti sono a lunga scadenza si parla di mercato dei capitali (*capital market*).

I mercati finanziari possono poi essere suddivisi in *mercato primario* e *mercato secondario*, dove nel primo caso le imprese ed i governi ottengono risorse finanziarie attraverso nuova emissione di strumenti finanziari, generalmente attraverso l'intermediazione delle *banche di investimento*, mentre nel secondo caso si tratta di un mercato dove vengono scambiati strumenti finanziari emessi in precedenza. I mercati secondari permettono agli investitori di scambiare titoli velocemente ed al valore di mercato e alle imprese di ottenere informazioni riguardo il valore di mercato dei propri strumenti finanziari emessi in precedenza. Inoltre, in questa maniera, il valore dell'impresa viene percepito dagli investitori, i quali ottengono così informazioni sulla bontà dei propri investimenti. Infine, i titoli scambiati sul mercato secondario sono più

*liquidi*¹ di quelli scambiati sul mercato primario. La *Figura 1.1* riassume il funzionamento del mercato primario e del mercato secondario.



Legenda:

→ trasferimento di strumenti finanziari (verso acquirenti)

← trasferimento di flussi finanziari (verso venditori)

Figura 1.1. Trasferimento di flussi e strumenti finanziari nel mercato primario e nel mercato secondario.
Adattamento da: Saunders e Cornett (2019)

Il mercato secondario può essere ulteriormente suddiviso in *mercato di dealer*, dove agenti economici detti *dealer* comprano e vendono titoli detenendone totalmente il rischio, e *mercato ad asta*, la cui funzione è avvicinare il lato della domanda di flussi finanziari a quello dell'offerta degli stessi. Come riportato in Pagano e Röell (1992), una differenza importante tra il mercato di dealer ed il mercato ad asta è data dal fatto che mentre nel primo i prezzi sono guidati dai dealer che quotano i prezzi di acquisto (*bid*) e di vendita (*ask*) di un titolo, nel secondo i prezzi si formano dall'incontro di domanda ed offerta presso il sistema centralizzato della borsa valori (*stock exchange*). Affinché le azioni di un'impresa possano essere scambiate presso una borsa valori, ossia che siano quotate, essa deve rispettare determinati criteri che dipendono dalla specifica borsa valori.

Anche i *beni artistici* sono stati oggetto di scambio nel corso della storia, come nota Gérard-Varet (1995), esattamente come gli strumenti finanziari. Sebbene si sia portati a

1 Un titolo è liquido se può essere convertito in denaro velocemente ed a valore di mercato.

pensare che le motivazioni dietro all'acquisto di oggetti d'arte siano prettamente di carattere estetico, poiché per tali beni esiste un mercato, essi possono essere acquistati anche per ragioni di carattere speculativo (Stein, 1977, Frey e Eichenberger, 1995 e Burton e Jacobsen, 1999). A tal proposito, McAndrew (2008) nota che l'arte è ora accettata come una valida alternativa di investimento ai più tradizionali strumenti finanziari e da cui gli investitori si attendono un rendimento positivo.

In modo analogo a Hillier *et al.* (2021), che preferiscono utilizzare il termine "mercati finanziari" al plurale piuttosto che al singolare, McAndrew (2008) asserisce che il mercato dell'arte, poiché composto da distinti mercati (per artista, per genere ecc.), non sia un'entità omogenea e dunque la locuzione corretta da utilizzare sia piuttosto, secondo la studiosa, "mercati dell'arte".

D'ora in poi nel presente elaborato, a meno che non sia specificato, quando ci si riferisce al termine "beni artistici" o "arte" si intendono tutti quegli oggetti che McAndrew (2008) racchiude sotto il termine *belle arti*², poiché essi costituiscono il preciso oggetto di studio dell'elaborato vista la crescita di valore di mercato, sia in termini assoluti sia rispetto al mercato delle arti decorative (es. mobili di pregio, ceramiche), le quali sono perciò escluse dall'analisi insieme ai beni collezionabili (es. auto d'epoca, vini).

Il mercato dell'arte possiede una serie di caratteristiche che lo distingue dal mercato finanziario, con il quale però ne condivide altre. Innanzitutto, presso il primo, vengono scambiati beni che incorporano valore storico ed estetico, i partecipanti detengono generalmente vaste risorse finanziarie a causa dell'*indivisibilità* dei beni d'arte, il gusto e l'elemento soggettivo influenzano notevolmente la dinamica dei prezzi (McAndrew, 2008), il profitto è basato solamente sul *capital gain*³ (Nauro e Barbosa, 2009) e il dividendo incassato dall'investitore è estetico piuttosto che monetario (Candela e Scorcu, 2004). Si consideri invece il mercato finanziario, presso il quale vengono scambiati titoli il cui solo valore è quello nominale (*face value*), per parteciparvi non è necessario detenere ampie risorse finanziarie poiché il valore di un generico titolo è decisamente inferiore a quello di un'opera d'arte (Worthington e Higgs, 2000),

2 "Fine art includes the basic categories of paintings, sculpture, works on paper (including watercolors, drawings, and photographs), and tapestries." McAndrew C. (2008), *Fine Art and High Finance*, Bloomberg Press, p. 1.

3 Come riportato in Bodie *et al.* (2013), il *capital gain* è la differenza (si assume positiva) tra il prezzo realizzato al momento della vendita dell'asset e il prezzo di acquisto dello stesso.

l'elemento soggettivo non influisce sulla valutazione dello strumento finanziario (McAndrew, 2008) ed i titoli scambiati, dal cui possesso l'investitore non trae alcun beneficio estetico, possono dare diritto a dividendi o cedole.

Secondo McAndrew (2008) i beni artistici sono considerabili *beni di lusso* e come tali l'elasticità della loro domanda rispetto al reddito⁴ degli investitori è elevata. Questo significa che un aumento della ricchezza degli agenti economici dovrebbe tradursi in una crescita del mercato dell'arte, in maniera simile a quanto avviene per il mercato finanziario (Goetzmann, 1993). I beni artistici sono anche *beni durevoli* (McAndrew, 2008), *beni pubblici* (Gérard-Varet, 1995) e *beni posizionali*⁵ (Mamarbachi *et al.*, 2009). La natura di beni di lusso, beni pubblici e beni posizionali degli oggetti scambiati presso il mercato dell'arte lo distingue dal mercato finanziario.

Altro tratto distintivo è riscontrabile nell'estrema eterogeneità dei beni d'arte: ognuno di essi è infatti unico e per questo motivo l'elemento soggettivo ed irrazionale gioca un ruolo chiave nella valutazione dell'oggetto, mentre gli strumenti finanziari non posseggono tale caratteristica e la componente irrazionale del decisore non influisce, secondo l'*ipotesi di mercato efficiente*, sulla disponibilità a pagare dell'investitore (si veda in proposito Fama, 1970). Gli studiosi di finanza comportamentale rigettano però la *teoria dell'utilità attesa*⁶, sulla quale si basa l'ipotesi di mercato efficiente, ritenendo che le decisioni degli investitori finanziari siano irrazionali e distorte.

Ulteriori caratteristiche del mercato dell'arte che lo distinguono dal mercato finanziario sono la minore trasparenza, che costringe gli analisti a prendere come riferimento le vendite realizzate presso le case d'asta e a tralasciare quelle avvenute presso altri operatori di mercato quali ad esempio le gallerie, i lunghi tempi di attesa tra la decisione

4 L'elasticità della domanda rispetto al reddito (ϵ_w) misura la variazione percentuale della domanda di un bene in risposta ad una variazione percentuale del reddito dei consumatori. Essa è calcolata come

$$\epsilon_w = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta w/w}$$
 dove ΔQ e Δw rappresentano, rispettivamente, la variazione della quantità domandata e la variazione del reddito dei consumatori, dalla quale si ricava che se $\epsilon_w > 1$ la domanda è altamente elastica (si veda Heilbrun e Gray, 2004).

5 Si definiscono *beni durevoli* quei beni di consumo che possono essere impiegati più volte nell'attività di consumo e produzione di altri beni (si veda ad esempio Santesso, 2010). I *beni pubblici* sono tali per le caratteristiche di *non escludibilità* e *non rivalità* come riportato in Candela e Scorcu (2004). Infine, i *beni posizionali* sono quei beni il cui consumo aumenta al crescere del loro prezzo (si veda Bernheim e Whinston, 2017).

6 La *teoria dell'utilità attesa* prevede che, qualora l'individuo non detenga informazione perfetta ed il risultato di una decisione sia dunque incerto, egli sceglierà, razionalmente, l'alternativa che gli consente di massimizzare l'utilità attesa, che è il valore atteso delle utilità associate ad ogni possibile esito. Si vedano in proposito Bernheim e Whinston (2017) e Sharma e Kumar (2019).

di vendita e la vendita effettiva (Worthington e Higgs, 2000), i maggiori costi di commissione e transazione (Ashenfelter, 1989 e Pesando, 1993), il minor numero di transazioni che si traduce in una minor liquidità, la presenza di costi aggiuntivi dovuti a conservazione, restauro ed assicurazione delle opere, rischi aggiuntivi dovuti alla fisicità delle stesse (McAndrew, 2008), il rischio che i gusti dei collezionisti cambino e che determinate opere non abbiano più mercato, che Goetzmann (1993) definisce *rischio stilistico*, ed infine vantaggi fiscali che derivano dal possesso e dalla cessione di beni d'arte (Frey e Eichenberger, 1995). Inoltre, i beni d'arte costituiscono un investimento a lungo termine (Flôres *et al.*, 1999 e McAndrew, 2008) e, secondo alcuni autori (ad esempio Ibbotson e Brinson, 1987), il tasso di crescita dei prezzi di tali beni è maggiore del tasso d'inflazione. Alcune delle caratteristiche più rilevanti dell'investimento in arte vengono riportate nella *Figura 1.2*.

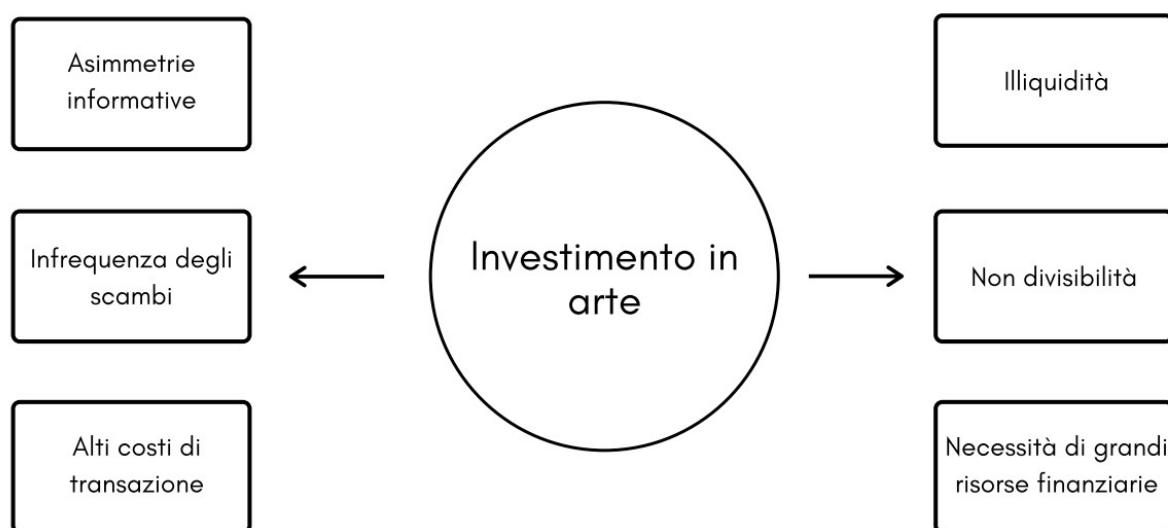


Figura 1.2. Principali caratteristiche dell'investimento in arte. Adattamento da: Jurevičiene *et al.* (2012)

Come detto, vi sono poi una serie di caratteristiche che accomunano gli strumenti finanziari ad i beni artistici, qualora questi ultimi vengano considerati secondo la prospettiva economica, ovvero che si tratti di beni scambiabili sul mercato e che perciò permettono all'investitore di ottenere un rendimento a fronte di un certo livello di rischio.

Innanzitutto, entrambi prevedono un *mercato primario* e un *mercato secondario*, dove con riferimento ai beni d'arte, il mercato primario consente agli artisti di vendere opere mai giunte sul mercato direttamente a collezionisti o a *dealers*. Presso il mercato primario, composto generalmente da gallerie e fiere d'arte, vengono allocate soprattutto le opere di artisti non affermati e questo comporta maggior rischio e che i prezzi di vendita siano inferiori rispetto a quelli delle opere allocate presso le case d'asta, che dominano invece il mercato secondario. Presso quest'ultimo sono allocate le opere di artisti affermati e generalmente deceduti. Per tale motivo, il mercato secondario è meno rischioso del mercato primario e vede minor presenza di asimmetrie informative (McAndrew, 2008). Altre caratteristiche comuni sono la presenza di puri speculatori (Frey e Eichenberger, 1995) e l'alto valore dell'informazione nelle decisioni di vendita ed acquisto (Jurevičiene *et al.*, 2012).

Il mercato dell'arte ha dunque caratteristiche che lo avvicinano al mercato finanziario ma allo stesso tempo possiede delle caratteristiche lo rendono molto diverso. Worthington e Higgs (2000) ritengono però che negli ultimi anni i mercati dell'arte siano divenuti più simili ai mercati finanziari, poiché il maggiore interesse degli investitori verso di essi ne ha aumentato le transazioni, con conseguente diffusione delle informazioni e maggiore trasparenza, ottenuta anche attraverso l'attenzione dei media e la diffusione di cataloghi. Inoltre, anche i mercati dell'arte non necessitano più di una sede fisica, come nel caso dei mercati finanziari *over the counter*, grazie alle *aste online*, le quali hanno contribuito all'aumento della partecipazione alle aste di oggetti d'arte. Secondo Trevathan e Read (2006) questo aumento della partecipazione è dovuto anche all'anonimato che tali aste consentono, e questo comporta, sempre secondo i due studiosi, una serie di nuovi rischi⁷.

Si riporta infine nella *Tabella 1.1* il confronto tra le principali caratteristiche del mercato dell'arte e del mercato azionario, il quale, come si leggerà nel Capitolo 3, è il mercato finanziario con il quale si è maggiormente confrontato il mercato dell'arte all'interno della letteratura sul tema.

7 Trevathan e Read (2006) si riferiscono qui a comportamenti fraudolenti o scorretti quali lo *shill bidding*, il fare false offerte per conto del venditore allo scopo di far aumentare il prezzo del bene messo in asta, e lo *siphoning*, l'offrire un bene simile o identico ad un partecipante all'asta per un miglior prezzo.

CARATTERISTICA	MERCATO AZIONARIO	MERCATO DELL'ARTE
Valore	Monetario	Estetico e monetario
Divisibilità	Si	No
Dividendi	Monetari	Estetici
Natura dei beni	Omogenei	Eterogenei
Transazioni	Frequenti	Infrequenti
Trasparenza	Alta	Bassa
Velocità di vendita	Alta	Bassa
Liquidità	Alta	Bassa
Costi di commissione	Bassi	Alti
Benefici fiscali	No	Si
Profitto	Dividendi e capital gain	Capital gain

Tabella 1.1. Confronto tra le principali caratteristiche del mercato azionario e del mercato dell'arte. Fonte: elaborazione personale.

1.2. Alcuni dati sul mercato dell'arte internazionale

Come riporta McAndrew (2008), il mercato dell'arte internazionale ha sperimentato una notevole crescita nel corso del XXI secolo. Dal 2003 fino al 2008 il tasso di crescita medio del mercato è stato del 28%, con alcune categorie del settore delle belle arti, quali i dipinti impressionisti, capaci di trainare l'andamento delle vendite. Alla fine del 2008 il valore totale delle vendite mondiali è stimato intorno ai 60 miliardi di dollari statunitensi. L'anno successivo tuttavia, a seguito della crisi finanziaria dello stesso anno, c'è stata una contrazione del mercato pari al 36% rispetto all'anno precedente⁸.

Nel 2011, la rapida crescita del mercato cinese riporta il valore totale delle vendite ad oltre 60 miliardi di dollari. Tale crescita subisce una battuta d'arresto appena l'anno dopo, il che fa diminuire il valore totale delle vendite a livello internazionale. Nel 2014, grazie alla crescita del mercato degli Stati Uniti tale valore raggiunge il suo massimo storico, pari a 68,2 miliardi di dollari (*Tabella 1.2*).

Nella prima decade del XXI secolo, il mercato dell'arte internazionale è dominato dagli Stati Uniti e dal Regno Unito, che alla fine del 2008 raggiungono insieme oltre due terzi del valore totale delle vendite. La Cina è il terzo mercato per valore totale delle vendite,

⁸ McAndrew (2021), *Art Basel and UBS Global Art Market Report 2021*, p. 31.

che valgono l'8% di quello globale, superando paesi di maggiore tradizione quali la Francia, anche a causa dell'interesse dei nuovi UHNWI⁹ per il mercato dell'arte contemporanea cinese.

Year	Value (\$m)	Volume (m)
2009	\$39,511	31.0
2010	\$57,025	35.1
2011	\$64,550	36.8
2012	\$56,698	35.5
2013	\$63,287	36.5
2014	\$68,237	38.8
2015	\$63,751	38.1
2016	\$56,948	36.1
2017	\$63,683	39.0
2018	\$67,653	39.8
2019	\$64,350	40.5
2020	\$50,065	31.4
Growth 2019–2020	-22%	-23%
Growth 2011–2019	-22%	-15%
Growth 2009–2019	24%	1%

Tabella 1.2. Valore e volume delle transazioni del mercato dell'arte mondiale tra il 2009 e il 2020. Fonte: McAndrew (2021)

Art Basel, una delle più importanti fiere d'arte internazionali, pubblica ogni anno a partire dal 2016, in collaborazione con UBS, un rapporto sul mercato dell'arte mondiale, denominato *Art Basel and UBS Global Art Market Report*¹⁰, in riferimento all'anno precedente. Nel 2020 si assiste alla seconda maggiore contrazione di mercato dell'arte internazionale del XXI secolo, con il valore totale delle vendite stimato intorno ai 50 miliardi di dollari (Tabella 1.2), perdendo il 22% rispetto all'anno precedente e il 27% rispetto al 2018. La chiusura forzata delle attività economiche e delle frontiere in seguito alla pandemia causata dal COVID-19 ha infatti impedito il libero commercio e depresso

9 La sigla UHNWI sta per *ultra high net worth individuals* e si riferisce a coloro che detengono un patrimonio netto maggiore o uguale a 30 milioni di dollari statunitensi.

10 Autrice del rapporto *Art Basel and UBS Global Art Market Report 2021* e di tutti quelli precedenti è la Dottoressa Clare McAndrew, fondatrice di *Arts Economics*.

notevolmente il mercato. Per contro, sono raddoppiate le vendite presso le aste online, le quali raggiungono un valore di 12,4 miliardi di dollari, il 25% del mercato.

Sempre nel 2020 le vendite pubbliche presso le case d'asta si contraggono del 30% mentre quelle nel mercato dei *dealer* decrescono del 20%. Il volume totale delle vendite si attesta intorno ai 31,4 milioni di unità, con una perdita del 22% rispetto all'anno precedente, la più alta dal 2009 (*Figura 1.3*).

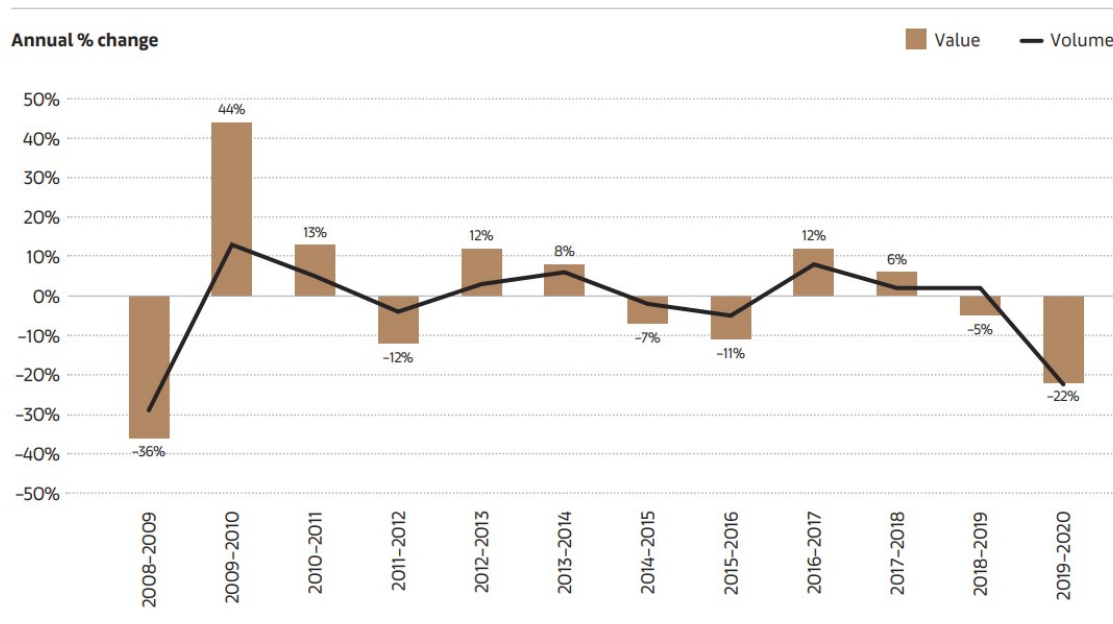


Figura 1.3. Tasso di variazione annuo delle vendite del mercato dell'arte internazionale tra il 2008 e il 2020. Fonte: McAndrew (2021)

Nel 2020 i tre maggiori mercati dell'arte sono quello degli Stati Uniti, del Regno Unito e della Cina, i quali, nonostante abbiano subito una contrazione, registrano lo 82% del valore totale delle vendite mondiali (*Figura 1.4*). Gli Stati Uniti mantengono il predominio con il 42% del valore globale, mentre Regno Unito e Cina detengono entrambe il 20% del totale. In particolare, il Regno Unito ha guadagnato 2 punti percentuale rispetto al 2019 nonostante l'uscita dall'Unione Europea e la pandemia causata dal COVID-19, che ha però interessato tutti e tre i mercati. Osservando invece la situazione degli ultimi 10 anni, il Regno Unito ha perso il 10% del valore delle vendite globali a discapito degli Stati Uniti, che dal 29% sono passati a oltre il 40%. La Cina si è invece mantenuta stabile intorno al 20% lungo lo stesso periodo. Il quarto maggior

mercato è la Francia, con il 6% delle vendite totali, in calo rispetto agli anni precedenti. L'Unione Europea conta invece per il 12% del totale, mantenendosi stabile nel tempo.

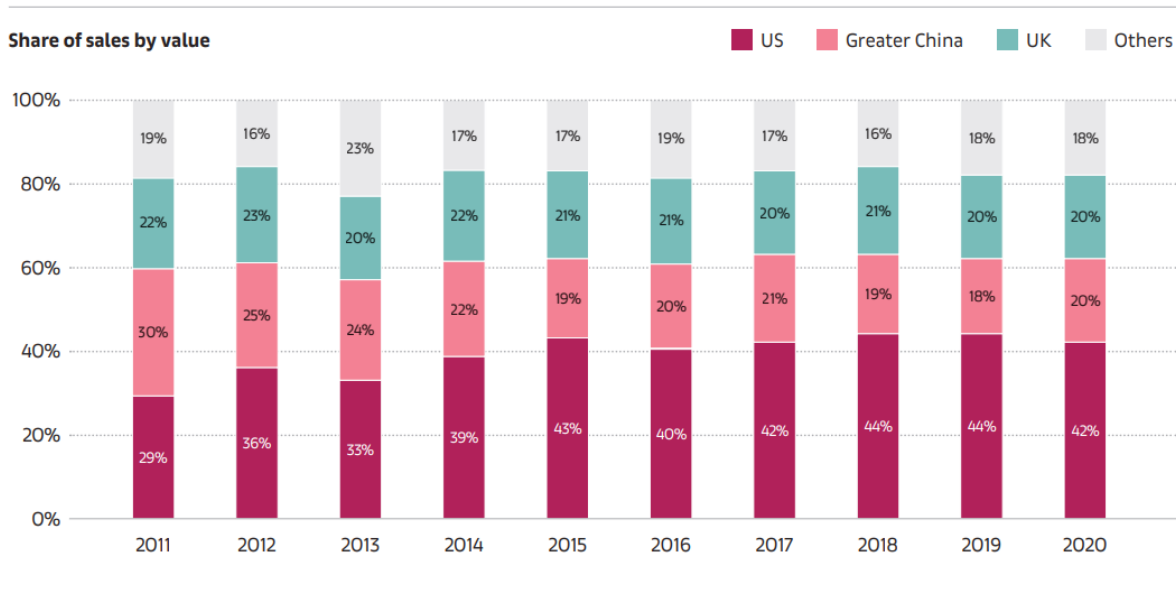


Figura 1.4. Quote del mercato dell'arte internazionale di Stati Uniti, Regno Unito e Cina tra 2011 e 2020. Fonte: McAndrew (2021)

A livello nazionale, come detto, tutti i maggiori mercati hanno subito una decrescita del valore degli scambi rispetto al 2019 (si veda in tal proposito la *Figura 1.5*). In particolare, gli Stati Uniti hanno perso oltre 5 miliardi di dollari (-18%), registrando la peggior contrazione annuale nell'ultima decade.

In sintesi, il mercato dell'arte internazionale, benché soggetto alle mutazioni dello scenario macroeconomico, è cresciuto notevolmente nei primi 10 anni del XXI secolo, fino a raggiungere un valore totale delle vendite pari a circa 60 miliardi di dollari. Nel corso della seconda decade del secolo il mercato dell'arte internazionale ha raggiunto il suo massimo storico nel 2014, con un valore delle transazioni di oltre 68 miliardi di dollari, il quale è tuttavia andato declinando fino a raggiungere il valore minimo del decennio, pari a 50 miliardi, con una perdita di oltre 14 miliardi rispetto all'anno precedente (-22%).

Con riferimento ai dati di McAndrew (2021), il valore medio delle vendite del mercato dell'arte internazionale è di oltre 61 miliardi di dollari, il che lo rende, soprattutto in

prospettiva di crescita futura, un'interessante alternativa ai mercati finanziari per gli investitori, nonostante alcune caratteristiche, quali l'illiquidità e gli alti costi di commissione, possano essere viste con preoccupazione soprattutto da coloro che non detengono ampie risorse finanziarie e che non sono interessati al piacere estetico.

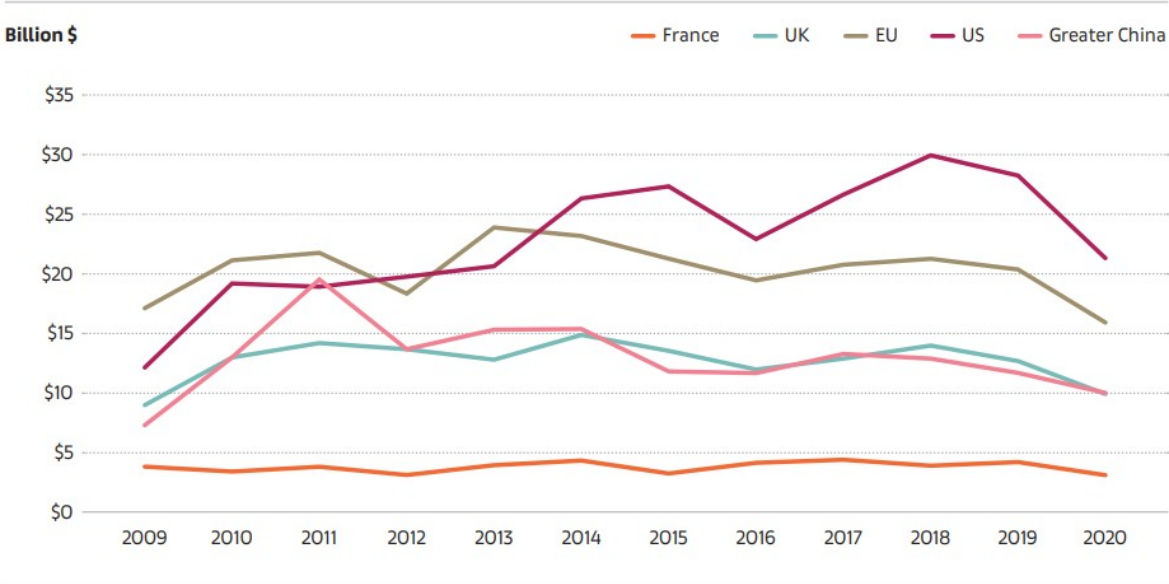


Figura 1.5. Valore delle vendite in dollari statunitensi nei maggiori mercati dell'arte internazionale tra 2011 e 2020. Fonte: McAndrew (2020)

CAPITOLO 2

PRINCIPALI METODOLOGIE DI ANALISI DEGLI ASPETTI FINANZIARI DEL MERCATO DELL' ARTE

L'analisi degli aspetti finanziari del mercato dell'arte può essere condotta attraverso differenti metodologie, le quali vengono scelte in base al particolare aspetto che si intende indagare. Tra queste, è possibile riconoscerne alcune utilizzate con maggiore frequenza nella letteratura, le quali saranno dunque illustrate nel dettaglio in questo capitolo. Bisogna precisare che tali metodologie non sono nate per analizzare il mercato dell'arte ma con debite modifiche esse sono applicabili anche al suddetto mercato.

Sebbene tali metodologie vengano impiegate nelle applicazioni al mercato dell'arte estensivamente a partire dagli anni '90 del XX secolo, alcune di esse sono state utilizzate già in studi pubblicati in anni precedenti. Benché infatti gli sporadici studi sugli aspetti finanziari del mercato dell'arte tra gli anni '60 e la fine degli anni '80 del XX secolo utilizzino generalmente metodologie meno complesse¹¹, già negli anni '70 del XX secolo si assiste a lavori, come quelli di Anderson (1974) e di Stein (1977), che fanno uso di questi modelli poi preponderanti nella letteratura.

Le metodologie più impiegate per l'analisi degli aspetti finanziari del mercato dell'arte sono le seguenti:

- Regressione edonica;
- Regressione delle vendite ripetute;
- Modello di Markowitz;
- Capital Asset Pricing Model (CAPM).

Ad ognuna di esse sarà dedicato, in questo capitolo, un paragrafo, con l'obiettivo di illustrare gli aspetti teorici in vista della successiva revisione della letteratura sulle applicazioni nel Capitolo 3. Benché l'elaborato sia incentrato principalmente sul modello di Markowitz, un esame delle altre metodologie permetterà una più completa revisione

11 Si vedano i lavori di Rush (1961), Baumol (1986) e Frey e Pommerehne (1989).

della letteratura finanziaria sul mercato dell'arte, consentendo una comprensione più profonda dell'oggetto di studio.

2.1. Le metodologie per la costruzione degli indici dei prezzi del mercato dell'arte

Uno dei primi aspetti che sono stati analizzati in letteratura riguarda la determinazione degli *indici dei prezzi* del mercato dell'arte, allo scopo di stimare il rendimento del detto mercato e poterlo confrontare con quello del mercato finanziario. La costruzione degli indici dei prezzi del mercato dell'arte prevede una serie di problematiche dovute alla natura del mercato e dei beni che vi vengono scambiati che non è riscontrabile nel mercato finanziario, come emergerà dall'analisi della relativa letteratura nel Capitolo 3. Quando si tratta di determinare il rendimento del mercato dell'arte, le metodologie utilizzate per costruire un indice dei prezzi sono principalmente due, la *regressione edonica* e la *regressione delle vendite ripetute*. Entrambe trovano vasta applicazione all'interno della letteratura finanziaria che si è occupata di stimare un indice dei prezzi del mercato dell'arte, all'interno della quale si trova anche ampio dibattito su quale delle due metodologie permetta una stima più accurata del tasso di rendimento, visto che entrambe presentano alcuni svantaggi che potrebbero distorcere i risultati ottenuti.

2.1.1. Il metodo della regressione edonica

Il metodo della regressione edonica è un modello di *regressione lineare multipla*¹² proposto da Court (1939) e inizialmente applicato all'industria automobilistica. Tale modello ipotizza che le caratteristiche intrinseche di un determinato bene ne determinino il prezzo di mercato. Attraverso il metodo della regressione edonica è

12 Come riportato in Stock e Watson (2020), un modello di *regressione lineare semplice* prevede una singola variabile dipendente ed una singola variabile indipendente (regressore) e sarà pertanto formalizzabile nell'equazione $y = \alpha + \beta x$ mentre un modello di *regressione lineare multipla* prevede una singola variabile dipendente e regressori multipli, formalizzabile perciò nell'equazione $y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n$ con n regressori. Infine, la *regressione lineare multipla multivariata* prevede che sia il numero delle variabili dipendenti che il numero delle variabili indipendenti siano superiori all'unità.

possibile valutare quanto tali caratteristiche influenzino, in media, il prezzo finale di un determinato bene.

Si considerino n beni, si definisce y_i il prezzo finale del bene i ($i = 1, \dots, n$), con x_{ij} che indica la j -esima caratteristica intrinseca del bene i ($j = 1, \dots, m$). Rappresentiamo la relazione che lega prezzo e caratteristiche nella seguente maniera:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

dove β_0 è una costante, β_j è il coefficiente della variabile x_{ij} che indica la j -esima caratteristica del bene i (con $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, m$) che il metodo consente di stimare e ε_i è il termine di errore.

L'equazione (2.1) può essere espressa anche in forma matriciale:

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (2.2)$$

dove y è il vettore colonna (di dimensione $n \times 1$) dei prezzi finali, X è la matrice delle caratteristiche di dimensione $n \times (m+1)$, β è il vettore colonna dei coefficienti (di dimensione $(m+1) \times 1$; il primo elemento del vettore β è β_0) e ε è il vettore dei termini di errore (di dimensione $(m+1) \times 1$).

Come detto, il metodo consente di stimare i coefficienti delle variabili che rappresentano le caratteristiche intrinseche del bene. Diviene perciò fondamentale determinare le caratteristiche da inserire come variabili nel modello di regressione edonica, alcune delle quali possono essere inserite attraverso le *variabili dummy*, il cui valore è 1 qualora sia presente la data caratteristica, 0 altrimenti. È così possibile valutare come le caratteristiche di un'opera ne influenzino la qualità e di conseguenza il prezzo. Una volta scelte le caratteristiche, è possibile stimare un indice edonico sulla base dei risultati di regressione.

Quando applicato al mercato dell'arte, la forma più usuale del modello è quella semilogaritmica:

$$\ln P_{it} = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j x_{ij} + \sum_{t=1}^T \gamma_t k_{it} + \varepsilon_{it} \quad (2.3)$$

dove $\ln P_{it}$ è il logaritmo naturale del prezzo dell'opera i al tempo t (con $t = 1, \dots, T$) e γ_t è il coefficiente della variabile dummy k_{it} che assume valore 1 quando la vendita dell'opera i si svolge nel periodo t , 0 altrimenti. Stimando i coefficienti γ_t si può ottenere un indice dei prezzi (si veda Chanel *et al.*, 1995).

Come spiegato in Newbold *et al.* (2021), per valutare la capacità del modello di spiegare la relazione tra la variabile dipendente e le variabili indipendenti è possibile utilizzare il *coefficiente di determinazione* (R^2), calcolabile nella seguente maniera:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.4)$$

dove y_i sono i dati osservati, \hat{y}_i sono i dati predetti dal modello di regressione e \bar{y} è la media dei dati osservati. In particolare, il numeratore rappresenta la devianza spiegata dal modello di regressione (*Regression Sum of Squares, SSR*), mentre il denominatore è uguale alla devianza totale (*Total Sum of Squares, SST*). Il coefficiente di determinazione è compreso tra 0 e 1 e più il valore di R^2 è vicino a 1, maggiore è la validità del modello. Il coefficiente di determinazione viene interpretato infatti come la percentuale della variabilità della variabile dipendente spiegata dal modello di regressione.

Nel caso di una regressione lineare semplice, R^2 è semplicemente il quadrato del *coefficiente di correlazione*¹³ (si veda in proposito Newbold *et al.*, 2021). Graficamente, un modello di regressione lineare semplice il cui coefficiente di determinazione è pari a 1 può essere rappresentato nella *Figura 2.1.1*, dove si noti che tutte le osservazioni giacciono sulla retta di regressione. In questo caso il modello di regressione spiega il

13 Il *coefficiente di correlazione* (ρ) è dato dalla seguente formula $\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$ ed è compreso tra -1 e 1.

Qualora $\rho_{xy} = 1$, le due variabili sono perfettamente e positivamente correlate, mentre se $\rho_{xy} = -1$ le variabili sono perfettamente e negativamente correlate.

100% della variabilità delle osservazioni. Un modello di regressione lineare il cui coefficiente di determinazione è circa pari a 0 è invece simile a quello rappresentato nella *Figura 2.1.2* dove il modello spiega approssimativamente lo 0% della variabilità di y . Pertanto, tale modello non riesce a prevedere correttamente l'andamento medio della variabile dipendente.

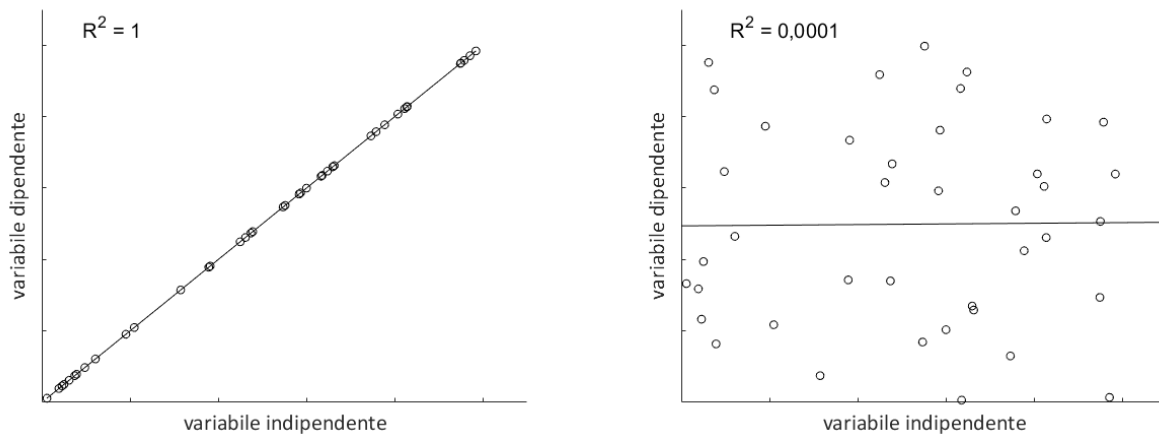


Figura 2.1. Modello di regressione con $R^2 = 1$ e $R^2 \cong 0$. Adattamento da: Newbold *et al.* (2021)

Il metodo della regressione edonica è stato estensivamente impiegato nella letteratura finanziaria sul mercato dell'arte, a partire da Anderson (1974), per stimare l'influenza delle caratteristiche delle opere sul prezzo di vendita e costruire un indice dei prezzi edonico. Nel Capitolo 3 verranno esaminati alcuni lavori che hanno utilizzato tale metodo.

2.1.2. Il metodo della regressione delle vendite ripetute

La regressione delle vendite ripetute, in inglese *repeat sales regression* (RSR), fu proposta da Baily *et al.* (1963) per sviluppare un indice da utilizzare per il mercato immobiliare. Tale metodologia permette di misurare la variazione di prezzo che un bene registra tra due differenti periodi. Proprio perché viene misurata la variazione di prezzo, il metodo può essere utilizzato solamente con beni venduti più volte, da cui il nome della metodologia. La RSR dunque non permette di costruire un indice di prezzo rappresentativo di tutto il mercato, poiché non tutti i beni d'arte risultano venduti più di

una volta. Mei e Moses (2002) ritengono però che il vantaggio della RSR risulti nella non necessità di decidere arbitrariamente di quali caratteristiche tenere conto per stimare l'indice dei prezzi, come invece prevede il metodo della regressione edonica.

Come riportato in OECD *et al.* (2013), il modello di regressione delle vendite ripetute è il seguente:

$$r_{i,t,t-1} = \sum_{t=1}^T \beta_t x_{it} + \varepsilon_{i,t,t-1} \quad (2.5)$$

dove $r_{i,t,t-1}$ è il logaritmo della variazione di prezzo del bene i avvenuta tra la vendita finale in t e la vendita iniziale avvenuta in $t-1$, x_{it} indica la variabile ancorata al bene i al tempo t il cui valore è pari ad 1 al momento dell'ultima vendita, -1 al tempo della prima vendita, 0 altrimenti (con $i = 1, \dots, n$ e $t = 1, \dots, T$), β_t corrisponde al coefficiente di x_{it} e $\varepsilon_{i,t,t-1}$ è il termine di errore.

È possibile scrivere l'equazione (2.5) in forma matriciale nella seguente maniera:

$$r = X\beta + \varepsilon \quad (2.6)$$

dove r è il vettore colonna (di dimensione $n \times 1$) dei logaritmi della variazione di prezzo avvenuta tra due istanti temporali, X è la matrice di dimensione $n \times T$ che contiene le variabili dummy, β è il vettore colonna dei coefficienti (di dimensione $T \times 1$) di X e ε è il vettore dei termini di errore (di dimensione $n \times 1$).

Stimando dunque β_t è possibile ottenere un indice comprensivo della variazione di prezzo tra due istanti temporali. Seguendo Baily *et al.* (1963) è possibile ottenere una stima dei detti coefficienti attraverso il metodo dei *minimi quadrati ordinari* (OLS):

$$\hat{\beta}_{OLS} = (X^T X)^{-1} X^T r \quad (2.7)$$

dove X^T è la matrice trasposta di X .

Webb (1981) ha dimostrato che nel modello di regressione delle vendite ripetute il valore dei termini di errore dipende dall'ampiezza del periodo durante il quale è

detenuto il bene e dimostra che il metodo dei *minimi quadrati generalizzati* (GLS) è lo stimatore della varianza minima¹⁴. Goetzmann (1992) ha poi dimostrato che il metodo GLS fornisce la stima di massima verosimiglianza del vettore β . Come riportato in Baltagi (2008), per stimare i coefficienti β secondo il metodo dei minimi quadrati generalizzati si procede come segue:

$$\hat{\beta}_{GLS} = (X^T \Omega^{-1} X)^{-1} X^T \Omega^{-1} r \quad (2.8)$$

dove Ω corrisponde ad una matrice (*weighted matrix*) i cui elementi sono costituiti da pesi, i quali possono essere una stima dei termini di errore ottenuta attraverso una procedura in tre fasi (Case e Shiller, 1987), il tempo che intercorre tra le due vendite (Goetzmann, 1993) oppure la radice quadrata degli elementi della matrice inversa delle differenze tra i due istanti temporali (Xu, 2011).

Anderson (1974) è stato il primo non solo ad utilizzare la regressione edonica, ma anche la regressione delle vendite ripetute per la costruzione di un indice dei prezzi del mercato dell'arte. Come si vedrà nel Capitolo 3, successivamente, altri economisti hanno utilizzato tale metodo nei loro studi sul rendimento del mercato dell'arte.

2.2. Il modello di Markowitz per la determinazione del portafoglio ottimo

Quando un agente economico è in possesso di sufficienti informazioni sul mercato dell'arte (ne conosce ad esempio rendimento medio e varianza), egli può valutare razionalmente se effettuare un investimento in tale mercato. Se l'agente economico, in base alle informazioni che detiene, decide di investire nel mercato dell'arte ed investe già nel mercato finanziario, non sostituirà l'investimento in azioni ed obbligazioni con quello in beni artistici, ma cercherà di combinarli nella proporzione tale che gli consente di massimizzare la propria ricchezza dato un certo livello di rischio o di minimizzare il

14 Quando la varianza dei termini di errore non è costante si dice che gli errori sono *eteroschedastici*, violando una delle assunzioni sotto le quali il metodo OLS è il miglior stimatore lineare non distorto, cioè lo stimatore a varianza minima, condizionatamente a x_1, \dots, x_n (si veda Stock e Watson, 2020).

rischio dato un certo rendimento. Si assume, per semplicità, che l'investitore non derivi utilità dal consumo d'arte.

Alcuni ricercatori si sono concentrati su questo problema finanziario nel caso del mercato dell'arte, studiando se l'inclusione di beni artistici in portafoglio potesse permetterne un miglioramento dal punto di vista del rendimento, a parità di rischio rispetto ad un portafoglio esclusivamente finanziario, o se tramite beni artistici fosse possibile diminuire il rischio del portafoglio, a parità di rendimento rispetto ad un portafoglio di azioni e obbligazioni. Quando gli studi giungono ad una risposta affermativa a tali domande, si determina poi la distribuzione efficiente del capitale tra i diversi asset.

Per spiegare nel dettaglio quanto enunciato, occorre illustrare la *teoria del portafoglio*, le cui basi sono state poste da Markowitz (1952) in uno storico contributo che gli valse il Premio Nobel per l'Economia nel 1990.

Considerando un portafoglio, cioè una combinazione di attività finanziarie detenute da un investitore, composto da n titoli, da ognuno dei quali l'investitore si aspetta un determinato rendimento medio $E(R_i)$, è possibile scrivere il rendimento atteso del portafoglio $E(R_p)$ nella seguente maniera:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) \quad (2.9)$$

dove w_i è la quota di capitale che l'investitore ha investito nel titolo i . Si noti pertanto che il rendimento di un portafoglio è una media ponderata del rendimento dei singoli titoli di cui esso è composto, con:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (2.10)$$

la somma dei pesi (quote di capitale investite in n titoli che compongono il portafoglio) uguale ad 1.

Ognuno dei titoli che compongono il portafoglio incorpora un certo grado di rischio, espresso dalla *varianza*. Dato un generico titolo i il cui rendimento al tempo t è R_{it} , con T periodi ($t = 1, \dots, T$), la varianza del titolo i è data dalla seguente formula:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{it} - E(R_i))^2}{T-1} \quad (2.11)$$

la quale misura la variabilità dei rendimenti intorno alla media. La radice quadrata della varianza viene chiamata *deviazione standard*. Per calcolare la deviazione standard del portafoglio occorre prendere in considerazione la relazione tra i rendimenti dei titoli scelti dall'investitore, misurata dalla *covarianza*:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{it} - E(R_i))(R_{jt} - E(R_j))}{T-1} \quad (2.12)$$

dove R_{it} ed R_{jt} sono, rispettivamente, il rendimento al tempo t del titolo i e del titolo j . Attraverso il *coefficiente di correlazione* si può ottenere una misura normalizzata della covarianza, di più semplice interpretazione. Esso è dato dalla seguente formula:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (2.13)$$

da cui si ricava che la covarianza è calcolabile nella seguente maniera:

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (2.14)$$

ossia moltiplicando il coefficiente di correlazione per le deviazioni standard di i e j . È possibile ora calcolare la *deviazione standard del portafoglio* come:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \quad (2.15)$$

dalla quale si ricava che la covarianza tra i rendimenti dei titoli influisce sul valore della deviazione standard del portafoglio. Si noti che la deviazione standard del portafoglio non equivale alla media ponderata delle deviazioni standard dei singoli titoli:

$$\sum_{i=1}^n w_i \sigma_i \quad (2.16)$$

la quale non considera la relazione tra i rendimenti dei diversi asset, espressa dalla covarianza.

Nel caso di un portafoglio composto da due singoli titoli, A e B , la deviazione standard del portafoglio (2.15) è data da:

$$\sigma_P = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2(w_A w_B \sigma_{AB})} \quad (2.17)$$

In appendice A2.1 si riporta il calcolo della varianza di un portafoglio di due titoli. Utilizzando la (2.14) si può scrivere:

$$\sigma_P = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2[w_A w_B (\sigma_A \sigma_B \rho_{AB})]} \quad (2.18)$$

da cui si ottiene che se $\rho_{AB} = -1$ la deviazione standard del portafoglio viene minimizzata. Pertanto, poiché Markowitz (1952) asserisce che l'investitore intende massimizzare il rendimento del portafoglio e minimizzarne il rischio, questi dovrà scegliere quei titoli che forniscono il maggior rendimento atteso e la cui covarianza con gli altri titoli che compongono il portafoglio sia bassa o negativa, attuando così una strategia di diversificazione del portafoglio. Quanto più è bassa la covarianza tra tutte le coppie di titoli che compongono il portafoglio e maggiore è il beneficio della diversificazione. A tal proposito, lo studioso suggerisce di investire in attività che provengono da settori diversi, poiché è più probabile che i rendimenti delle imprese all'interno dello stesso settore siano positivamente correlati¹⁵.

15 "A portfolio with sixty different railway securities, for example, would not be as well diversified as the same size portfolio with some railroad, some public utility, mining, various sort of manufacturing, etc. The reason is that it is generally more likely for firms within the same industry to do poorly at the same time than for firms in dissimilar industries", Markowitz H. (1952), "Portfolio Selection", *The Journal of Finance*, 7:77-91, p. 89 .

È importante notare che la deviazione standard del portafoglio può essere inferiore alla media ponderata delle deviazioni standard dei singoli titoli. Questo è appunto dovuto alla diversificazione ottenuta combinando titoli negativamente correlati, il che permette di diminuire il valore della deviazione standard del portafoglio. Qualora infatti $\rho = 1$, il valore della media ponderata delle deviazioni standard dei singoli titoli che compongono il portafoglio è uguale alla deviazione standard del portafoglio. Al diminuire del valore del coefficiente di correlazione tra i due titoli diminuisce il valore della deviazione standard del portafoglio. Come detto, quando $\rho = -1$, la deviazione standard del portafoglio viene minimizzata. Tale effetto è valido ovviamente anche per un portafoglio composto da n asset, con il valore della deviazione standard del portafoglio che si riduce con il diminuirsi del valore delle $n(n - 1)/2$ covarianze.

Quanto enunciato può essere illustrato graficamente attraverso la *Figura 2.2*. Si consideri nuovamente un portafoglio composto da due soli titoli, A e B e si supponga che $E(R_B) > E(R_A)$ e $\sigma_B > \sigma_A$. Si supponga altresì che gli investitori decidano in che proporzione acquistare i titoli in base al rendimento atteso, alla varianza e alla covarianza tra coppie di titoli e che siano razionali. Come riportato in Bodie *et al.* (2013), se gli investitori sono razionali, a parità di rendimento atteso del portafoglio, essi preferiscono detenere un portafoglio con minore varianza; allo stesso tempo, a parità di varianza, scelgono di detenere un portafoglio con maggiore rendimento atteso.

Si consideri il caso in cui $\rho_{AB} = 1$. I punti che compongono il segmento sono gli infiniti portafogli formati da tutte le possibili combinazioni di A e B e rappresentano l'*insieme possibile*, poiché l'investitore può acquistare i due titoli in qualsiasi proporzione. I due estremi rappresentano due portafogli composti esclusivamente dal titolo A ($w_A = 1$) e dal titolo B ($w_B = 1$). Si noti che muovendosi lungo il segmento aumentano sia il rendimento atteso che la deviazione standard del portafoglio. Questo è dovuto proprio alla perfetta correlazione positiva tra i rendimenti di A e B .

Si ipotizzi ora che il coefficiente di correlazione tra i rendimenti dei due titoli sia negativo, ad esempio $\rho_{AB} = -0,5$. Gli infiniti portafogli non sono più rappresentati da un segmento, poiché $\rho < 1$. Muovendosi lungo la curva dei portafogli è possibile dunque, fino al punto M_I , aumentare il rendimento atteso ed al contempo diminuire la deviazione standard. Questo comporta perciò che vi siano dei *portafogli dominati*, poiché nessun investitore razionale sceglierebbe una combinazione di A e B tale per cui il rendimento è

minore e la deviazione standard maggiore del portafoglio M_1 , il quale corrisponde al *portafoglio a minima varianza globale*, che sarà il portafoglio prediletto dall'investitore avverso al rischio, mentre investitori disposti a tollerare maggiori livelli di rischio scelgono portafogli che si trovano più a destra lungo la curva dei portafogli dominanti, che viene detta *frontiera efficiente*. La scelta del portafoglio dipende perciò dalle preferenze dell'investitore (nel paragrafo 2.3 si dimostrerà che, se è possibile acquistare anche un titolo privo di rischio, questo assunto non è più valido).

Qualora il coefficiente di correlazione tra i rendimenti di A e B sia uguale a $\rho_{AB} = -1$, il portafoglio a minima varianza globale (M_2) esibisce una deviazione standard uguale a 0, cioè uguale a quella di un titolo privo di rischio. Anche in questo caso il tratto compreso tra i punti A e M_2 è composto da portafogli dominati mentre il tratto compreso tra M_2 e B corrisponde alla frontiera efficiente.

Elton *et al.* (2004) e Hillier *et al.* (2021) notano che generalmente i titoli esibiscono correlazione positiva tra di loro. Inoltre, secondo Gârleanu, Kogan e Panageas (2012), una correlazione perfetta tra asset è altamente improbabile.

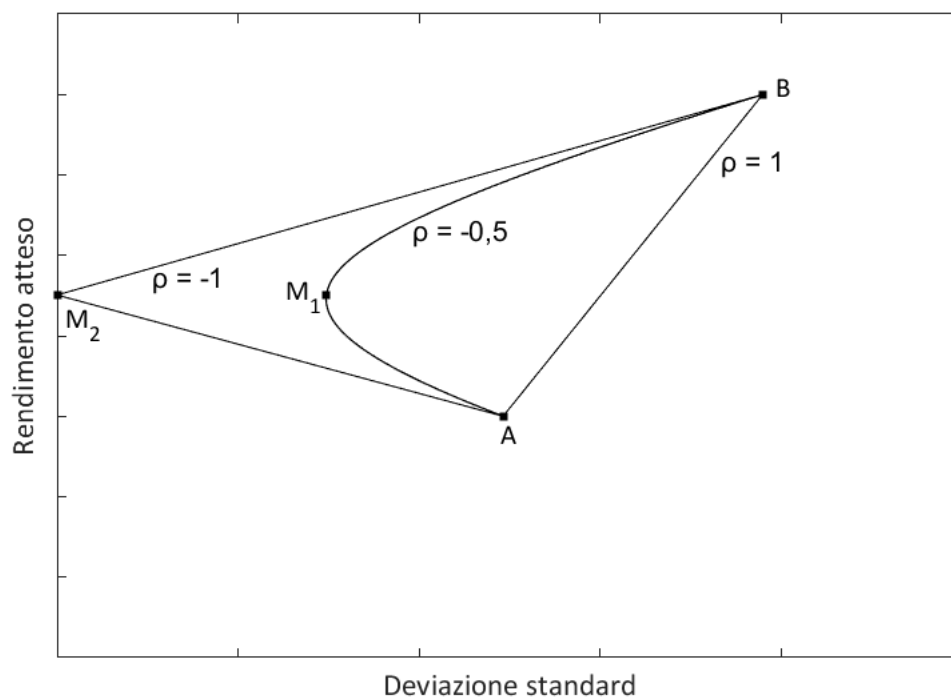


Figura 2.2. Portafoglio di due titoli con $\rho = 1$, $\rho = -0,5$ e $\rho = -1$. Adattamento da: Hillier *et al.* (2021)

Quanto detto può essere esteso ad un portafoglio composto da n asset (con $n > 2$). Si consideri la *matrice di varianze e covarianze*, indicata con Σ :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2n} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 & \dots & \sigma_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \sigma_{n3} & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

dove la diagonale principale è composta dalle n varianze (poiché $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$) mentre gli altri elementi della matrice Σ sono le $n(n - 1)/2$ covarianze. Dato che $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ è possibile considerare solo la *matrice triangolare inferiore*. Come nel caso di un portafoglio di due titoli, selezionare asset con coefficiente di correlazione negativo permette di diminuire la deviazione standard del portafoglio ma si noti che in un portafoglio di n titoli il numero delle covarianze è maggiore rispetto a quello delle varianze. Perciò, la deviazione standard di un portafoglio composto da n asset dipende più dalle relazioni tra i rendimenti dei diversi titoli che dal rischio degli stessi considerati singolarmente. Hillier *et al.* (2021) ne forniscono una dimostrazione considerando un portafoglio composto da titoli con uguale varianza, definita \overline{var} , con covarianza uguale tra tutte le coppie di titoli, chiamata \overline{cov} , e con capitale equamente distribuito tra tutti i titoli ($w_i = 1/n$ per ogni $i = 1, \dots, n$). Sotto tali assunzioni, la seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} w_1^2 \sigma_1^2 & w_1 w_2 \sigma_{12} & w_1 w_3 \sigma_{13} & \dots & w_1 w_n \sigma_{1n} \\ w_2 w_1 \sigma_{21} & w_2^2 \sigma_2^2 & w_2 w_3 \sigma_{23} & \dots & w_2 w_n \sigma_{2n} \\ w_3 w_1 \sigma_{31} & w_3 w_2 \sigma_{32} & w_3^2 \sigma_3^2 & \dots & w_3 w_n \sigma_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n w_1 \sigma_{n1} & w_n w_2 \sigma_{n2} & w_n w_3 \sigma_{n3} & \dots & w_n^2 \sigma_n^2 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

la somma dei cui elementi è la varianza del portafoglio, diventa:

$$\begin{pmatrix} (1/n^2) \overline{var} & (1/n^2) \overline{cov} & (1/n^2) \overline{cov} & \dots & (1/n^2) \overline{cov} \\ (1/n^2) \overline{cov} & (1/n^2) \overline{var} & (1/n^2) \overline{cov} & \dots & (1/n^2) \overline{cov} \\ (1/n^2) \overline{cov} & (1/n^2) \overline{cov} & (1/n^2) \overline{var} & \dots & (1/n^2) \overline{cov} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (1/n^2) \overline{cov} & (1/n^2) \overline{cov} & (1/n^2) \overline{cov} & \dots & (1/n^2) \overline{var} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

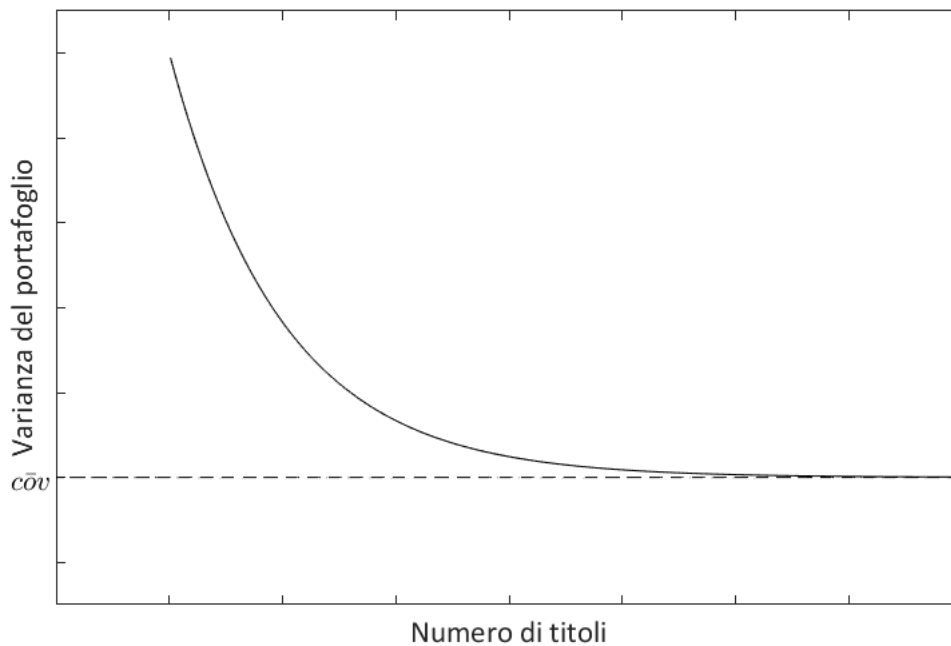
da cui si ricava che la varianza del portafoglio è:

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{1}{n^2} \overline{var} \right) n + \left(\frac{1}{n^2} \overline{cov} \right) n(n-1) \quad (2.22)$$

che equivale a:

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{1}{n} \overline{var} \right) + \left(\frac{n-1}{n} \overline{cov} \right) \quad (2.23)$$

Sotto l'ulteriore ipotesi che il portafoglio sia costituito da infiniti titoli, la varianza del portafoglio tende a \overline{cov} . Perciò, nel caso considerato, acquistando un numero molto grande di attività finanziarie, la varianza del portafoglio diminuisce fino ad essere determinata completamente dalla covarianza tra i rendimenti dei titoli, che rappresenta perciò il *rischio non diversificabile*, chiamato anche *rischio sistematico*.



Si assume che: tutti i titoli del portafoglio abbiano uguale varianza ($\sigma_i = \overline{var}$); la covarianza tra tutte le coppie di titoli sia costante ($\sigma_{ij} = \overline{cov}$); il capitale sia equidistribuito tra tutti i titoli ($w_i = 1/n$ per ogni $i = 1, \dots, n$).

Figura 2.3. Relazione tra numero di titoli e varianza di un portafoglio. Adattamento da: Hillier et al. (2021)

Nella *Figura 2.3* è rappresentata la relazione tra la varianza del portafoglio e il numero di titoli da cui esso è composto. Si noti che la varianza del portafoglio diminuisce con il numero dei titoli nel portafoglio, ma quando n tende ad infinito la varianza del portafoglio non scende mai al di sotto della covarianza. Non è ovviamente possibile acquistare infiniti titoli ma Statman (1987) asserisce che un portafoglio composto da circa 30 azioni è sufficiente per raggiungere un buon effetto di diversificazione.

Si illustra invece nella *Figura 2.4* la rappresentazione grafica di un portafoglio di n titoli, che come riportato ad esempio in Cuthbertson e Nitzsche (2004), concettualmente non differisce da quella composta da due soli titoli. L'area in blu rappresenta la regione ammissibile, ossia tutte le possibili combinazioni degli n titoli, alle quali corrispondono un determinato rendimento ed una determinata deviazione standard. L'individuo avverso al rischio sceglierà il portafoglio a minima varianza M , mentre gli investitori propensi al rischio selezioneranno un portafoglio che giace sulla frontiera efficiente \overline{MG} .

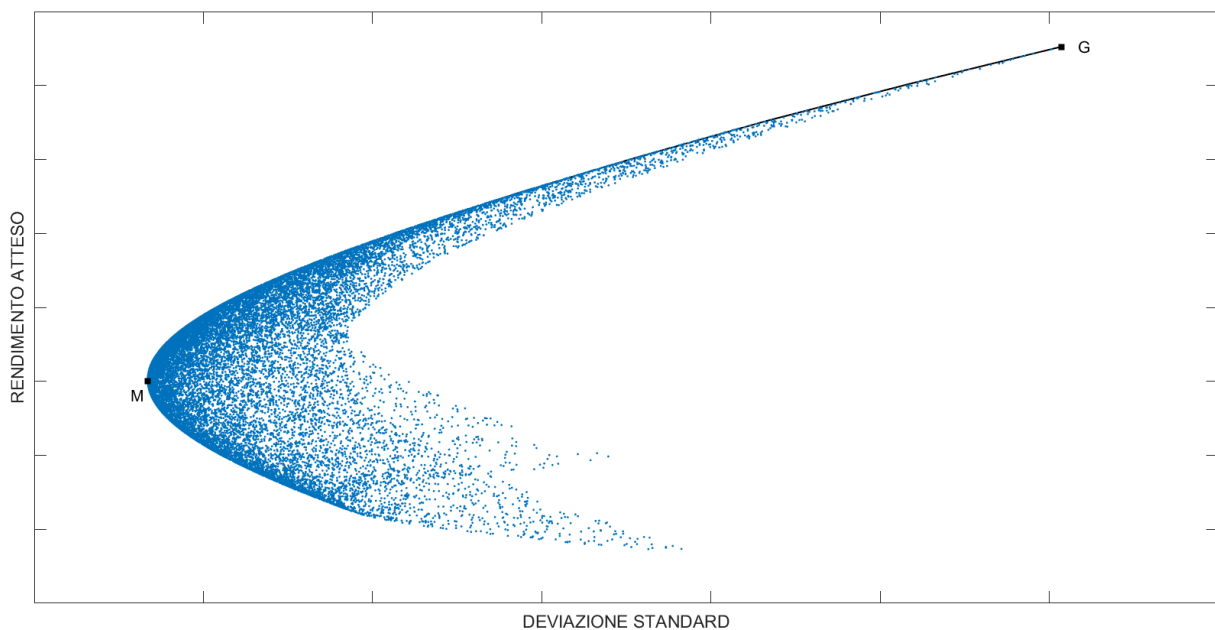


Figura 2.4. Frontiera efficiente (curva evidenziata in nero) di un portafoglio di n asset. Adattamento da: Bodie *et al.* (2013)

La teoria del portafoglio studia dunque la migliore ripartizione possibile del capitale tra le varie attività, ma non prende il posto dell'individuo nel decidere in quale tra queste investire. Secondo Markowitz (1952) infatti il processo di selezione del portafoglio si divide in due fasi: la prima necessita di capacità di intuizione ed esperienza e termina

con le aspettative sui rendimenti futuri dei titoli; la seconda prevede invece la ripartizione del capitale tra le diverse attività. La teoria del portafoglio aiuta l'investitore in quest'ultima fase, suggerendogli di diversificare la composizione del portafoglio in modo da abbassarne il rischio, ma come detto non si sostituisce al decisore nella scelta dei vari titoli. Sempre Markowitz (1952) ritiene che per stimare il rendimento atteso e la varianza di un titolo non siano sufficienti tecniche statistiche ma sia anche necessario il "giudizio di uomini pratici"¹⁶. Hillier *et al.* (2021) notano infatti che il tradizionale metodo per stimare i rendimenti futuri, basato sull'osservazione di quelli precedenti, debba essere controbilanciato dalla capacità di intuizione personale, poiché non sempre i rendimenti passati sono un indicatore attendibile di quelli futuri. Seguendo Markowitz (1952), il modello che permette di minimizzare la deviazione standard di un portafoglio di n titoli, dato un certo rendimento medio k , è il seguente:

$$\begin{aligned}
 & \text{MIN} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \\
 & \text{s. a} \\
 & \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) = k \quad \text{con } i = 1, \dots, n \\
 & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
 & w_i \geq 0
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

dove i rappresenta un generico titolo. Trovando i pesi ottimi si può minimizzare la deviazione standard del portafoglio, con i vincoli che il rendimento del portafoglio sia uguale al rendimento atteso k , che la somma dei pesi sia uguale ad 1 e che le vendite allo scoperto (*short sales*) non siano permesse (ossia il vincolo di non negatività di w_i)¹⁷. In appendice A2.2 si riporta la risoluzione di un problema di portafoglio ottimo.

L'investitore potrebbe anche essere interessato a massimizzare il rendimento atteso del portafoglio con il vincolo che la deviazione standard dello stesso sia uguale ad una certa soglia k :

16 "These procedures, I believe, should combine statistical techniques and the judgment of practical men", Markowitz H. (1952), "Portfolio Selection", *The Journal of Finance*, 7:77-91, p. 91.

17 Sharpe (1964) considera invece la possibilità che l'investitore, dopo aver scelto la migliore combinazione di asset rischiosi, possa andare a prestito al tasso risk free. Questo equivale a disinvestire nel titolo privo di rischio e pertanto $w_i < 0$.

$$\begin{aligned}
& \text{MAX} \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) \\
& \text{s. a} \\
& \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}} = k \quad \text{con } i = 1, \dots, n \\
& \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
& w_i \geq 0
\end{aligned} \tag{2.25}$$

ossia un problema di massimizzazione del rendimento atteso nel rispetto dei vincoli che prevedono che la deviazione standard dei rendimenti del portafoglio sia pari a un certo valore k , che la somma dei pesi sia uguale ad 1 e che le vendite allo scoperto non siano permesse.

Il modello di Markowitz ha trovato applicazione all'interno della letteratura finanziaria sul mercato dell'arte in tempi più recenti rispetto alle metodologie di regressione edonica e di regressione delle vendite ripetute per la costruzione degli indici di prezzo. La prima applicazione del modello di Markowitz relativa al mercato dell'arte si deve a Pesando (1993), al fine di studiare l'allocazione efficiente del capitale in un portafoglio di azioni, obbligazioni e stampe. Nel Capitolo 3 verranno presentati alcuni studi che hanno applicato tale modello al mercato dell'arte.

2.3. Il Capital Asset Pricing Model (CAPM) per la misurazione del rischio sistematico del mercato dell'arte

Il *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) è un'estensione della teoria del portafoglio di Markowitz che prevede l'inserimento in portafoglio di un titolo privo di rischio, proposto da Sharpe (1964) e poi sviluppato da Lintner (1965) e Mossin (1965) per fornire una teoria dell'equilibrio del mercato finanziario. Il principale apporto del modello è quello di illustrare come il premio per il rischio (*risk premium*) con cui il mercato indennizza l'investitore per il rischio che sottende un dato asset non è dovuto alla componente *non sistematica* del detto rischio, la quale è eliminabile tramite diversificazione, bensì a

quella esclusivamente *sistematica*, non eliminabile e comune a tutte le attività finanziarie scambiate sul mercato.

Prima di giungere alla formulazione del CAPM, occorre ripartire dalla teoria del portafoglio precedentemente introdotta. Il modello (2.24) presupponeva che tutti i titoli a disposizione dell'investitore possedessero un certo grado di rischio e il divieto di vendite allo scoperto ($w_i \geq 0$). Ipotizzando invece che l'investitore possa acquistare un titolo *risk free*¹⁸ (la cui varianza è nulla per definizione), al cui tasso può anche andare a prestito (il che equivale a $w_i < 0$), si consideri un portafoglio composto dal titolo rischioso A e dal titolo privo di rischio f , con $E(R_A) > R_f$, altrimenti l'investitore non acquisterebbe il titolo A . Il rendimento atteso di questo portafoglio è:

$$E(R_p) = R_f w_f + E(R_A)(1 - w_f) \quad (2.26)$$

dove se $w_f = 1$ l'investitore impiega tutto il capitale per acquistare il titolo privo di rischio mentre se $w_f = 0$ tutta la ricchezza è detenuta nel titolo rischioso. Essendo la varianza di un titolo privo di rischio pari a 0, la deviazione standard del portafoglio è:

$$\sigma_p = \sigma_A(1 - w_f) \quad (2.27)$$

il che significa che aumentando la quota di capitale investita nel titolo rischioso aumenterà anche la varianza del portafoglio, oltre che il suo rendimento. Poiché dalla (2.27) si ottiene:

$$(1 - w_f) = \frac{\sigma_p}{\sigma_A} \quad (2.28)$$

si può riscrivere la (2.26) come:

$$E(R_p) = R_f + \sigma_p \left(\frac{E(R_A) - R_f}{\sigma_A} \right) \quad (2.29)$$

¹⁸ La possibilità di combinare titoli rischiosi con un titolo privo di rischio è stata introdotta nella teoria finanziaria da Tobin (1958).

che equivale all'equazione di una retta con intercetta R_f e coefficiente angolare:

$$S_A = \frac{E(R_A) - R_f}{\sigma_A} \quad (2.30)$$

che prende il nome di *indice di Sharpe*¹⁹ (S) e rappresenta il rapporto tra premio al rischio di un titolo, o di un portafoglio, e la sua deviazione standard. Si noti dalla (2.29) che la relazione tra il rendimento atteso di un portafoglio, composto da un'attività rischiosa ed un titolo privo di rischio, e la sua deviazione standard è lineare e che all'aumentare della quota di capitale investita nell'attività rischiosa aumenta anche il rendimento atteso del portafoglio.

Poiché si è detto che il rendimento atteso del titolo A è maggiore del tasso *risk free*, l'indice di Sharpe è positivo e la (2.29) può essere rappresentata graficamente come una semiretta, con pendenza positiva ed intercetta nel tasso privo di rischio, sulla quale giacciono tutte le possibili combinazioni tra il titolo privo di rischio e quello rischioso. Tale semiretta viene chiamata *Capital Allocation Line* (CAL) e quando l'agente economico divide il capitale tra titolo privo di rischio e titolo rischioso questa situazione è rappresentata da tutti i punti che si trovano tra R_f ed A (*Figura 2.5*). Quando l'agente detiene tutta la propria ricchezza nel titolo rischioso la situazione è rappresentata dal punto A e infine quando l'agente prende a prestito al tasso privo di rischio per investire maggiore ricchezza nel titolo A si posizionerà su un punto tra A e K in base a quanto si è indebitato.

19 L'indice prende il nome da William Sharpe, che lo propose in: Sharpe W. (1966), "Mutual Fund Performance", *The Journal of Business*, 39:119-138.

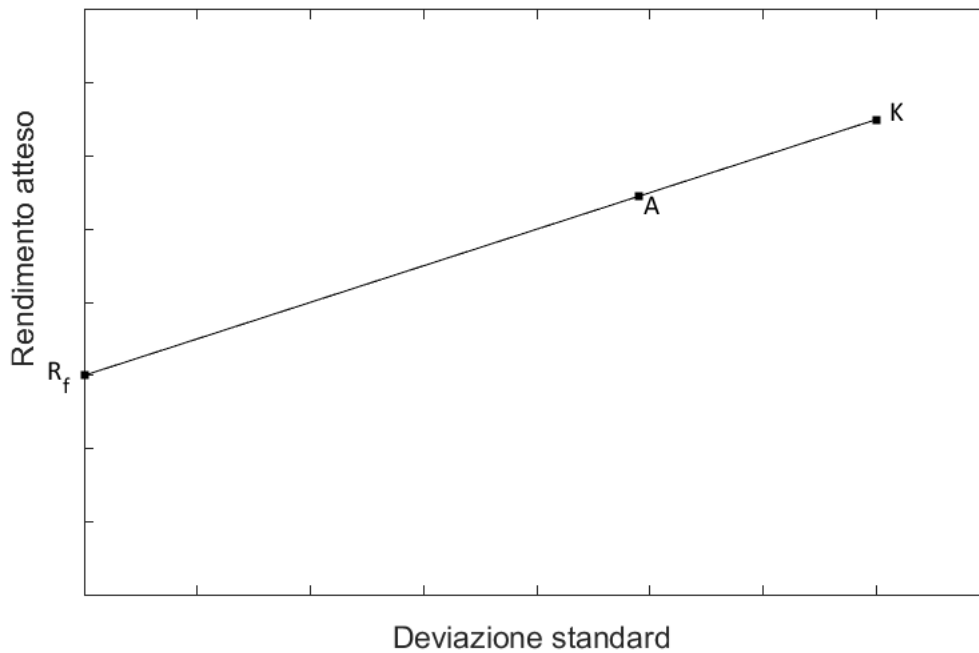


Figura 2.5. Portafoglio di due titoli con titolo privo di rischio. Adattamento da: Cuthbertson e Nitzsche (2004)

Si riconsideri nuovamente la frontiera efficiente di un portafoglio di due titoli. In precedenza si è detto che esiste un portafoglio a varianza minima prediletto dall'investitore avverso al rischio, mentre gli investitori disposti ad accettare un maggiore grado di rischio selezionano portafogli che si trovano più a destra lungo la frontiera efficiente. Sharpe (1964) ha tuttavia mostrato che se tutti gli investitori hanno *aspettative omogenee* (uguali aspettative riguardo il rendimento atteso, la varianza e la covarianza dei titoli), stesso orizzonte temporale di riferimento ed è possibile investire la propria ricchezza in un titolo privo di rischio, le preferenze individuali non determinano in che proporzioni detenere i due titoli e tutti gli investitori detengono lo stesso portafoglio sulla frontiera efficiente, che viene chiamato portafoglio rischioso ottimo (*optimum risky portfolio*).

In seguito all'aggiunta del titolo *risk free*, si consideri in *Figura 2.6* un portafoglio composto da due titoli rischiosi, *A* e *B* e due portafogli che giacciono sulla frontiera delle opportunità (insieme possibile), *K* e *G*, entrambi costituiti dal titolo *A* e dal titolo *B*, sebbene in diverse proporzioni. Il portafoglio *K* è individuato dalla *Capital Allocation Line 2* (CAL 2), che rappresenta tutte le possibili combinazioni del titolo privo di rischio e del portafoglio *K*. Il portafoglio *G* è invece individuato dalla *Capital Allocation Line 1* (CAL

1), sulla quale, a parità di rischio, giacciono portafogli con maggiore rendimento atteso rispetto alla CAL 2. L'agente razionale preferisce dunque situarsi sulla CAL 1, la quale è tangente alla frontiera efficiente e pertanto fornisce all'investitore le migliori opportunità di investimento individuando il portafoglio G , che è perciò il portafoglio prediletto dall'investitore. Questo portafoglio è quello con il più alto indice di Sharpe ed è il portafoglio rischioso ottimo.

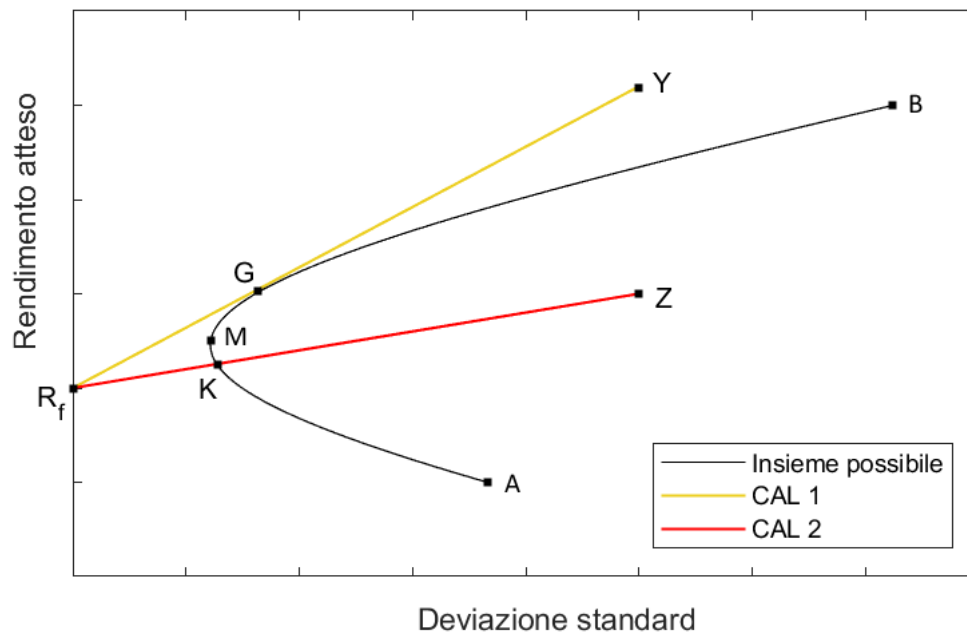


Figura 2.6. Portafogli rischiosi e *Capital Allocation Line* con 2 titoli. Adattamento da: Cuthbertson e Nitzsche (2004)

Ipotizzando che tutti gli investitori abbiano lo stesso orizzonte temporale ed aspettative omogenee, tutti gli investitori detengono il portafoglio G , che rappresenta quindi il portafoglio di mercato. Per questo motivo la *Capital Allocation Line* che individua il portafoglio G è detta *Capital Market Line* (CML).

Poiché tutti gli investitori detengono G , le preferenze del singolo non influenzano come combinare i titoli A e B , ma sono decisive invece nel determinare la quantità di ricchezza che l'individuo investe nell'attività priva di rischio e nel portafoglio G . Se l'investitore è avverso al rischio utilizza una parte dei propri fondi per acquistare il titolo *risk free* ed il resto della ricchezza per acquistare il portafoglio G , situandosi su uno dei punti tra R_f e G lungo la CAL 1. Se invece l'investitore è disposto ad accettare un alto grado di rischio prende a prestito al tasso *risk free* ed investe oltre il 100% del capitale nel portafoglio G , situandosi su un punto tra G ed Y sulla CAL 1. In finanza, questo risultato viene chiamato

teorema della separazione e la conseguenza diretta è che le preferenze individuali non influenzano le domande relative di attività rischiose (Cuthbertson e Nitzsche, 2004).

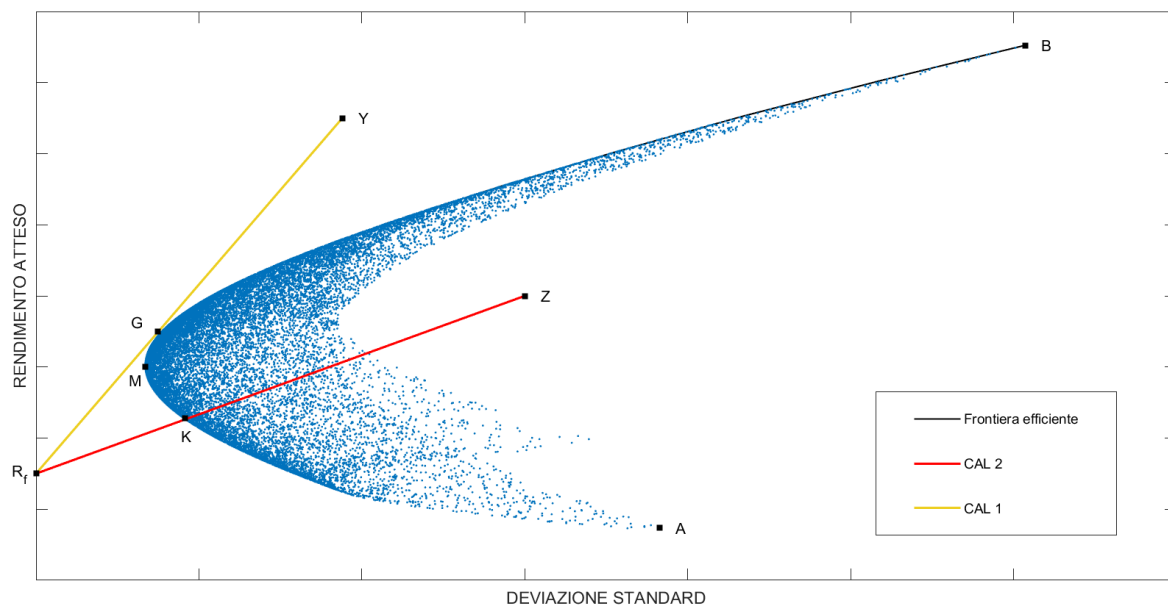


Figura 2.7. Portafogli rischiosi e *Capital Allocation Line* nel caso di titoli superiori a 2. Adattamento da: Bodie *et al.* (2013)

Tale discorso può essere esteso al caso in cui i titoli rischiosi siano superiori a 2. Se ne fornisce dunque la rappresentazione grafica attraverso la *Figura 2.7*, nella quale si è utilizzata la stessa notazione della *Figura 2.6*, poiché il principio è equivalente. In particolare, il punto *G* corrisponde al portafoglio con il più alto indice di Sharpe (portafoglio rischioso ottimo) e sarà composto da n asset rischiosi.

A partire dalla teoria appena illustrata è possibile introdurre il CAPM, il quale si basa, come riportato ad esempio in Cuthbertson e Nitzsche (2004), su presupposti rigorosi:

- il mercato è composto da n titoli rischiosi e da un solo titolo privo di rischio;
- il titolo privo di rischio può essere venduto allo scoperto;
- la somma dei pesi relativi agli n titoli è uguale ad 1;
- gli investitori seguono il criterio media-varianza, sono avversi al rischio e considerano tutti lo stesso orizzonte temporale;
- gli investitori hanno aspettative omogenee;
- non sono previsti né costi di transazione né imposte;

- in condizioni di equilibrio di mercato il portafoglio ottimo rischioso coincide con il portafoglio di mercato.

Il CAPM, la cui derivazione è riportata nell'appendice A2.3, è formalizzato nella seguente equazione:

$$E(R_i) - R_f = \beta_i (E(R_M) - R_f) \quad (2.31)$$

dove $E(R_M)$ è il rendimento atteso del mercato e β_i è:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \quad (2.32)$$

e misura il rischio sistematico del titolo i , ossia quello che dipende dal mercato di riferimento. Il premio per il rischio di un generico titolo i è dunque legato linearmente al suo β , che stima la risposta del titolo rispetto al comportamento del portafoglio di mercato.

A titolo esemplificativo, se $\beta_i = 1$ il rendimento del titolo i è uguale a quello del mercato. Qualora $\beta_i > 1$ il rendimento del titolo i è invece soggetto a variazioni più che proporzionali rispetto al portafoglio di mercato, il che significa che aggiungere tale titolo al portafoglio comporta maggior rischio. Se invece $\beta_i < 1$ il titolo si muove nella stessa direzione del mercato ma ne smorza i movimenti e perciò l'aggiunta di i al portafoglio ne abbassa il rischio. Infine, qualora $\beta_i = 0$ il rendimento atteso del titolo i è uguale a quello del tasso privo di rischio.

Per stimare l'indice β si può ricorrere alla tecnica di regressione lineare semplice e l'equazione (2.31) si esprime nella seguente forma:

$$E(R_{i,t}) - R_{f,t} = \alpha + \beta_i (E(R_{M,t}) - R_{f,t}) + \varepsilon_{i,t} \quad (2.33)$$

dove α e β_i sono i coefficienti da stimare attraverso il metodo dei minimi quadrati. Il parametro α rappresenta geometricamente l'intercetta della retta di regressione mentre economicamente corrisponde a quella parte di premio per il rischio che non può essere

spiegata dalla sua relazione con il portafoglio di mercato²⁰. Geometricamente, il parametro β_i è la pendenza della retta di regressione e $\varepsilon_{i,t}$ è il termine di errore. Si noti che ai termini dell'equazione è stato aggiunto il pedice t , il quale rappresenta un dato periodo durante il quale è osservabile il rendimento dei diversi titoli.

Come riportato in Bodie *et al.* (2013), la relazione tra il rendimento atteso di un titolo ed il suo β può essere espressa graficamente (Figura 2.8). Tale relazione è rappresentata da una semiretta che prende il nome di *Security Market Line* (SML), sulla quale giacciono una serie di titoli presenti sul mercato. L'intercetta sull'asse delle ordinate corrisponde al tasso *risk free*, in corrispondenza del quale $\beta = 0$. Con l'aumentare del β dei titoli aumenta il rendimento atteso degli stessi. Il rendimento del titolo in corrispondenza di $\beta = 1$ è uguale a quello del mercato, mentre quando $\beta > 1$ il rendimento del titolo è maggiore di quello del mercato.

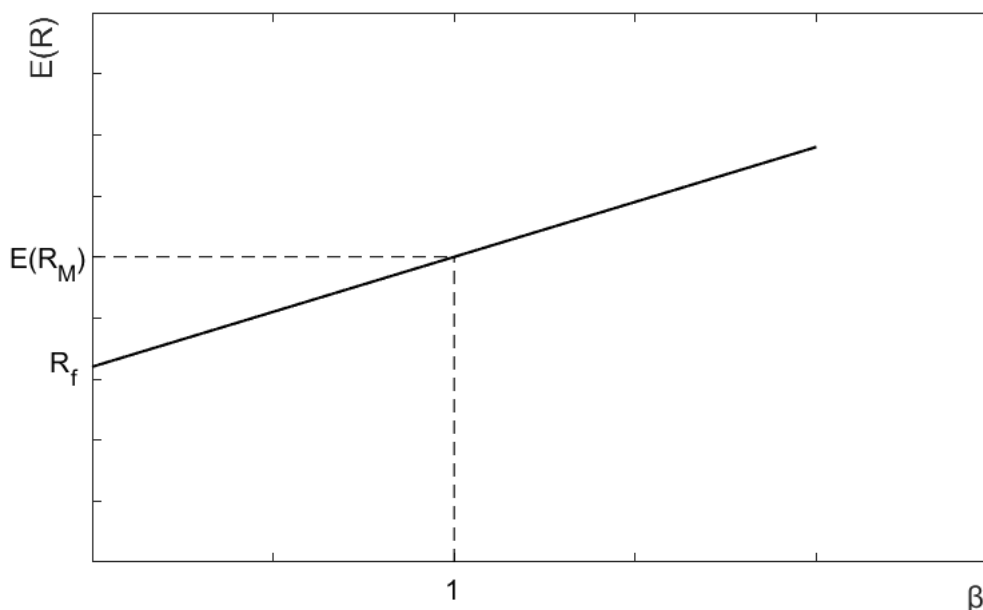


Figura 2.8. Security Market Line. Adattamento da: Bodie *et al.* (2013)

Il Capital Asset Pricing Model è stato applicato all'analisi del mercato dell'arte per la prima volta da Stein (1977) ed è successivamente stato utilizzato anche da altri economisti per studiare il comportamento dei rendimenti finanziari delle opere d'arte rispetto al mercato di riferimento. Si noti dunque che il modello di Markowitz, che

²⁰ Si veda Atukeren e Seçkin (2007).

costituisce la base teorica da cui è stato derivato il CAPM, è stato impiegato in letteratura solo successivamente. Alcune applicazioni del CAPM al mercato dell'arte saranno trattate nel Capitolo 3.

Appendice

A2.1. Varianza del portafoglio

Si riporta in questa appendice il calcolo della varianza di un portafoglio di due titoli, tratta da Newbold *et al.* (2021). La varianza del portafoglio può essere definita anche come valore atteso del quadrato della differenza tra i rendimenti del portafoglio e la media dei rendimenti dello stesso:

$$\sigma_P^2 = E[R_P - E(R_P)]^2$$

$$\sigma_P^2 = E[(w_A R_A + w_B R_B) - (w_A E(R_A) + w_B E(R_B))]^2$$

L'espressione diventa:

$$\sigma_P^2 = E[w_A(R_A - E(R_A)) + w_B(R_B - E(R_B))]^2$$

la quale equivale al quadrato di un binomio, da cui:

$$\sigma_P^2 = E[w_A^2(R_A - E(R_A))^2 + w_B^2(R_B - E(R_B))^2 + 2w_A w_B(R_A - E(R_A))(R_B - E(R_B))]$$

da cui:

$$\sigma_P^2 = w_A^2 E(R_A - E(R_A))^2 + w_B^2 E(R_B - E(R_B))^2 + 2w_A w_B E(R_A - E(R_A))(R_B - E(R_B))$$

essendo $\sigma_A^2 = E(R_A - E(R_A))^2$, $\sigma_B^2 = E(R_B - E(R_B))^2$ e $\sigma_{AB} = E[(R_A - E(R_A))(R_B - E(R_B))]$ si può scrivere la varianza del portafoglio come:

$$\sigma_P^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2(w_A w_B \sigma_{AB})$$

A2.2. Risoluzione di un problema di portafoglio ottimo

Si consideri un problema di minimizzazione della varianza di un portafoglio composto da n titoli (il calcolo della varianza di un portafoglio di due titoli è riportato nell'appendice A2.1):

$$\begin{aligned} & \text{MIN} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \\ & \text{s. a} \\ & \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) = k \quad \text{con } i = 1, \dots, n \\ & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \end{aligned}$$

dove si vogliono determinare i pesi che minimizzano la varianza del portafoglio con i vincoli che il rendimento atteso del portafoglio sia uguale ad una certa soglia k e che la somma dei pesi sia uguale ad 1. Poiché non si pongono vincoli di non negatività dei pesi, le vendite allo scoperto sono possibili. Per minimizzare la varianza di un portafoglio si può ricorrere al *metodo dei moltiplicatori di Lagrange*, come riportato ad esempio in Behr *et al.* (2012). Introducendo i moltiplicatori di Lagrange (λ_c) per ogni vincolo c -esimo, è possibile definire la funzione lagrangiana del problema considerato, denotata da \mathcal{L} , nella seguente maniera:

$$\mathcal{L}(w_1, \dots, w_n, \lambda_1, \lambda_2) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} - \lambda_1 \left(\sum_{i=1}^n E(R_i) w_i - k \right) - \lambda_2 \left(\sum_{i=1}^n w_i - 1 \right)$$

dove λ_1 e λ_2 sono parametri reali. A questo punto si deriva parzialmente \mathcal{L} rispetto a w_i (per $i = 1, \dots, n$), λ_1 e λ_2 e si pongono le derivate parziali uguali a 0. Si ottengono così $n+2$ equazioni che forniscono le *condizioni necessarie del primo ordine* per il problema considerato:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_i} &= \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} w_j - \lambda_1 E(R_i) - \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} &= -\left(\sum_{i=1}^n E(R_i) w_i \right) + k = 0 \quad \text{per } i = 1, \dots, n \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} &= -\left(\sum_{i=1}^n w_i \right) + 1 = 0\end{aligned}$$

si risolve a questo punto il sistema di equazioni rispetto alle incognite w_i , λ_1 e λ_2 ²¹. Si calcola poi la varianza del portafoglio sostituendo i pesi ottenuti all'interno della funzione obiettivo.

Come illustrato in Palestini (2020), la soluzione ad un problema di ottimizzazione come quello appena presentato potrebbe prevedere pesi negativi, poiché non è stato posto il vincolo di non negatività dei pesi. Come riportato in Sydsæter *et al.* (2015), quando si vuole che le soluzioni di un problema di ottimizzazione rispettino dei vincoli espressi con delle disuguaglianze, come nel caso dei vincoli $w_i \geq 0$, si può ricorrere ad un'estensione del metodo dei moltiplicatori di Lagrange che richiede che le soluzioni rispettino le *condizioni di Kuhn-Tucker* (si veda il capitolo 11 in Sydsæter *et al.*, 2015, per una trattazione approfondita).

Nel presente lavoro di tesi i problemi di ottimizzazione del portafoglio sono stati risolti tramite i pacchetti *Optimization toolbox* e *Financial toolbox* di MATLAB (versione R2021b).

21 Si noti che le condizioni necessarie del primo ordine data dalla derivata parziale di \mathcal{L} rispetto a λ_1 e dalla derivata parziale di \mathcal{L} rispetto a λ_2 rappresentano i vincoli del problema di ottimizzazione. Per questo motivo Sydsæter *et al.* (2015) non considerano i moltiplicatori di Lagrange tra le variabili della funzione lagrangiana e le condizioni necessarie del primo ordine sono date dalle derivate parziali di \mathcal{L} rispetto a w_i e dai vincoli del problema di minimizzazione, evitando di eseguire ulteriori derivazioni parziali per ottenere una condizione necessaria che gli autori definiscono come ovvia.

A2.3. Derivazione del Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Si riporta la derivazione del CAPM a partire dalla teoria del portafoglio, tratta da Elton *et al.* (2014). Avendo osservato che in presenza di un titolo privo di rischio la combinazione ottima di titoli rischiosi coincide con il portafoglio di mercato (si veda pagina 41), Elton *et al.* (2014) considerano il seguente problema di ottimizzazione:

$$\begin{aligned} & \text{MAX} \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p} \\ & \text{s. a} \quad \text{con } i = 1, \dots, n \\ & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \end{aligned}$$

con cui si cerca il portafoglio che massimizza l'indice di Sharpe (portafoglio di mercato), con il vincolo che tutto il capitale venga investito. Incorporando il vincolo all'interno della funzione obiettivo il problema di ottimizzazione può essere scritto come:

$$\text{MAX} \frac{\sum_{i=1}^n w_i (E(R_i) - R_f)}{\sigma_p} \quad \text{con } i = 1, \dots, n$$

Per risolvere il problema di ottimizzazione occorre derivare parzialmente S_p (la funzione obiettivo) rispetto al peso di ciascuna attività che compone il portafoglio (w_1, \dots, w_n), porre le derivate parziali uguali a 0 e risolvere il sistema di equazioni simultanee risultante (con n equazioni in n incognite). Elton *et al.* (2014) dimostrano che la derivata parziale di S_p rispetto a w_k (per $k = 1, \dots, n$), cioè la k -esima equazione del sistema, può essere scritta come²²:

$$\sum_{i=1}^n \eta(w_i \sigma_{ki}) = E(R_k) - R_f \quad (1)$$

e vale per ciascun titolo del portafoglio. La costante η vale:

²² Si veda il Capitolo 6 in Elton *et al.* (2014).

$$\eta = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p^2}$$

Avendo assunto che gli investitori seguano tutti lo stesso orizzonte temporale ed abbiano aspettative omogenee, tutti gli investitori detengono titoli rischiosi nella stessa proporzione del valore relativo di mercato (es. se il portafoglio di mercato è costituito al 20% dal titolo k , poiché ogni investitore detiene il portafoglio di mercato, ognuno di essi detiene il 20% della propria ricchezza nel titolo k). Il rendimento atteso del portafoglio di mercato è:

$$E(R_M) = \sum_{i=1}^n E(R_i) w_i^M$$

dove w_i^M è il peso del titolo i rispetto al portafoglio di mercato. Perciò la covarianza tra il rendimento atteso del titolo k e del mercato è:

$$\sigma_{kM} = E \left[(R_k - E(R_k)) \left(\sum_{i=1}^n R_i w_i^M - \sum_{i=1}^n E(R_i) w_i^M \right) \right]$$

ossia:

$$\sigma_{kM} = E \left[(R_k - E(R_k)) \left(\sum_{i=1}^n w_i^M (R_i - E(R_i)) \right) \right]$$

da cui:

$$\sigma_{kM} = E \left[\left(\sum_{i=1}^n w_i^M (R_k - E(R_k)) (R_i - E(R_i)) \right) \right]$$

poiché il valore atteso di una somma di variabili casuali è la somma dei loro valori attesi (si veda ad esempio Newbold et al., 2021), si può scrivere l'equazione precedente come :

$$\sigma_{kM} = \sum_{i=1}^n w_i^M E[(R_k - E(R_k))(R_i - E(R_i))] \quad (2)$$

poiché la (2) equivale all'espressione tra parentesi della (1), si può scrivere:

$$\eta \sigma_{kM} = E(R_k) - R_f \quad (3)$$

l'identità vale per ogni titolo e per ogni portafoglio di cui esso è composto, tra cui il portafoglio di mercato. Poiché $\sigma_{MM} = \sigma_M^2$, nel caso del portafoglio di mercato la (3) é:

$$\eta \sigma_M^2 = E(R_M) - R_f$$

da cui:

$$\eta = \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M^2} \quad (4)$$

sostituendo la (4) all'interno della (3) si ottiene il CAPM:

$$E(R_k) - R_f = \beta_k (E(R_M) - R_f)$$

CAPITOLO 3

LA LETTERATURA FINANZIARIA SUL MERCATO DELL'ARTE

3.1. I primi studi sugli aspetti finanziari del mercato dell'arte (1961-1989)

Durante gli anni '60 del XX secolo alcuni economisti iniziano ad interessarsi agli aspetti finanziari che riguardano il mercato dell'arte, rivolgendo la propria attenzione al rendimento finanziario dell'investimento in beni artistici. Per tale ragione, in questi studi pionieristici, questi economisti costruiscono i primi indici di prezzo del mercato dell'arte, in maniera tale da avere un dato riassuntivo della capacità del detto mercato di generare rendimenti finanziari per gli investitori.

Fondamentale per questi primi studi è la pubblicazione "*The economics of tastes: the rise and fall of pictures prices 1760-1960*" di Gerald Reitlinger, contenente un'accurata banca dati dei prezzi delle opere d'arte vendute all'asta tra il 1760 e il 1960. Organizzato per artista, essa fornisce un'affidabile base di dati utilizzabili per la costruzione degli indici di prezzo. Mei e Moses (2002) tuttavia precisano che la scelta degli artisti potrebbe essere stata influenzata dal gusto personale di Reitlinger ed in tal caso l'elenco rifletterebbe una situazione non esemplificativa del mercato.

Rush (1961) analizza il mercato dell'arte attraverso i numeri indice a base fissa²³ considerando un periodo compreso tra il 1925 e il 1960. I risultati ottenuti dallo studioso indicano che, rispetto al 1925, i prezzi di aggiudicazione delle opere d'arte sono aumentati del 1174% nel 1960 (*Figura 3.1*). Tuttavia, Rush (1961) utilizza un metodo non prettamente scientifico per selezionare i dipinti da inserire nel campione: egli considera solo i dipinti ritenuti tipici dello stile di un artista e di medie dimensioni ed

23 Come riportato in Borra e Di Ciaccio (2008), i *numeri indice* consentono di studiare variazioni di aggregati economici nel tempo, riassumendo in un solo dato la variazione percentuale del fenomeno osservato in un periodo rispetto ad un periodo fissato come base. Si parla in questo caso di *numeri indice a base fissa*. Definendo y_t il valore della grandezza osservata al tempo t e y_b l'osservazione avvenuta nell'anno scelto come base, il numero indice I relativo all'anno t rispetto all'anno base b (${}_bI_t$) è dato dal rapporto tra y_t e y_b moltiplicato per 100, dove se ${}_bI_t > 100$ si assiste ad un incremento percentuale rispetto all'anno base, mentre se ${}_bI_t < 100$ ad un decremento. Vi sono poi i *numeri indice a base mobile*, dove al denominatore invece che l'osservazione avvenuta l'anno base y_b vi è l'osservazione avvenuta l'anno precedente y_{t-1} .

esclude tutte le opere che hanno ottenuto le quotazioni più elevate. Per le ragioni appena elencate, i risultati ottenuti dal ricercatore potrebbero essere non rappresentativi del mercato, anche se in lavori più recenti, come Mei e Moses (2002), viene confermato che, durante il periodo considerato da Rush (1961), vi è stata effettivamente una crescita del mercato dell'arte. Bisogna tuttavia precisare che tali lavori hanno utilizzato modelli differenti e matematicamente più complessi per la costruzione degli indici di prezzo, quali il metodo RSR (si veda il paragrafo 2.1.2 del Capitolo 2).

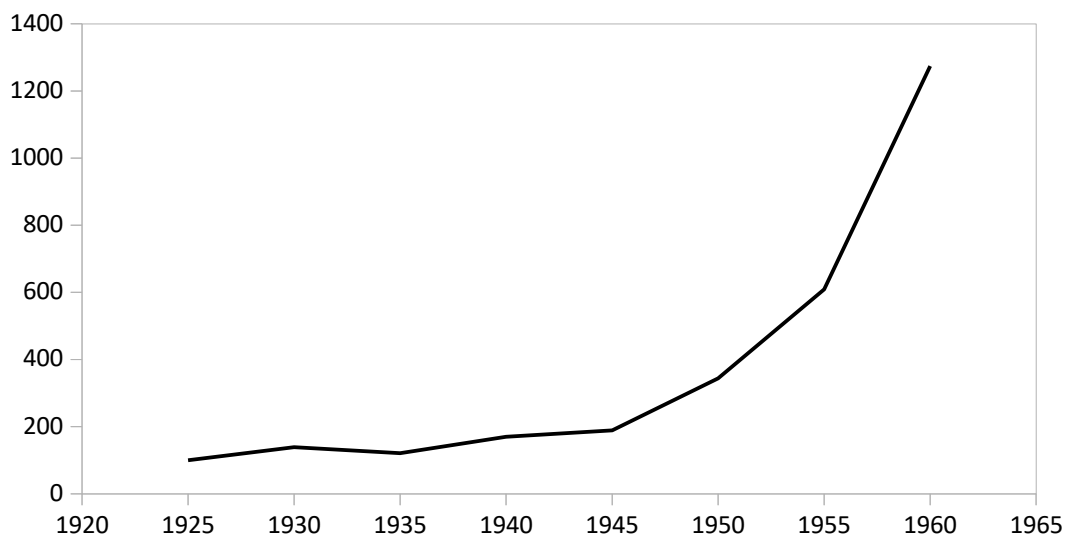


Figura 3.1. Indice di Rush, 1925 - 1960. Adattamento da: Rush (1961)

Anche Anderson (1974) analizza il mercato dell'arte attraverso i numeri indice a base fissa, ma rispetto a Rush estende il periodo considerato, partendo dal 1780 fino al 1970. Utilizzando un campione di 1500 dipinti, Anderson evidenzia come negli anni '50 e '60 del XX secolo ci sia stata una grande crescita dei prezzi (Figura 3.2), confermando i risultati ottenuti da Rush (1961). Tuttavia, analizzando i secoli precedenti, si può osservare come il tasso di crescita sia stato negativo per lunghi periodi.

Lo studioso calcola poi un indice dei prezzi del mercato dell'arte, selezionando un campione di opere a partire da Reitlinger (1961) e Meyer (1970) e costruendo un modello di regressione edonica, dove il prezzo dell'opera dipende dall'anno di vendita, dalle dimensioni in pollici quadri della stessa e dalla reputazione dell'artista che l'ha realizzata, calcolata come prezzo medio di vendita per ogni artista negli anni 1900 e 1960. Il valore del coefficiente di determinazione è $R^2 = 0,6$ quando viene considerata la

reputazione dell'artista nel 1960 mentre $R^2 = 0,58$ quando la reputazione dell'artista è relativa al 1900.

Anderson (1974) asserisce che il modello non soffre di *multicollinearità*²⁴ ma i livelli del coefficiente di determinazione indicano che sono state omesse alcune variabili significative. Il ricercatore ritiene che le più importanti tra queste siano probabilmente la condizione ed il soggetto dell'opera.

Lo studioso ottiene un tasso di crescita stimato tra il 3% e il 3,3%, molto inferiore rispetto al *Times-Sotheby's Art Index*²⁵, il cui valore, nel periodo 1951-1969, va dal 7,8% per i dipinti tardo rinascimentali al 27% per la categoria delle stampe e disegni. Il ricercatore sostiene che, poiché l'analisi da lui condotta considera un periodo di tempo più lungo, è possibile ritenere che gli elevati rendimenti del *Times-Sotheby's Art Index* siano piuttosto recenti, il che è in linea con l'analisi da lui condotta tramite i numeri indice. Anderson (1974) considera anche che la differenza possa derivare dall'incapacità di aggiustare il proprio indice per la qualità artistica e costruisce perciò un modello di regressione delle vendite ripetute applicato ad un campione di 1730 coppie di transazioni dal 1653 al 1970, il cui rendimento medio è pari al 4,9%. Lo studioso conclude perciò che lo scarto tra l'indice da lui costruito e il *Times-Sotheby's Art Index* è dovuto al più lungo periodo di tempo considerato nell'analisi piuttosto che all'incapacità di aggiustare il proprio indice per la qualità.

Attraverso il modello di regressione delle vendite ripetute, Anderson (1974) ottiene i tassi di rendimento riportati nella *Tabella 3.1*, distinguendo tra cinque diverse categorie di dipinti. Di particolare interesse è l'indice aggregato, il cui tasso di rendimento medio è pari a 3,7%. Poiché Brigham e Pappas (1969) stimano il rendimento dei titoli delle imprese nel settore industriale pari a 21,7% nel periodo 1949-1955 e 6,8% tra il 1956 e il 1962, si può sostenere che l'investimento in arte comporti costi opportunità elevati. Anderson (1974) precisa però che il modello soffre di multicollinearità ed il coefficiente di determinazione è pari solamente a 0,44.

24 Come riportato in Stock e Watson (2020), quando in un modello di regressione lineare multipla due variabili indipendenti esibiscono elevati livelli di correlazione, positiva o negativa, si dice che tale modello soffre di *multicollinearità*.

25 Il *Times-Sotheby's Art Index* è costruito attraverso quello che McAndrew (2008) definisce *metodo del testimone privilegiato*: degli esperti estraggono un campione arbitrariamente rappresentativo del mercato, del quale viene poi calcolato il prezzo medio.

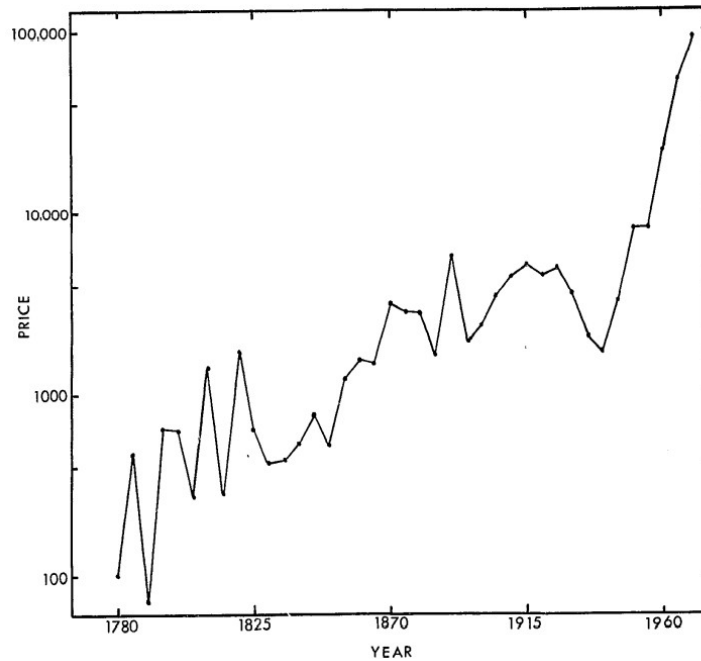


Figura 3.2. Indice dei prezzi del mercato dell'arte 1780-1970.
Fonte: Anderson (1974)

Il ricercatore studia poi il *rischio* del mercato dell'arte, inteso come la variabilità delle grandezze osservate intorno alla media, stimando la deviazione standard dei rendimenti del mercato dell'arte, dopo 10 e 20 anni, pari circa al 56%. Poiché Brigham e Pappas (1969) stimano che la deviazione standard, durante i periodi precedentemente considerati, sia, rispettivamente, uguale al 11,6% e al 12,6%, Anderson (1974) conclude che l'arte non rappresenta una buona alternativa di investimento per un individuo interessato esclusivamente al rendimento finanziario.

Le ricerche empiriche di Anderson (1974) dimostrano scientificamente che la credenza popolare secondo cui i rendimenti del mercato dell'arte siano maggiori dei rendimenti del mercato finanziario è totalmente infondata²⁶. Secondo Frey e Pommerehne (1989) tale credenza è dovuta a due fattori: i canali di informazione, che generalmente riportano solamente le vendite che ottengono elevati rendimenti, e la memoria umana, che non riesce a selezionare le informazioni in maniera totalmente razionale.

²⁶ Si può sostenere che tale credenza fosse ampiamente diffusa, poiché anche i lavori di Stein (1977), Baumol (1986) e Frey e Pommerehne (1989) trovano la loro ragion d'essere, a detta degli autori, nello studiare se tale credenza sia fondata o meno.

CATEGORIA	TASSO DI RENDIMENTO MEDIO	NUMERO DI OSSERVAZIONI
Old Masters	0,041	643
English 18th and 19th Century	0,036	707
Impressionists	0,11	166
20th Century Painters	0,23	49
All paintings	0,037	1693

Tabella 3.1. Rendimento delle categorie del mercato dell'arte. Adattamento da: Anderson (1974)

Stein (1977) ritiene che i dipinti siano «straordinari beni economici», poiché oltre che beni di consumo sono anche investimenti finanziari utilizzati per scopi speculativi. Per questi motivi, egli ritiene che i dipinti debbano essere oggetto di studio dal punto di vista finanziario.

Lo studioso calcola il rendimento di un campione di dipinti venduti all'asta nel Regno Unito e negli Stati Uniti tra il 1946 e il 1968, considerando però solamente artisti deceduti prima del 1946, attraverso un rapporto di medie geometriche. Lo studioso si concentra solamente su Regno Unito e Stati Uniti poiché l'84% dei dipinti che compongono il campione è stato allocato presso i due paesi.

Il ricercatore esclude dal campione tutte le opere di artisti deceduti dopo il 1946, per evitare che tali artisti possano produrre beni sostituti²⁷, e tutti quei dipinti la cui autenticità è messa in dubbio dagli esperti delle case d'asta o la cui attribuzione sia incerta.

L'indice dei prezzi di Stein è dato dalla seguente formula:

²⁷ In microeconomia, due beni sono detti *sostituti* quando sono sufficientemente simili da soddisfare lo stesso bisogno in modo pressoché equivalente (si veda ad esempio Chirichiello, 2014). Nonostante i beni artistici siano considerabili *non omogenei*, è comunque plausibile ipotizzare che due dipinti dello stesso artista, realizzati secondo lo stile che lo ha reso noto, possano soddisfare in maniera più o meno equivalente il bisogno d'arte del consumatore.

$$\frac{P_t}{P_s} \cong \frac{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n P_{it}}}{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n P_{is}}} \quad (3.1)$$

ossia facendo il rapporto tra la media geometrica dei prezzi P di n opere al tempo finale t e la media geometrica dei prezzi delle stesse n opere al tempo iniziale s .

Stein (1977) ottiene un tasso medio annuo composto di crescita del 10,47% per i dipinti venduti negli Stati Uniti, del 10,38% per i dipinti venduti nel Regno Unito con prezzo in dollari e del 13,12% per i dipinti venduti nel Regno Unito con prezzo in sterline. Il ricercatore costruisce poi la distribuzione di frequenze dei prezzi di aggiudicazione in asta (*Figura 3.3*), dimostrando che i dipinti il cui prezzo di aggiudicazione è presumibilmente inferiore ad una certa soglia (*threshold price*) sono raramente disponibili in asta, probabilmente anche a causa degli elevati costi di transazione a carico del venditore²⁸, che ne vanno a ridurre il profitto, come allo stesso tempo è scarsa l'offerta di dipinti di alta qualità che realizzano prezzi molto elevati.

Anche Stein (1977), come Anderson (1974), indaga la credenza secondo la quale l'investimento in dipinti durante gli anni '50 e '60 conferisse un rendimento maggiore rispetto ad un investimento nel mercato finanziario. Poiché il tasso medio annuo composto di crescita per i dipinti venduti negli Stati Uniti durante il periodo 1946-1968 è pari circa al 10,5% mentre quello del mercato azionario statunitense nello stesso periodo è stimato intorno al 14,3%, il ricercatore conclude che l'investimento in arte non è particolarmente profittevole. L'indice dei prezzi dei risultati d'asta è infatti inferiore a quello azionario del 3,8% e perciò per coloro che non ricercano nei dipinti un rendimento estetico ma solo finanziario non vi è convenienza ad investire nel mercato dell'arte.

28 Pesando (1993) nota che i costi di transazione associati all'acquisto ed alla vendita di beni artistici sono generalmente maggiori rispetto a quelli degli strumenti finanziari e questo, sommato all'incertezza della vendita, può scoraggiare il ritorno in asta di un determinato bene d'arte.

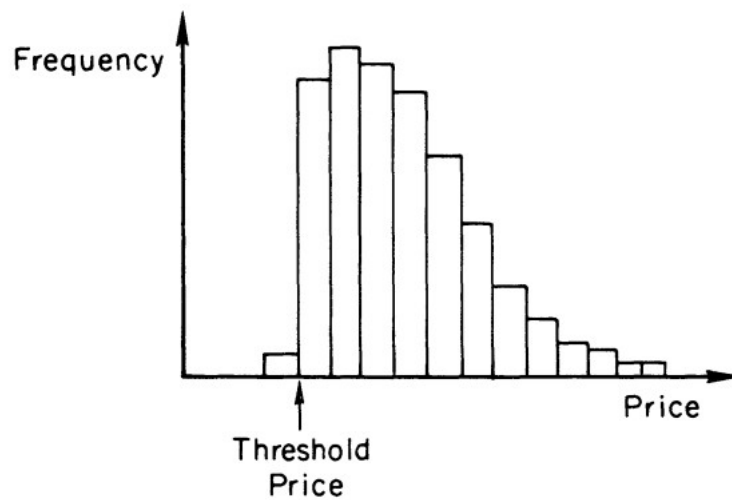


Figura 3.3. Distribuzione di frequenze dei prezzi d'asta. Fonte: Stein (1977)

Stein (1977) utilizza inoltre il modello di regressione del CAPM descritto dall'equazione (2.33), introdotta nel Capitolo 2, per stimare i coefficienti α , che rappresenta il rendimento estetico che deriva dal consumo dell'opera, e β del campione di dipinti. L'autore considera cinque modelli di regressione, due dei quali prevedono l'indice del mercato dell'arte degli Stati Uniti come variabile dipendente e un diverso indice del mercato azionario statunitense per ciascun modello come variabile indipendente. Negli altri tre modelli, dove la variabile dipendente è l'indice del mercato dell'arte britannico, come variabile indipendente sono stati utilizzati l'indice del mercato azionario del Regno Unito e i due indici del mercato azionario statunitense, poiché Stein (1977) ritiene che il mercato dell'arte britannico possa essere influenzato dal mercato azionario degli Stati Uniti. Lo studioso si sofferma sull'unico modello di regressione che esibisce un coefficiente $\hat{\beta}$ statisticamente significativo (p-value = 0,03):

$$E(R_i) - R_f = -0,016 + 0,822(E(R_M - R_f)) \quad (3.2)$$

dove la variabile dipendente è l'indice del mercato dell'arte statunitense, il rendimento delle obbligazioni a medio termine del governo degli Stati Uniti è il tasso privo di rischio e il mercato di riferimento è rappresentato dal *Fisher Index* del *New York Stock Exchange*. Stein (1977) conclude che, poiché il tasso di crescita dei prezzi dei dipinti è pari a 10,5%

mentre il dividendo estetico è pari solamente ad 1,6%, gli individui investono in arte con lo scopo di ottenere rendimenti finanziari. Inoltre, poiché $\hat{\beta}=0,822$ i dipinti smorzano l'andamento del mercato in riferimento al *Fisher Index*.

I risultati ottenuti da Bryan (1985) differiscono in parte da quelli di Stein (1977). Utilizzando una versione del CAPM aggiustata per l'inflazione attesa, il *Capital asset pricing model under condition of price uncertainty* (CAPMUI), lo studioso esamina le caratteristiche dell'investimento in arte durante il periodo 1971-1984. Il periodo considerato e la metodologia sono perciò diverse rispetto al lavoro di Stein (1977).

Il CAPMUI è formalizzabile come:

$$E(R_{i,t}) - R_{f,t} = \alpha + \beta_{1,i}(E(R_{M,t}) - R_{f,t}) + \beta_{2,i}(\pi_t - \pi_t^E) + \beta_{3,i}x_t + \varepsilon_{i,t} \quad (3.3)$$

dove $\beta_{1,i}$ indica il rischio sistematico di i , $\beta_{2,i}$ indica la capacità dei rendimenti dell'asset i di contrastare l'inflazione, $\pi_t - \pi_t^E$ è la differenza tra l'inflazione al tempo t e l'inflazione attesa al tempo t e x_t è una variabile dummy (il cui coefficiente è $\beta_{3,i}$) che tiene conto dei cambiamenti nella tassazione del mercato dell'arte nel Regno Unito e la legalizzazione della proprietà privata dell'oro negli Stati Uniti, fenomeni che, secondo il ricercatore, hanno influenzato negativamente i prezzi delle opere d'arte a partire dal 1975²⁹.

Bryan (1985) costruisce un indice dei prezzi aggregato a partire dal *Times-Sotheby's Art Index*, di cui considera solamente le categorie di *Old masters, Impressionists and post-impressionists, Nineteenth century european paintings and drawing* e *Modern paintings*³⁰. Tale indice, che costituisce la variabile dipendente nel CAPMUI, prevede un rendimento medio del 10,7% e una deviazione standard uguale a 8,2%, superando dunque la performance dell'investimento azionario (*S&P 500*), di cui Bryan (1985) calcola un

29 Bryan (1985) trova che il coefficiente di correlazione tra il rendimento delle opere d'arte e dell'oro per il periodo 1971-1984 è pari a 0,666 il che significa che i rendimenti tra i due differenti asset sono positivamente correlati. Si può ipotizzare che, possedendo sia l'oro che le opere d'arte caratteristiche simili, la legalizzazione della proprietà privata del primo comporti una minore domanda del secondo, con conseguente calo dei prezzi.

30 Il *Times-Sotheby's Art Index* comprende un paniere di circa 300 opere suddivise tra 12 categorie: *American paintings (1800 to pre-World War II), English furniture, Continental furniture, American furniture, English silver, Continental silver, Chinese ceramics* e *Continental ceramics*, a cui vanno sommate le 4 categorie menzionate in precedenza.

rendimento medio pari a 8,4% e una deviazione standard del 19,4%, in contrasto perciò con i risultati ottenuti da Stein (1977).

Utilizzando il rendimento delle obbligazioni emesse dal governo degli Stati Uniti con scadenza ad un anno come tasso *risk free* e un portafoglio di mercato composto da obbligazioni (rendimenti d'impresa AAA secondo *Moody's*), azioni (*S&P 500*), oro e immobili, il ricercatore esegue cinque diverse regressioni basate sulle quattro categorie di dipinti considerati e sull'indice aggregato (*Tabella 3.2*). Dai risultati ottenuti emerge che i dipinti presentano un livello di rischio moderatamente maggiore rispetto al portafoglio di mercato ($\hat{\beta}_{1,i}=1,15$). Considerando invece le stime dei coefficienti degli altri modelli di regressione, l'investimento più rischioso è quello in dipinti del diciannovesimo secolo (*19th century*), mentre quello meno rischioso è in arte moderna (*Modern art*). Si noti come il rendimento di tutte le categorie segua quello del portafoglio di mercato ($\hat{\beta}_{1,i}>0$). Considerando invece la capacità dei dipinti di contrastare l'inflazione³¹, si può notare che essa è positiva in tutti i casi ($\hat{\beta}_{2,i}>0$).

INDICE	α	β_1	β_2	β_3	R ²
Aggregato	0,041	1,15	1,76	-0,17	0,56
Old Masters	0,028	1,34	1,2	-0,2	0,31
Impressionists	0,036	0,97	1,34	-0,16	0,62
19th Century	0,072	1,53	2,84	0,04	0,31
Modern	0,061	0,92	2,7	-0,37	0,8

Tabella 3.2. Risultati di regressione CAPMUI 1971-1984. Adattamento da: Bryan (1985)

I risultati ottenuti da Bryan (1985) differiscono da quelli di Stein (1977) principalmente per ciò che concerne il rendimento dell'investimento in arte: se il secondo conclude che l'investimento nel mercato finanziario è più redditizio di quello in arte, Bryan (1985) invece asserisce che il rendimento del mercato azionario è minore di quello dell'arte di circa il 27% e che la deviazione standard del primo (19,4%) è maggiore di quella del secondo (8,2%). Entrambi però ritengono che l'investimento in arte non sia

31 Un titolo che riesce a proteggere dall'inflazione (*inflation hedging*) un investitore è tale per cui il suo tasso di crescita dei prezzi è almeno pari al tasso d'inflazione.

considerevolmente più rischioso del portafoglio di mercato e che gli individui investano in arte per scopi speculativi.

Atteggiamento di scetticismo nei confronti della capacità dei beni artistici di generare elevati rendimenti finanziari è riscontrabile invece in Baumol (1986), il quale ritiene che nel mercato dell'arte potrebbe non esistere un punto di equilibrio e pertanto i prezzi potrebbero essere completamente irrazionali³². Pertanto, lo studioso osserva che l'analisi del comportamento del mercato dell'arte non consente di prevederne il futuro andamento. Tuttavia, secondo Pesando (1993), è proprio la mancanza di un'efficienza di mercato che consente di ottenere un *premio per il rischio* positivo.

Baumol (1986), insistendo già come Stein (1977) e come Frey e Pommerehne (1989) poi, sul fatto che i dati del mercato dell'arte siano incompleti e non continui, si concentra sull'analisi del rendimento dell'investimento in arte, selezionando da Reitlinger (1961) tutte quelle opere che sono state aggiudicate in asta più di una volta, ottenendo un campione di 640 transazioni³³ tra il 1652 e il 1961. A meno che non sia specificato, la vendita è avvenuta a Londra e, fino al 1920, questo significa generalmente che tale transazione è avvenuta presso Christie's³⁴. Aggiustando i prezzi per l'inflazione, il ricercatore calcola il rendimento per ogni dipinto utilizzando la *capitalizzazione continua* dell'interesse:

$$y_t = y_0 e^{R(t-t_0)} \quad (3.4)$$

dove y_t è il prezzo dell'opera all'epoca della seconda vendita, y_0 è il prezzo all'epoca della prima vendita, e è la costante di Nepero e R è il tasso di interesse.

Vengono infine calcolati la media e la mediana dei rendimenti, rispettivamente pari a 0,55% e 0,85%. Renneboog (2011) fa notare che la prima è sostanzialmente inferiore a quella delle obbligazioni a lungo termine del governo britannico (3,25%). Al rendimento

32 " [...] there may exist no equilibrium level, so that the prices of such art objects may be strictly unnatural in the classical sense.", Baumol W. J., (1986), "Unnatural Value: or Art Investment as Floating Crap Game", *The American Economic Review*, 76:10-14, p. 10.

33 Il campione è ottenuto dopo aver escluso tutte le vendite multiple avvenute in un arco inferiore ai 20 anni e quelle il cui prezzo di aggiudicazione è incerto.

34 La casa d'asta presso cui è avvenuta la vendita è una variabile molto importante nel metodo della regressione edonica.

calcolato da Baumol (1986), che è il più basso tra quelli evidenziati negli studi riportati finora, andrebbero inoltre sottratti i costi di commissione.

La *Figura 3.4* illustra la distribuzione dei rendimenti del campione selezionato da Baumol (1986): il valore massimo è pari a +27% mentre il valore minimo è -19%, pertanto il campo di variazione³⁵ è pari a 46%. Presumibilmente, la variabilità dei rendimenti è elevata.

Lo studioso conclude che l'investimento in arte è pericoloso soprattutto per i non professionisti del mercato e che i dipinti rappresentano una buona scelta di acquisto esclusivamente per chi è interessato a trarne piacere estetico.

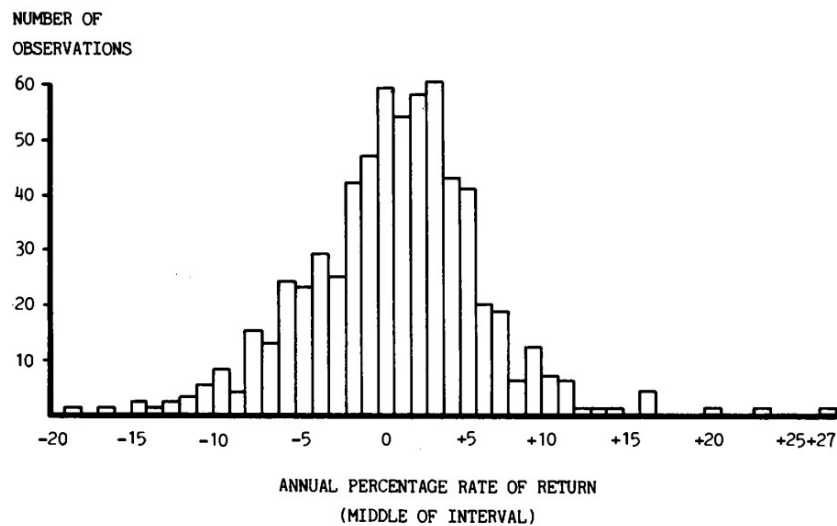


Figura 3.4. Distribuzione dei rendimenti in arte 1652-1961. Fonte: Baumol (1986)

Frey e Pommerehne (1989) condividono la metodologia e le conclusioni tratte da Baumol (1986) riguardo l'investimento in opere d'arte. Lo scopo degli autori è quello di superare le limitazioni dei pochi studi precedenti considerando un periodo di analisi che si arresta al 1987, cioè pochi anni prima della pubblicazione dello studio, includendo le transazioni avvenute in altri paesi che non siano il Regno Unito e gli Stati Uniti e calcolando il rendimento dell'investimento al netto dei costi di transazione.

Come Baumol (1986), Frey e Pommerehne (1989) selezionano un campione di dipinti a partire dalla banca dati di Reitlinger (il periodo considerato è tuttavia diverso, esso va

³⁵ Il campo di variazione (*range*) è la differenza tra il valore massimo ed il valore minimo di una distribuzione.

dal 1635 al 1987) e come Stein (1977) considerano solo gli artisti non più in vita, per un totale di 1198 transazioni.

Aggiustando i prezzi per l'inflazione, i due autori ottengono un rendimento medio annuo pari a 1,5% mentre la mediana è pari a 1,8%. Senza considerare i costi di transazione, il tasso di rendimento medio è pari a 1,9%. Gli autori notano che il rendimento è inferiore a quello delle obbligazioni del governo britannico, che stimano pari al 5% nel periodo 1650-1987. Il relativo tasso d'inflazione nel Regno Unito è pari circa al 2% annuo, pertanto il rendimento reale di un investimento obbligazionario è del 3%, con un costo opportunità pari ad 1,5% per un agente economico che investe in arte. Inoltre, la deviazione standard dei rendimenti dell'arte è pari a 5% mentre la deviazione standard delle obbligazioni del governo britannico è 1,7%. Infine, i due autori notano che, rispetto al periodo 1635-1949, tra il 1950 e il 1987 il rendimento medio dell'investimento in arte è aumentato solamente dello 0,02% e che il 30% delle osservazioni esibisce un rendimento negativo.

RISULTATI	BAUMOL (1986)	FREY E POMMEREHNE (1989)
Tasso di rendimento medio nominale	0,0055	0,019
Tasso di rendimento medio reale	-	0,015
Mediana	0,008	0,018
Deviazione standard	-	0,05
Rendimento minimo	-0,19	-0,19
Rendimento massimo	0,27	0,26
Numero di osservazioni	640	1198
Periodo di analisi	1652-1961	1635-1987

Tabella 3.3. Risultati ottenuti da Baumol (1986) e Frey e Pommerehne (1989)

Secondo i risultati di Frey e Pommerehne (1989), il mercato dell'arte è più rischioso e prevede minor rendimento medio del mercato finanziario e perciò, confermando i

risultati ottenuti da Baumol (1986), gli studiosi concludono che per un investitore razionale il mercato dell'arte non rappresenta una buona alternativa di investimento. Secondo i ricercatori, possibili motivazioni per l'acquisto di opere d'arte sono il rendimento estetico, l'esenzione e la detrazione fiscale in seguito ad una donazione presso un museo.

Si riporta nella *Tabella 3.3* un confronto tra i risultati relativi all'investimento in arte ottenuti da Baumol (1986) e Frey e Pommerehne (1989).

Riassumendo, da questi primi studi è possibile trarre alcune conclusioni. Il *rendimento medio* dell'investimento in arte differisce considerevolmente in base al periodo e al campione considerato nell'analisi. L'investimento in arte non è privo di *rischio* ed il rendimento del *portafoglio di mercato* è positivamente correlato con quello dell'investimento in arte. Ad eccezione di Bryan (1985), i primi studi concludono che l'investimento in arte sia *meno conveniente* di quello nel mercato azionario (Anderson, 1974 e Stein, 1977) o obbligazionario (Baumol, 1986 e Frey e Pommerehne, 1989), poiché incorpora maggior rischio e minor rendimento. Infine, gli individui investono in arte per scopi speculativi (Stein, 1977 stima che il rendimento estetico sia solo 1,6%) ma la maggior parte degli studiosi sono concordi nell'asserire che un investitore razionale dovrebbe acquistare beni d'arte per trarne *piacere estetico* al fine di non incorrere in costi opportunità elevati (Anderson, 1974 e Frey e Pommerehne, 1989).

3.2. Gli studi più recenti (1990-2021)

3.2.1. Studi su rendimento e rischio nel mercato dell'arte e confronto con il mercato finanziario

Come notano Ashenfelter e Graddy (2002), a partire dagli anni '90 del XX secolo gli studi sugli aspetti finanziari del mercato dell'arte si moltiplicano considerevolmente. Nel corso del trentennio, tali studi vengono estesi anche a beni collezionabili, quali ad esempio vino e diamanti. La varietà di risultati ottenuti è molto ampia, così come lo sono i campioni considerati (i quali si estendono a particolari sotto-segmenti del mercato

dell'arte) e le conclusioni tratte dagli studiosi. A causa di tale eterogeneità di risultati, diviene difficile formulare giudizi generali sugli aspetti finanziari del mercato dell'arte. Alcuni studi confermano quanto riportato nei lavori del trentennio precedente mentre altri ne smentiscono i risultati.

Un'importante fonte per gli studi più recenti è l'*International auction records* di Enrique Mayer, database dei risultati d'asta ottenuti in 40 paesi pubblicato a partire dal 1962 fino al 2001. Il database di Mayer ha infatti permesso di aggiornare i risultati d'asta riportati da Reitlinger, che si fermavano al 1960, colmando così la lacuna dei prezzi realizzati nei tempi più recenti.

Nei primi anni '90 del XX secolo si intraprende lo studio del mercato dell'arte dal punto di vista finanziario allo scopo di confermare o meno i risultati molto pessimistici ottenuti da Baumol (1986). Buelens e Ginsburgh (1993) e Chanel *et al.* (1994) ritengono che il tasso di rendimento medio dello 0,55% calcolato da Baumol (1986) nel periodo 1652-1961 non pregiudichi la possibilità di ottenere maggiori rendimenti in un minor lasso di tempo, quali 20 o 40 anni. Inoltre, il tasso di rendimento calcolato da Baumol (1986) considera tutto il mercato mentre Buelens e Ginsburgh (1993) sostengono che il rendimento del mercato di determinate scuole o movimenti possa essere molto superiore a quello del mercato dell'arte aggregato.

Buelens e Ginsburgh (1993) ricostruiscono il database impiegato da Baumol (1986) per estrarvi le informazioni da utilizzare come campione, dal quale non vengono però escluse le transazioni avvenute in un arco di tempo inferiore ai 20 anni, a differenza di quanto praticato da Baumol (1986). Gli studiosi suddividono poi il campione in diverse scuole e periodi e calcolano il rendimento medio per ciascuna scuola e periodo considerato (*Tabella 3.4*). In riferimento all'intero periodo 1700-1961, calcolando il rendimento medio per scuola, è possibile ottenere rendimenti superiori a quelli indicati da Baumol (4,06% per la categoria *Impressionists*). Restringendo il periodo considerato si possono osservare rendimenti attesi ancora maggiori, come ad esempio il rendimento medio della categoria *Dutch painters* tra il 1951 ed il 1961, pari a 32,68%. Gli autori calcolano anche la deviazione standard dei risultati d'asta tra il 1700 e il 1961 e notano che il maggior rischio non comporta un più alto rendimento atteso, come nel caso dei *Dutch painters*, la cui deviazione standard (10,26%) è pressoché identica a quella degli

English painters (10,64%), sebbene il rendimento medio dei primi sia superiore a quello dei secondi.

CATEGORIA	1700-1869	1870-1913	1914-1950	1951-1961	1700-1961
All painters	1,86	3,57	-6,00	20,30	0,65
English painters	4,15	3,19	-6,90	-	-0,26
Dutch painters	1,75	7,69	-1,06	32,68	2,59
Italian painters	1,37	0,94	-1,10	-	1,57
Impressionists	-	11,90	-19,48	28,40	4,06

Tabella 3.4. Rendimento medio (in %) per periodo e scuola. Adattamento da: Buelens e Ginsburgh (1993)

Buelens e Ginsburgh (1993) concludono asserendo che, per quanto non sia loro intenzione confrontare l'arte con il mercato finanziario³⁶, in certi periodi determinate scuole hanno ottenuto un rendimento maggiore delle obbligazioni (2,5%) e che i risultati ottenuti da Baumol (1986) sono influenzati negativamente dalla grande presenza, all'interno del campione da lui considerato, dei dipinti inglesi (554 osservazioni su un totale di 1.111 ovvero quasi il 50% del totale), il cui tasso di rendimento medio nell'intero periodo considerato è negativo a causa dello sfavorevole andamento del loro mercato tra il 1914 ed il 1950.

Molti degli studi più recenti hanno confrontato il rendimento atteso ed il rischio del mercato dell'arte con quelli del mercato finanziario.

Goetzmann (1993) utilizza il database di Mayer per estendere il database di Reitlinger fino al 1986, ottenendo un campione di 3.329 coppie di vendite di 2.809 dipinti aggiudicati in asta a partire dal 1715. Lo studioso utilizza un modello di regressione delle vendite ripetute e per stimare i coefficienti impiega sia il metodo dei minimi

36 " [...] we can hardly discuss how investment in art compares with investment in more traditional financial assets. This was not our purpose anyway.", Buelens N. e Ginsburgh V. (1993), "Revisiting Baumol's Art as Floating Crap Game", *European Economic Review*, 37:1351-1371, 1364.

quadrati ordinari (OLS) che il metodo dei minimi quadrati generalizzati (GLS)³⁷, ottenendo un tasso di rendimento del 3,2% nel periodo 1715-1986, inferiore perciò a quello delle obbligazioni del Regno Unito³⁸ durante lo stesso periodo (4,3%). Poiché nelle prime quattro decadi considerate nello studio, il tasso di rendimento atteso dell'indice dei prezzi di Goetzmann (1993) è fortemente negativo (il metodo OLS stima il rendimento della prima decade pari a -66%, mentre attraverso GLS è pari a -65%). Lo studioso restringe l'analisi al solo periodo 1850-1986, ottenendo un rendimento pari a 6,2%, superiore perciò a quello delle obbligazioni a lungo termine del governo britannico (4,2%) e della borsa di Londra (2,6%).

Al rendimento atteso superiore si accompagna una maggiore volatilità: la deviazione standard dei rendimenti del campione utilizzato è superiore a quella del rendimento delle obbligazioni e delle azioni, sia per tutto il periodo di analisi ($\sigma_{art} = 56,5\%$, $\sigma_{bonds} = 16,9\%$ e $\sigma_{stocks} = 19,6\%$) sia restringendo quest'ultimo a partire dal 1850 ($\sigma_{art} = 65\%$, $\sigma_{bonds} = 21,5\%$ e $\sigma_{stocks} = 26\%$).

De la Barre *et al.* (1994) applicano il metodo della regressione edonica ad un campione, ottenuto dal database di Mayer, composto da 24.540 vendite di opere di 82 artisti europei (suddivisi in *Impressionists*, *Modern* e *Contemporary painters*) avvenute tra il 1962 e il 1991. Il criterio da loro utilizzato per includere i pittori (a cui si riferiscono come *Great masters*) nel campione è estremamente soggettivo³⁹ e poiché si tratta di artisti di grande fama, tale database rappresenta solo parzialmente il mercato. De la Barre *et al.* (1994) costruiscono poi un secondo database (*Other painters*) composto da 6.410 vendite in maniera da avere un portafoglio di dipinti selezionati in maniera casuale.

37 Nel modello di regressione delle vendite ripetute considerato da Goetzmann (1993), il coefficiente di determinazione quando i coefficienti del modello di regressione sono stimati tramite OLS è $R^2_{OLS} = 0,59$ mentre quando i coefficienti del modello sono stimati tramite GLS e $R^2_{GLS} = 0,7$.

38 In dettaglio, si intendono i *consols*, obbligazioni perpetue (che perciò non danno diritto al rimborso del capitale) emesse dalla Banca d'Inghilterra a partire dagli anni '50 del 1700.

39 Il criterio di selezione utilizzato in De la Barre *et al.* (1994) prevede che il campione sia costituito da opere di artisti che abbiano trascorso una considerevole parte della propria vita a Parigi, i cui lavori siano stati venduti con frequenza presso aste pubbliche e che siano conosciuti a livello internazionale.

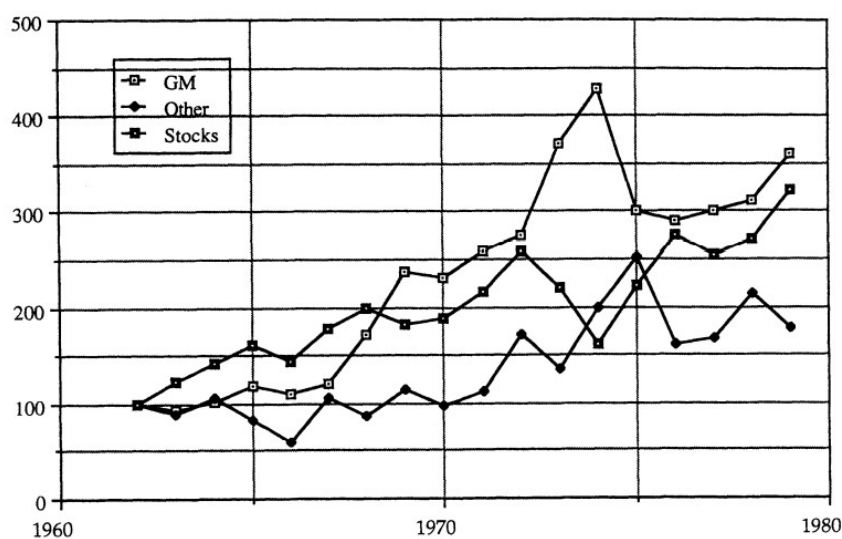


Figura 3.5. Confronto tra rendimenti di *Great Masters*, *Other painters* e azioni 1961-1979. Fonte: De la Barre et al. (1994)

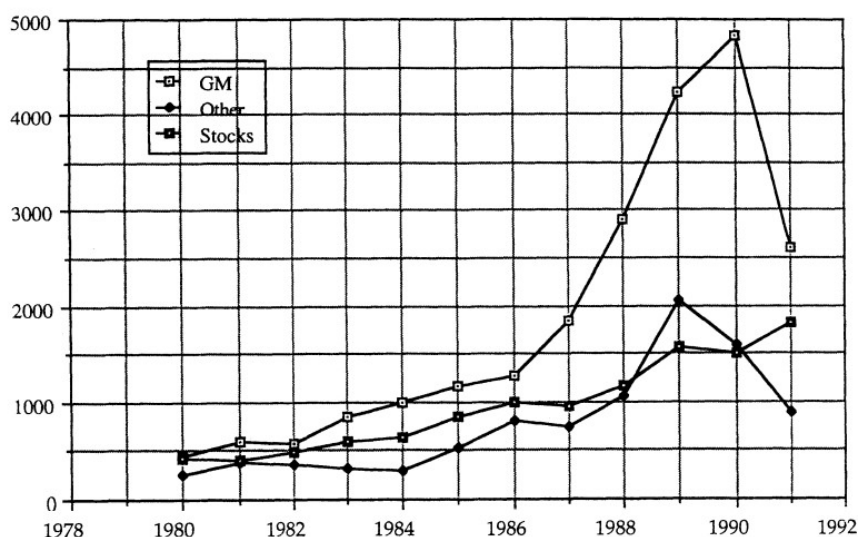


Figura 3.6. Confronto tra rendimenti di *Great Masters*, *Other painters* e azioni 1980-1991. Fonte: De la Barre et al. (1994)

I risultati ottenuti permettono di costruire un indice dei prezzi (*Figura 3.5* e *Figura 3.6*, con 1962 come anno base). Gli studiosi notano che il tasso di crescita dei prezzi dei *Great masters* è superiore a quello dell'altro campione, specialmente nel periodo 1967-1980, quando i rendimenti delle due serie storiche iniziano ad avere andamenti simili, anche se il tasso di crescita dei prezzi di *Other painters* inizia ad essere negativo a partire dal 1989, un anno prima di *Great masters*.

Gli studiosi concludono che il rendimento delle opere di *Great masters* nel periodo considerato sono maggiori di quelli del mercato azionario, ma poiché i costi di transazione delle vendite all'asta si aggirano intorno al 20% ed i dipinti sono più illiquidi delle azioni, tale affermazione va presa con cautela.

Chanel *et al.* (1996) ritengono che il metodo della regressione delle vendite ripetute (ed in generale tutti i metodi che prevedono che un bene sia venduto più volte) non rifletta la situazione del mercato, poiché i dipinti che ritornano in asta per almeno due volte sono solo una minima percentuale rispetto alla popolazione totale. I ricercatori applicano perciò il metodo della regressione edonica ad un campione di 1.900 vendite, riportate da Reitlinger tra il 1855 e il 1970, di dipinti di 46 artisti nati dopo il 1830, per costruire un indice del mercato dell'arte. I prezzi vengono aggiustati per l'inflazione ma non per i costi di assicurazione e transazione.

Gli autori ottengono un tasso medio di crescita dei prezzi pari al 4,8% per tutto il periodo considerato. Chanel *et al.* (1996) costruiscono anche un indice dei prezzi del solo periodo 1950-1969 da confrontare con i rendimenti dal mercato azionario (S&P 500 aggiustato per l'inflazione) e concludono che durante tale periodo investire in arte è più profittevole che investire nel mercato azionario (*Figura 3.7*).

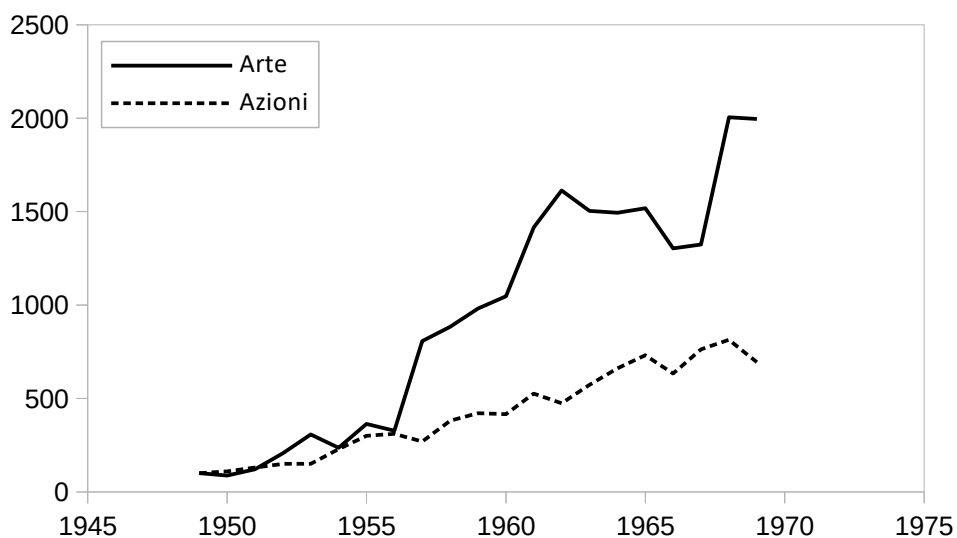


Figura 3.7. Confronto tra mercato dell'arte e mercato azionario nel periodo 1950-1969. Elaborazione personale da: Chanel *et al.* (1996)

Agnello e Pierce (1996), per calcolare l'indice dei prezzi di 66 artisti americani (nati tra 1749 e 1930) nel periodo 1971-1992, applicano due modelli di regressione edonica, dove il primo tiene conto solamente delle caratteristiche delle opere considerate, mentre il secondo prevede l'aggiunta di una variabile riferibile al nome dell'artista⁴⁰. Il campione da loro utilizzato è composto da 15.216 vendite (esclusi i *buy-in*).

Gli studiosi ottengono così un tasso di rendimento medio nominale del 9,3% con un range del 20% tra gli artisti (0,6% per John F. Francis e 26,6% per Jasper Johns). Poiché nel periodo considerato il tasso d'inflazione è pari al 6,5%, il portafoglio di dipinti avrebbe consentito di ottenere un tasso di rendimento medio reale del 2,8%, mentre i lavori di 12 artisti (24% del campione) avrebbero ottenuto un rendimento reale negativo. I risultati del secondo modello di regressione confermano quanto ottenuto nel primo.

Il tasso di rendimento medio nominale del mercato dell'arte viene confrontato con quello del mercato azionario ed obbligazionario⁴¹ (*Tabella 3.5*). Gli autori giungono alla conclusione che l'investimento nel mercato dell'arte è meno redditizio dell'investimento azionario (13,1%), ma più redditizio dell'investimento in obbligazioni (9,7% e 7,4%). Infine, Agnello e Pierce (1996) specificano che considerando anche la volatilità dei rendimenti nella propria analisi, è probabile che l'arte offra un veicolo di investimento meno attrattivo delle obbligazioni per un investitore avverso al rischio.

	Stocks	Long term bonds	U.S. Treasury bills	Art
RENDIMENTO MEDIO (%)	13,1	9,7	7,4	9,3

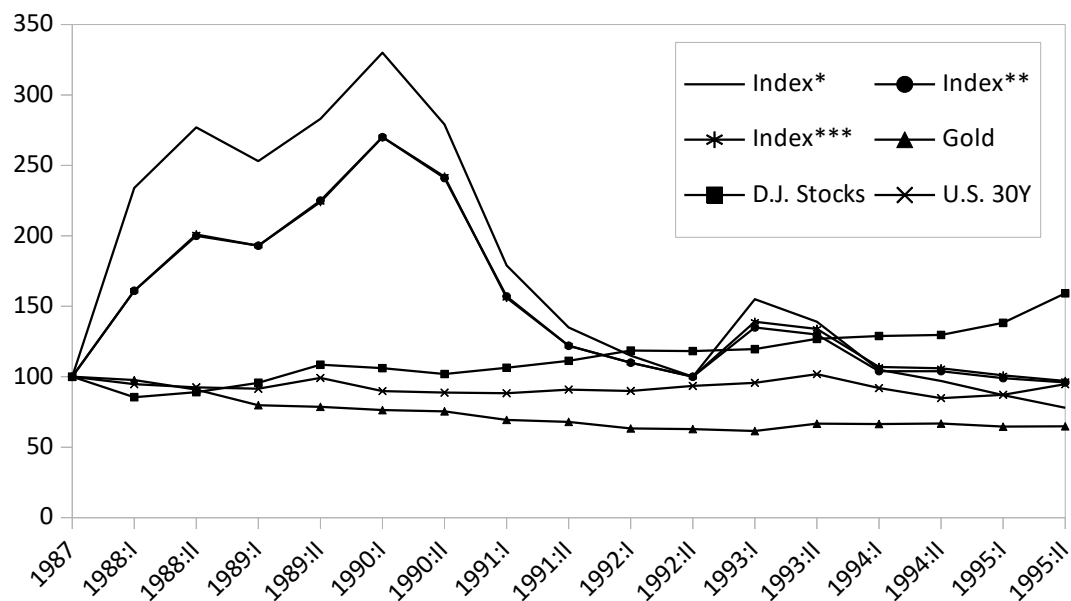
Tabella 3.5. Confronto tra rendimento in arte e in altri asset 1971-1992. Adattamento da: Agnello e Pierce (1996)

Conclusioni simili a quelle di Chanel *et al.* (1996) vengono tratte da Zanola e Locatelli Biey (1998). Gli studiosi costruiscono un indice del mercato dell'arte tra il 1987 e il 1995 utilizzando il metodo della RSR⁴². Il campione è composto da 1.446 vendite ripetute ottenute dalla banca dati di Mayer. I prezzi, corretti per l'inflazione, sono

40 Tale variabile viene misurata tra due istanti temporali, in modo da osservare il differenziale del rendimento riferibile alle opere di quest'ultimo tra i detti momenti.

41 La fonte dei rendimenti medi degli altri asset nel periodo 1971-1992 è: Ross S.A., Jaffe J.F. e Westerfield R. (1996), *Corporate finance*, Times Mirror/Mosby College Publishing, St. Louis.

espressi in dollari americani e non tengono conto dei costi di transazione e assicurazione. Gli autori confrontano l'indice dei prezzi con il *Dow Jones stock index*, il rendimento dell'oro e delle obbligazioni trentennali emesse dal governo degli Stati Uniti. I risultati ottenuti indicano che dal 1987 fino al primo semestre del 1992 l'investimento in arte consentiva di ottenere un rendimento maggiore di quello ottenuto dagli altri due asset (Figura 3.8). A partire dal secondo semestre del 1992 l'arte è risultata invece meno redditizia.



Legenda: Index* = indice dell'arte stimato con OLS senza intercetta; Index** = indice dell'arte stimato con OLS ed intercetta; Index*** = indice dell'arte stimato con MLE; Gold = oro; D.J. Stocks = azioni; U.S. 30Y = obbligazioni

Figura 3.8. Indice dei prezzi dell'arte, oro, azioni e obbligazioni. Adattamento da: Zanola e Locatelli Biey (1998)

Un altro studio che analizza il mercato dell'arte attraverso la regressione edonica è quello di Renneboog e Van Houtte (2002), utilizzando un campione di 10.598 vendite di opere di 71 artisti belgi, nati tra il 1850 e il 1950, avvenute tra il 1970 ed il 1990⁴³.

Gli autori eseguono 3 regressioni, una solamente per i dipinti ad olio, una per gli acquerelli ed una per tutti i tipi di dipinto, ottenendo i seguenti tassi di rendimento

42 Zanola e Locatelli Biey (1998) utilizzano tre metodi per stimare i coefficienti del modello di regressione: OLS con intercetta pari a 0 ($R^2 = 0,28$), OLS con intercetta diversa da 0 ($R^2 = 0,3$) e *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).

43 I dati utilizzati da Renneboog e Van Houtte (2002) sono tratti da *Art Sales Index Ltd*.

medio: 5,6% per tutti i dipinti, 7,6% per i dipinti ad olio e 3,2% per gli acquerelli. Renneboog e Van Houtte (2002) notano che i rendimenti ottenuti tramite l'indice edonico sono inferiori a quelli calcolati attraverso la media geometrica (7,6% per tutti i dipinti e 9,8% per i soli acquerelli), i quali sono non molto dissimili dai rendimenti azionari calcolati sempre attraverso la media geometrica⁴⁴. Renneboog e Van Houtte (2002) precisano che i rendimenti dei dipinti calcolati attraverso la media geometrica potrebbero essere distorti, poiché il metodo, a differenza di quello della regressione edonica, non riesce ad aggiustare il rendimento per la qualità delle opere che varia nel tempo. Confrontando invece la deviazione standard dell'indice edonico con quello degli indici di borsa, gli studiosi osservano che la volatilità del primo indice nel periodo 1970-97 è maggiore di quella degli indici di borsa (*Tabella 3.6*).

Renneboog e Van Houtte (2002) concludono che l'investimento in arte è dominato da quello azionario e precisano che, siccome gli indici di borsa non sono aggiustati per i dividendi e l'indice edonico non è al netto dei vari costi di commissione ed assicurazione, l'attrattiva dell'investimento in arte dovrebbe essere ancora minore. Questo non preclude, come già anticipato nel lavoro di Buelens e Ginsburgh (1993), l'esistenza di sotto-periodi in cui il rendimento dell'arte, in particolare di una specifica scuola, è maggiore di quello del mercato azionario. Per esempio, considerando il più breve periodo 1970-1989, il rendimento di S&P 500 è pari a 7,3% mentre quello dell'indice edonico della categoria *Luminism* è 11,3%⁴⁵.

	WSI	ESI	S&P500	HI _A	HI _O	HI _W
DEVIAZIONE STANDARD(%)	16,3	20,6	16,0	19,4	30,1	22,4

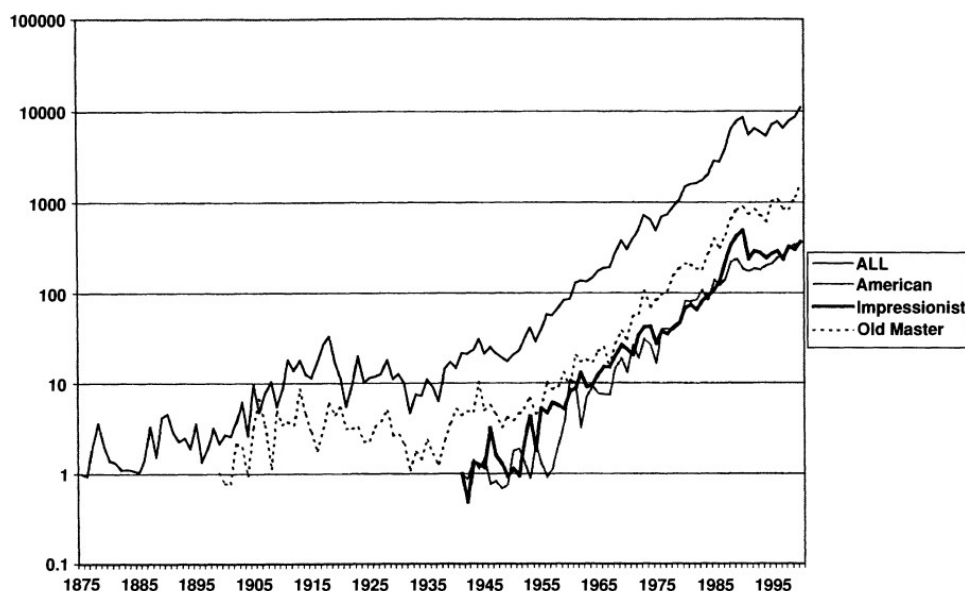
Legenda: S&P 500 = Standard & Poor 500; WSI = World Share Index; ESI = European Share Index; HI_A = indice edonico aggregato; HI_O = indice edonico dipinti ad olio; HI_W = indice edonico acquerelli

Tabella 3.6. Rischio dell'investimento in arte ed in azioni (1970-1997). Adattamento da: Renneboog e Van Houtte (2002)

44 Gli autori considerano i seguenti rendimenti del mercato azionario: 9,9% per il *World Stock Index* (WSI), 7,3% per *S&P 500*, 9,8% per lo *European Stock Index* (ESI) e 8,9% per il *Belgian All Shares*.

45 In Renneboog e Van Houtte (2002) sono riportati in dettaglio, per ogni categoria e periodo considerato nell'analisi, i rendimenti degli indici dei prezzi edonici, i quali si ritiene non costituiscano particolare rilevanza ai fini della trattazione e che per questo non vengono riportati.

Come Goetzmann (1993), anche Mei e Moses (2002) costruiscono un indice dei prezzi, applicando il metodo RSR ad un campione di 4.896 vendite ripetute (899 *American paintings*, 1.709 *Impressionists* e 2.288 *Old masters*) avvenute presso Christie's e Sotheby's tra il 1875 e il 2000. L'indice di Mei e Moses (2002) rivela che negli anni '80 del XX secolo c'è stato un significativo aumento dei prezzi, fino a raggiungere il picco nel 1990, a cui segue una perdita del 36% l'anno dopo (Figura 3.9). Gli autori confrontano anche il rendimento reale e la deviazione standard del campione con quelli degli altri asset (Tabella 3.7). Il rendimento che deriva da investimenti nel mercato dell'arte nel periodo 1950-2000 è pari a 8,2%, non troppo dissimile perciò a quello di *S&P 500* e *Dow Jones*. In compenso, l'arte presenta un tasso di rendimento superiore rispetto ai diversi tipi di obbligazione che vengono considerate dagli autori. Ampliando il periodo di analisi, si osserva che il differenziale tra il rendimento in arte e in azioni aumenta a favore di queste ultime, ma rimane comunque maggiore di quello delle obbligazioni. Considerando invece la deviazione standard dei rendimenti, si noti come *Dow Jones* e *S&P 500* dominino il campione considerato, visto che la volatilità dei rendimenti è maggiore.



Anno base: *All* (1875 = 1), *American paintings* (1941 = 1), *Impressionists* (1941 = 1) e *Old masters* (1900 = 1)

Figura 3.9. Indici dei prezzi dei dipinti relativi al periodo 1875-2000. Fonte: Mei e Moses (2002)

		Art	S&P 500	Dow	Government Bond	Corporate Bond	T-Bill
1950–1999	Mean	0.082 [0.002]	0.089	0.091	0.019	0.022	0.013
	Standard deviation	0.213 [0.016]	0.161	0.162	0.095	0.092	0.023
1900–1999	Mean	0.052 [0.003]	0.067	0.074	0.014	0.020	0.011
	Standard deviation	0.355 [0.048]	0.198	0.222	0.086	0.084	0.049
1875–1999	Mean	0.049 [0.003]	0.066	0.074	0.020	0.029	0.018
	Standard deviation	0.428 [0.047]	0.087	0.208	0.080	0.080	0.048

Tabella 3.7. Confronto tra rendimenti aggiustati per l'inflazione di diversi asset (tra parentesi l'errore standard). Fonte: Mei e Moses (2002)

Anche Agnello (2006) giunge alla conclusione che il mercato dell'arte, a causa del maggiore rendimento atteso, possa offrire una buona alternativa al mercato azionario. Lo studioso non calcola nel presente lavoro un indice di prezzo, ma si limita a considerarne uno che proviene da Agnello (2002), un precedente studio in cui viene applicata la tecnica della regressione edonica ad un campione di 25.217 vendite di dipinti americani (91 artisti) avvenute tra 1971 e 1996.

Il rendimento calcolato attraverso il modello di regressione edonica è pari a 4,2% per tutto il campione mentre i dipinti di fascia alta e fascia bassa⁴⁶ esibiscono un rendimento, rispettivamente, del 9,9% e del 2,7%. Poiché l'indice dei prezzi al consumo è pari a 5,4% lo studioso nota che solamente i dipinti di fascia alta hanno un rendimento reale positivo, migliore anche di quello delle obbligazioni (buoni del tesoro statunitensi con scadenza a 30 giorni), ma inferiore a quello del mercato azionario (*S&P 500*).

Il ricercatore nota anche che la volatilità dei dipinti è maggior rispetto a quella degli strumenti finanziari tradizionali. Sembra inoltre che non ci sia relazione tra rischio e rendimento nel mercato dell'arte, poiché la maggiore volatilità non è accompagnata da un più alto premio per il rischio. Si consideri ad esempio due artisti, Milton Avery e Albert Bierstadt: il tasso di rendimento dei lavori del primo è pari a 6,9% con una deviazione standard del 26,4% mentre quello del secondo è pari al 3% con una deviazione standard del 55,8%. Per il criterio media-varianza, nessun agente razionale deciderebbe di investire nei lavori di Bierstadt. Tale anomalia potrebbe essere dovuta al

⁴⁶ Agnello (2002), seguendo Pesando (1993) e Galenson (2001), considera il prezzo come un indicatore della qualità. Il 20% del campione composto dai lavori più prezziati rappresenta i dipinti di fascia alta.

fatto che la qualità dei dipinti è molto disomogenea, al fatto che i gusti dei collezionisti cambino in maniera repentina o all'*irrational premium*⁴⁷.

Vi sono poi una serie di studi che, sulla base dei risultati ottenuti, non considerano l'investimento in arte come una buona alternativa ai più tradizionali investimenti finanziari.

Pesando (1993) costruisce, tramite RSR, un indice semi-annuale del mercato delle stampe moderne nel periodo 1977-1992. Il campione è composto da 27.961 vendite ripetute, i cui prezzi comprendono le commissioni d'acquisto, di stampe di 28 artisti⁴⁸. Il ricercatore stima anche un indice composto esclusivamente da 6.010 stampe di Picasso. L'indice dei prezzi reali (*Figura 3.10*) è ottenuto aggiustando quello nominale per l'indice dei prezzi al consumo. Anche Pesando (1993), come Mei e Moses (2002), riscontra un considerevole aumento dei prezzi durante gli anni '80 del XX secolo, seguito da un relativo calo all'inizio della decade successiva.

Il tasso di rendimento medio reale calcolato dal ricercatore per l'indice aggregato è 1,51% mentre per quello di Picasso è 2,10%. Lo studioso nota che entrambi i valori ottenuti sono inferiori ai rendimenti delle obbligazioni a lungo termine del governo statunitense (2,54% per le obbligazioni a lunga scadenza e 2,23% per i buoni del tesoro con scadenza a 180 giorni) e a quelli di *S&P 500* (8,14%). Considerando la deviazione standard dei rendimenti, si osserva che la volatilità delle stampe moderne ($\sigma_{\text{prints}} = 19,94\%$, $\sigma_{\text{Picasso}} = 23,38\%$) è simile a quella delle obbligazioni a lungo termine (21,83%) e delle azioni (22,47%) ma molto superiore rispetto ai *T-bills* (3,43%). Pesando (1993) conclude che, a meno che le stampe non permettano una maggiore diversificazione del portafoglio, i tradizionali strumenti finanziari siano preferibili, essendo il premio per il rischio delle stampe negativo.

47 Esso è da intendersi come l'elemento soggettivo ed irrazionale, non spiegabile scientificamente, che concorre alla determinazione del prezzo di un'opera.

48 I 28 artisti considerati in Pesando (1993) sono: Picasso, Chagal, Miro, Matisse, Whistler, Nolde, Heckel, Schmidt-Rottluf, Kirchner, Kandinski, Klee, Mueller, Bellows, Benton, Hopper, Munch, Renoir, Sloan, Vuillard, Braque, Bonnard, Cassatt, Kollwitz, Laurencin, Leger, Rouault, Toulouse-Lautrec e Villon.

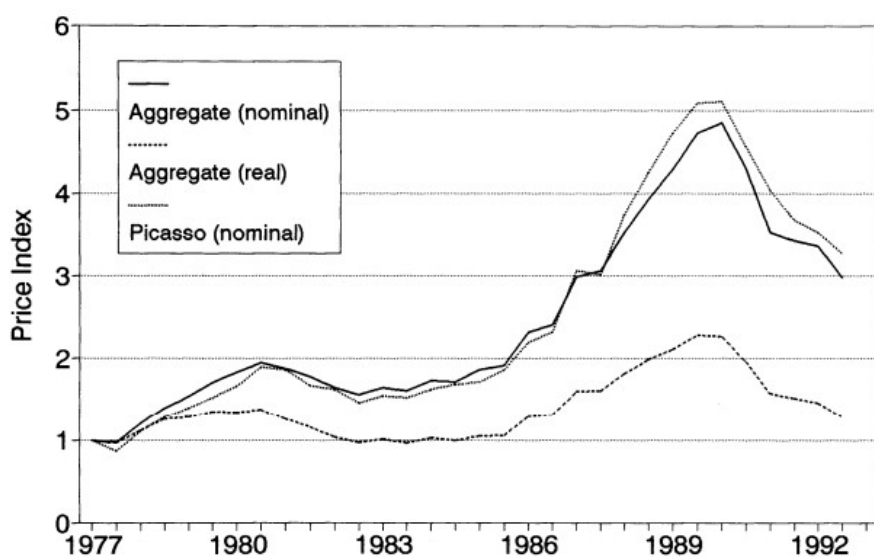


Figura 3.10. Indice dei prezzi delle stampe moderne. Fonte: Pesando (1993)

Worthington e Higgs (2001) confrontano gli indici di 8 mercati artistici (*Contemporary masters, French impressionists, Modern european, 19th century european, Old masters, Surrealists, 20th Century english, Modern US paintings*) con un indice di borsa (*Morgan Stanley Capital International World Equity Index*) tra il 1976 e il 2001 (Tabella 3.8).

I risultati mostrano che il tasso di rendimento medio dell'investimento in arte è sempre inferiore a quello dell'investimento azionario (5,17%). Inoltre, la deviazione standard dei rendimenti degli 8 indici del mercato dell'arte è superiore a quella dell'indice di borsa e perciò nessun agente economico razionale investirebbe nel mercato dell'arte piuttosto che nel mercato finanziario. Gli otto indici del mercato dell'arte prevedono tuttavia un rendimento massimo maggiore, il che secondo i ricercatori può spiegare la popolarità del suddetto mercato, soprattutto durante gli anni '80 ed i primi anni '90 del XX secolo, quando si assiste ad un notevole aumento dei prezzi, in linea con i risultati di Pesando (1993) e Mei e Moses (2002).

Osservando esclusivamente gli indici del mercato dell'arte, generalmente ad una maggiore volatilità si accompagna un maggiore rendimento medio, anche se non in tutti i casi. Ad esempio, la categoria *Surrealists* è dominata da *Old Masters*.

INDICE	TASSO DI RENDIMENTO MEDIO	RENDIMENTO MASSIMO	RENDIMENTO MINIMO	RANGE	DEVIAZIONE STANDARD
CM	4,2090	29,7088	-15,2562	44,965	10,5006
FI	3,7045	34,2042	-40,5108	74,715	13,6610
ME	2,1398	21,6283	-23,7159	45,3442	11,2592
NE	2,4645	17,0330	-16,0957	33,1287	7,1423
OM	2,8132	18,2180	-8,1525	26,3705	7,5800
SR	2,0307	22,6799	-29,3774	52,0573	11,2977
TE	2,5541	13,4611	-12,1199	25,581	7,6386
US	3,3180	26,4745	-27,4104	53,8849	12,7691
EI	5,1736	15,4727	-7,8406	23,3133	5,84

Legenda: CI = *Contemporary masters*; FI = *French impressionists*; ME = *Modern european*; NE = *19th century european*; OM = *Old masters*; SR = *Surrealists*; TE = *20th Century english*; US = *Modern US paintings*; EI = *Morgan Stanley Capital International World Equity Index*.

Tabella 3.8. Statistiche descrittive (in %) dei rendimenti in arte e in azioni 1976-2001. Adattamento da: Worthington e Higgs (2001)

Anche Campos e Barbosa (2009) non riscontrano convenienza nell'investire in arte. I ricercatori applicano quattro diversi modelli di regressione edonica ad un campione di 1.663 dipinti latino americani aggiudicati in asta presso Sotheby's e Christie's tra il 1995 e il 2002 per studiare quali variabili ne determinano il prezzo e calcolare un indice edonico. Gli studiosi stimano un rendimento medio annuo pari a 5,23% e asseriscono che tale rendimento è inferiore a quello di altri asset nello stesso periodo, ma senza specificare quali. I ricercatori precisano che il primo scopo del lavoro era quello di studiare quali caratteristiche determinano il prezzo delle opere d'arte, non confrontare l'indice edonico con quelli del mercato finanziario. Campos e Barbosa (2009) concludono che i loro risultati sono in linea con quanto scoperto da Baumol (1986), benché il campione considerato e la metodologia siano differenti.

Botha *et al.* (2016) ritengono che per confrontare l'investimento in arte con quello nel mercato finanziario, oltre agli aspetti legati al rendimento e al rischio, occorre tenere conto anche dell'utilità che deriva dal consumo di un'opera d'arte, dei costi di

transazione, di assicurazione e dei benefici fiscali. A tal proposito, alcuni autori quali Mandel (2009) ritengono che i beni d'arte siano beni di consumo e che allo stesso tempo costituiscano investimenti finanziari, come già notato da Stein (1977).

Consci del fatto che la propria analisi rifletta solo parzialmente il rendimento del mercato dell'arte, Botha *et al.* (2016) confrontano il mercato dell'arte sudafricano con degli indici del mercato immobiliare, azionario e obbligazionario. Il mercato dell'arte è rappresentato dal *Citadel Art Price Index*⁴⁹, quello immobiliare dall'*Absa House Price Index*, quello azionario dal *FTSE/JSE All Share Index* e quello obbligazionario dal *South African Government Bond Index*.

Sulla base dei risultati ottenuti (*Tabella 3.9*), gli autori traggono le stesse considerazioni di Campos e Barbosa (2009) riguardo l'arte latino americana: l'investimento in arte è dominato da quello finanziario e immobiliare ma l'arte prevede un rendimento massimo più alto, il che può spiegare l'euforia diffusa dai media per questo tipo di investimento, come notato già, tra gli altri, da Frey e Pommerehne (1989) e Mamarbachi *et al.* (2009).

INDICE	TASSO DI RENDIMENTO MEDIO	RENDIMENTO MASSIMO	RENDIMENTO MINIMO	RANGE	DEVIAZIONE STANDARD
FTSE/JSE	3,11	15,81	-21,84	37,65	7,84
Absa	2,82	8,21	-27,09	35,3	2,41
SA bonds	2,74	8,22	-6,05	14,27	3,01
Citadel	1,61	35,34	-27,09	62,78	13,37

Legenda: *FTSE/JSE* = Financial Times Stock Exchange/Johannesburg; *Absa* = Absa House Price Index; *SA bonds* = South African Government Bond Index; *Citadel* = Citadel Art Price Index

Tabella 3.9. Confronto tra arte ed altri asset (dati in %). Adattamento da: Botha *et al.* (2011)

Uno studio simile a quello di Campos e Barbosa (2009) e di Botha *et al.* (2016) è quello di Öztürkkal e Togan-Eğrican (2019), in cui si costruisce un indice dei prezzi del mercato dell'arte turca tramite il metodo della regressione edonica. Il campione considerato, una volta rimosse le vendite con informazioni poco trasparenti o non chiare, comprende

⁴⁹ Il *Citadel Art Price Index* è un indice quadrimestrale dei prezzi del mercato dell'arte sudafricano costruito tramite il metodo della regressione edonica dalla *Citadel*, società di gestione del risparmio sudafricana. I campioni considerati per la costruzione riguardano i top 100, 50 e 20 artisti per volume di vendite a partire dal 2000, per un totale di 17.997 aggiudicazioni d'asta.

2.391 osservazioni⁵⁰ (oltre l'80% delle opere è realizzato da artisti turchi, il resto da artisti europei), aggiudicati in asta tra 1994 e 2014.

L'indice dei prezzi calcolato dai ricercatori non comprende i costi di transazione, che in Turchia possono raggiungere fino al 17% del prezzo di aggiudicazione per il venditore e fino al 10% per il compratore. Come anno base si è considerato il 1994, mentre per gli anni 2001, 2004 e 2012, data l'assenza di transazioni, il rendimento è stato calcolato basandosi sui due anni precedenti.

Considerando i prezzi di tutti gli indici espressi in lire turche, i ricercatori trovano un tasso di rendimento medio annuo reale dell'investimento in arte del 3,1%, dunque inferiore a quello del *BIST 100 Index*⁵¹ (3,5%). Aggiustato per il tasso di cambio (in dollari americani), il rendimento dell'arte turca è pari a -3,8%, dunque negativo, oltre che inferiore a quello del *MSCI World Index* (7,6%). Infine, la deviazione standard del rendimento dell'investimento in arte (82%) è maggiore rispetto a quella degli altri due indici (rispettivamente 69% e 19%).

Se dunque alcuni studi, fra cui Chanel *et al.* (1996), sono concordi nell'affermare che il *rendimento atteso* dell'investimento in arte è *maggiore* di quello delle azioni e delle obbligazioni, o solamente delle obbligazioni (si veda Agnello e Pierce, 1996), altri invece ritengono che l'arte sia *dominata* da altre forme di investimento, ad esempio Botha *et al.* (2016). Tutti gli studi riscontrano però una *maggiore volatilità* dei rendimenti dell'arte rispetto agli altri strumenti finanziari. A tal proposito, Mandel (2009) sostiene che, fra tutte le possibili forme di investimento da lui considerate, l'arte sia quella che esibisce la *maggiore varianza*. Nonostante questo, l'arte potrebbe comunque essere una valida alternativa per gli investitori che intendono diversificare il portafoglio, qualora la correlazione tra i rendimenti del mercato dell'arte e del mercato finanziario fosse negativa.

Per concludere, si riportano nella *Tabella 3.10* le conclusioni sull'investimento in arte tratte dagli economisti di cui sono stati considerati gli studi.

50 Nello studio di Öztürkkal e Togan-Eğrican (2019), circa lo 85% dei dipinti è stato realizzato durante il XX secolo, il 10% nel XIX e il restante 5% durante il XVII e XVIII secolo.

51 Il *BIST 100 Index* è l'indice delle prime 100 imprese per capitalizzazione quotate presso la Borsa di Istanbul.

AUTORI	ANNO DI PUBBLICAZIONE	CONCLUSIONI*
Rush	1961	L'arte prevede un alto tasso di crescita dei prezzi
Anderson	1974	L'arte è dominata dall'investimento azionario
Stein	1977	L'arte è meno redditizia delle azioni
Bryan	1985	L'arte domina l'investimento azionario
Baumol	1986	Il premio al rischio dell'investimento in arte è negativo
Frey e Pommerehne	1989	L'arte è dominata dall'investimento azionario
Buelens e Ginsburgh	1993	In alcuni periodi l'arte è più redditizia delle azioni
Goetzmann	1993	In alcuni periodi l'arte è più redditizia delle azioni ma è comunque più rischiosa
Pesando	1993	L'arte è dominata dall'investimento azionario e obbligazionario
Chanel et al.	1994	In alcuni periodi l'arte è più redditizia delle azioni
De la Barre et al.	1994	L'arte è più profittevole del mercato azionario
Chanel et al.	1996	Il rendimento dell'investimento in arte è superiore a quello delle azioni
Agnello e Pierce	1996	L'arte è più redditizia delle obbligazioni ma non delle azioni
Zanola e Locatelli Biey	1998	Lungo certi periodi l'arte consente di ottenere maggiore rendimento delle azioni
Worthington e Higgs	2001	L'arte è dominata dall'investimento azionario
Renneboog e Van Houtte	2002	Il mercato dell'arte è dominato da quello azionario ma certe scuole, lungo determinati periodi, possono risultare più redditizie
Mei e Moses	2002	Il rendimento dell'arte è superiore a quello delle obbligazioni e comparabile a quello delle azioni ma la volatilità è superiore

AUTORI	ANNO DI PUBBLICAZIONE	CONCLUSIONI*
Agnello	2006	Il rendimento dei dipinti di fascia alta è superiore a quello delle obbligazioni ma inferiore a quello delle azioni; la volatilità è più alta rispetto ad entrambe
Nauro e Barbosa	2009	Il rendimento dell'investimento in arte è inferiore a quello di altri asset finanziari
Botha et al.	2011	L'arte è dominata dall'investimento azionario, immobiliare e obbligazionario
Öztürkkal e Togan-Eğrican	2019	L'arte è dominata dall'investimento azionario

* In riferimento esclusivamente al campione e al periodo considerato nell'analisi

Tabella 3.10. Studi sul rendimento e il rischio dell'investimento in arte considerati e relative conclusioni

3.2.2. Studi sulla diversificazione del portafoglio tramite beni d'arte

Sebbene tutti gli studi relativi a rischio e rendimento del mercato dell'arte riscontrino una maggiore volatilità del detto mercato rispetto al mercato finanziario ed una buona parte trova che il tasso di rendimento medio del primo sia inferiore a quello del secondo, se la correlazione tra i due mercati fosse negativa l'arte potrebbe comunque rappresentare una buona forma di investimento in ragione della sua capacità di diversificare il portafoglio, diminuendone il rischio. Per questo motivo, prima di analizzare gli studi che hanno utilizzato il modello di Markowitz per l'allocazione efficiente dell'arte nel portafoglio, si introdurranno alcuni studi che hanno esaminato la correlazione tra il mercato dell'arte ed il mercato finanziario.

Goetzmann (1993) analizza la correlazione tra il rendimento dell'indice da lui costruito (si veda il *paragrafo 3.2.1*) e del *London Stock Exchange* (LSE), dei consols (obbligazioni perpetue emesse dal governo britannico) e della Banca d'Inghilterra (BE) nei sottoperiodi considerati nel proprio lavoro (*Tabella 3.11*). La correlazione con le altre forme di investimento è alta, specialmente con la Borsa di Londra. Il ricercatore ne deduce che l'arte non consente di diversificare il portafoglio e ritiene che i rendimenti di arte ed azioni si muovano insieme nel periodo 1900-1986 perché un aumento della ricchezza (riscontrabile nella crescita del mercato finanziario) genera una maggiore domanda di

beni d'arte. A tal proposito, Goetzmann (1993) nota che i più alti prezzi di aggiudicazione sono stati realizzati proprio in un periodo di forte crescita del mercato azionario, alla fine degli anni '80 del XX secolo⁵². Il fatto che una crescita del mercato finanziario (e dunque un aumento della ricchezza) causi un aumento dei prezzi del mercato dell'arte è supportato anche dal *test di Granger*⁵³ eseguito dal ricercatore. Goetzmann (1993) asserisce infine che la globalizzazione, la quale ritiene abbia uniformato i valori, i gusti estetici e quindi la domanda di arte su scala mondiale, potrebbe aver contribuito all'aumento dei prezzi.

1716-1986		BE	Consols	LSE	Arte
	BE	1			
	Consols	0,59	1		
	LSE	0,13	0,38	1	
	Arte	0,42	0,29	0,67	1
1850-1986		BE	Consols	LSE	Arte
	BE	1			
	Consols	0,68	1		
	LSE	0,17	0,41	1	
	Arte	0,53	0,53	0,79	1
1900-1986		BE	Consols	LSE	Arte
	BE	1			
	Consols	0,67	1		
	LSE	0,14	0,39	1	
	Arte	0,52	0,54	0,78	1

Legenda: BE = *Bank of England*; LSE = *London Stock Exchange*.

Tabella 3.11. Correlazione tra arte ed altri asset. Adattamento da: Goetzmann (1993)

Mei e Moses (2002) ritengono invece che l'arte possa contribuire alla diversificazione del portafoglio grazie alla bassa correlazione con le azioni e alla correlazione negativa

52 Il fatto che il rendimento del mercato dell'arte sia causato da quello del mercato finanziario è confermato anche da Chanel (1995), Renneboog e Van Houtte (2002) e Goetzmann *et al.* (2011).

53 Il *test di Granger*, che deve il proprio nome all'economista Clive Granger (1934 - 2009), è utilizzato per testare la causalità tra i rendimenti di due serie storiche. Come riportato in Candela e Scorcu (2004), il

modello del test di Granger è $y_t = \alpha + \sum_{i=1}^n \beta_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^m \gamma_j x_{t-j} + \varepsilon_t$ dove se i coefficienti γ_j sono significativamente diversi da 0 allora i passati valori di x causano (in senso di Granger) y .

con le obbligazioni (*Tabella 3.12*). I risultati ottenuti si riferiscono agli asset considerati dagli studiosi nel lavoro analizzato in precedenza nel *paragrafo 3.2.1*.

Risultati analoghi sono trovati anche in Mei e Moses (2005), nonostante il campione ed il periodo considerato siano differenti.⁵⁴ In particolare, è opportuno citare il valore del coefficiente di correlazione tra l'arte e l'indice S&P500 (0,029), tra l'arte e i *Treasury Bills* (-0,205) e tra l'arte e i *Treasury Bills* a 10 anni (0,057).

Art index	1.00					
S&P 500 index	0.04	1.00				
Dow Industrial	0.03	0.99	1.00			
Government bonds	-0.15	0.33	0.28	1.00		
Corporate bonds	-0.10	0.38	0.33	0.95	1.00	
Treasury bills	-0.03	0.27	0.25	0.61	0.63	1.00

Tabella 3.12. Correlazione tra rendimenti di diversi asset 1950-2000. Fonte: Mei e Moses (2002)

Un altro studio in cui si ritiene che il mercato dell'arte possa offrire un'alternativa di investimento rispetto ai tradizionali strumenti finanziari, grazie alla sua bassa correlazione con questi ultimi, è Campbell (2008). La studiosa specifica come la diversificazione aumenti con la varietà di stili che compongono un portafoglio di soli beni d'arte, come notato anche da McAndrew (2008). La ricercatrice stima il coefficiente di correlazione tra i rendimenti del mercato dell'arte e quello del mercato azionario pari a 0,05. La correlazione più alta è invece tra l'arte ed i *futures* su asset fisici⁵⁵ nei 30 anni precedenti allo studio, ma la studiosa non specifica a quali mercati sta facendo riferimento.

Taylor e Coleman (2011) analizzano un campione di 4.360 vendite di dipinti realizzati dai primi 50 artisti aborigeni per volume di transazioni avvenute in Nuova Zelanda ed Australia tra il 1982 e il 2007 tramite il metodo della regressione edonica, ottenendo un tasso di rendimento medio del 6,6% ed una deviazione standard del 17,9%. Nella *Tabella 3.13* sono riportati gli indici di correlazione tra i rendimenti dell'arte aborigena, delle azioni (*All Ordinaries Index of Australian Stocks*), del mercato immobiliare (indice

54 In Mei e Moses (2005) gli autori considerano un campione di 7500 vendite ripetute corrispondenti a più di 2000 artisti, avvenute tra 1954 e 2004, al quale viene applicato il metodo della regressione delle vendite ripetute (il coefficiente di determinazione è $R^2 = 0,67$).

55 Come spiegato in Saunders e Cornett (2019), i *futures* sono strumenti finanziari derivati che prevedono un contratto standardizzato con il quale il contraente si impegna ad acquistare un determinato asset in un determinato momento e per una certa somma di denaro.

stimato dall'*Australian Bureau of Statistics*), dell'oro (*Standard & Poor's Gold Spot Price Index*), dei fondi speculativi (*Eureka Australian Hedge Fund Index*) e delle obbligazioni (del governo australiano a 10 anni). Taylor e Coleman (2011) notano come l'arte aborigena sia negativamente correlata con i principali strumenti finanziari, quali le azioni (-0,29), le obbligazioni (-0,15) ed in particolare con i fondi speculativi, con i quali esibisce il più alto livello di correlazione negativa (-0,38). Gli studiosi sostengono perciò che l'inclusione dell'arte aborigena nel portafoglio può permettere di abbassarne il rischio.

	All Ordinaries return	Real estate return	10 year Government bond return	Aboriginal art return	Gold return	Hedge fund return
All Ordinaries	1.00					
Real estate	0.9483	1.00				
Govt bond	-0.3675	-0.2890	1.00			
Aboriginal art	-0.2925	-0.2108	-0.1492	1.00		
Gold	-0.5207	-0.5810	0.7944	-0.1037	1.00	
Hedge fund	-0.1999	-0.0854	0.6529	-0.3867	0.5836	1.00

Tabella 3.13. Correlazione tra il rendimento dell'arte aborigena e quello di altri asset. Fonte: Taylor e Coleman (2011)

Öztürkkal e Togan-Eğrican (2019) ritengono che l'arte turca, in ragione della bassa correlazione con gli altri strumenti finanziari, consenta una maggiore diversificazione del portafoglio (Tabella 3.14). In particolare, l'indice edonico da loro costruito (si veda il paragrafo 3.2.1), esibisce una correlazione negativa con *MSCI world total return* (-0,07) e *MSCI emerging market index* (-0,12). Gli studiosi ritengono tuttavia che gli investitori potrebbero faticare a considerare l'arte come un'alternativa da includere nel portafoglio in momenti di estrema volatilità (ad esempio durante un periodo di recessione), poiché i beni artistici sono tendenzialmente illiquidi.

	Return on art index (USD nominal)	Return on art index (nominal TL)
BIST 100 return nominal (TL)		-0.03
MSCI world total return (USD)	-0.12	
MSCI emerging markets index (USD)	-0.07	
Overnight lending rates		-0.05
One-year bond yield (TL)	-0.12	-0.15
Gold/USD returns	0.29	0.24
Turkey 5 years CDS spreads (starts from 2004)	0.28	0.32

Tabella 3.14. Correlazione tra vari asset. Fonte: Öztürkkal e Togan-Eğrican (2019)

La maggior parte degli studi considerati ha riscontrato dunque, rispetto al campione utilizzato, un *basso livello di correlazione* del mercato dell'arte con gli altri mercati e concorda perciò nell'asserire che l'arte potrebbe apportare una *maggior diversificazione* del portafoglio. Va comunque precisato che l'arte è un bene fortemente illiquido, presenta costi di transazione maggiori di quelli del mercato finanziario, è soggetta ad usura e perciò necessita di interventi di conservazione e restauro. Se dunque la bassa, o negativa, correlazione con il mercato finanziario dei beni artistici permette di ridurre il rischio del portafoglio, il loro acquisto comporta una serie di rischi che non sono catturabili da un indice come la varianza, ma di cui un investitore deve tenere conto. Nella *Tabella 3.15* viene riportata una sintesi delle conclusioni sulla correlazione tra arte e gli altri mercati tratte dagli economisti di cui sono stati considerati gli studi.

AUTORI	ANNO	CONCLUSIONI*
Goetzmann	1993	L'arte ha alta correlazione con il mercato finanziario
Mei e Moses	2002	L'arte permette diversificazione in forza della bassa correlazione con gli altri asset
Campbell	2009	L'arte permette diversificazione in forza della bassa correlazione con gli altri asset
Taylor e Coleman	2011	L'arte ha correlazione negativa rispetto ad azioni, obbligazioni e fondi speculativi
Öztürkkal e Togan-Eğrican	2019	L'arte esibisce correlazione negativa rispetto alle azioni

*In riferimento esclusivamente al campione e al periodo considerato nell'analisi.

Tabella 3.15. Studi considerati sulla correlazione tra il mercato dell'arte e gli altri mercati

Nonostante molti studi asseriscano che l'investimento in arte venga dominato dall'investimento finanziario per il criterio media-varianza (si veda il *paragrafo 3.2.1*), poiché in letteratura si trovano esempi di correlazione negativa tra i rendimenti dell'arte e degli altri mercati è opportuno impiegare il modello di Markowitz per cercare i pesi che ottimizzano un portafoglio che include beni d'arte, in modo da studiare se questi ultimi vengono inclusi tra gli asset che compongono un portafoglio efficiente. Si esamina

perciò la letteratura relativa agli studi che hanno applicato il modello di Markowitz per l'allocazione ottima del capitale in portafogli che comprendono l'arte.

Il primo ad applicare il modello media-varianza al mercato dell'arte è Pesando (1993). Lo studioso ritiene che, benché il rendimento delle stampe (1,51%)⁵⁶ sia inferiore a quello delle azioni (8,14%) e la deviazione standard dei rendimenti delle due sia simile nel periodo 1977-1992, le stampe potrebbero comunque offrire un'alternativa al mercato finanziario qualora esse permettano di diminuire il rischio di portafoglio. Poiché il coefficiente di correlazione tra i rendimenti delle stampe e dei titoli di stato è negativo (*Tabella 3.16*), esse potrebbero permettere di diminuire la deviazione standard del portafoglio.

Lo studioso asserisce che il portafoglio a minima varianza, con rendimento atteso del 2,19% e deviazione standard del 3,19%, sia composto al 94% dai buoni del tesoro statunitensi e per il 6% dalle stampe. Quando invece si pone un rendimento atteso del portafoglio uguale al 3% il peso delle stampe all'interno del portafoglio scende a 0%. Pesando (1993) osserva inoltre che i rendimenti reali delle stampe sono positivamente correlati con il tasso d'inflazione, nonostante i valori dei coefficienti siano bassi e statisticamente non significativi, e che i costi di transazione associati all'acquisto ed alla vendita delle stampe sono maggiori di quelli degli strumenti finanziari.

Pesando (1993) conclude che, per il criterio media-varianza, l'investimento in stampe moderne non sia una buona alternativa ai tradizionali strumenti finanziari. Lo studioso non trae però conclusioni in merito all'inserimento dell'arte all'interno del portafoglio basandosi sul modello di Markowitz, ma si può notare che un rendimento atteso del portafoglio pari al 3%, nel rispetto del quale il peso ottimale da assegnare alle stampe è 0%, è piuttosto basso.

Si noti infine dalla *Tabella 3.16* che un portafoglio composto esclusivamente da buoni del tesoro statunitensi a 180 giorni ha un rendimento atteso del 2,23% e una deviazione standard del 3,43% ed è perciò pressoché equivalente al portafoglio composto al 94% da buoni del tesoro statunitensi e per il 6% da stampe in termini di rischio e rendimento.

56 Ci si riferisce all'indice aggregato dei prezzi costruito da Pesando (1993) tramite RSR.

A. Real Returns (U.S. Dollars):			
Portfolio	Mean	Standard deviation	Range
Prints			
Aggregate	1.51	19.94	-35.34-47.18
Picasso	2.10	23.38	-28.58-65.50
Stocks	8.14	22.47	-35.89-66.90
U.S. government bonds	2.54	21.83	-38.35-76.09
180-day Treasury bills	2.23	3.43	-4.11-11.32

B. Correlations:

Portfolio	Portfolio				
	Picasso prints	Stocks	Bonds	T-Bills	Inflation
Prints					
Aggregate	0.91**	0.30	-0.10	-0.21	0.03
Picasso		0.34	-0.17	-0.27	0.08
Stocks			0.46**	0.27	-0.31
U.S. government bonds				0.73**	-0.56**
180-day Treasury bills					-0.73**

Notes: Semiannual returns are expressed at annual rates. Returns to stocks are based on the Standard & Poor's 500 Stock Index.

** Statistically significant at the 1-percent level.

Tabella 3.16. Rendimenti reali e coefficienti di correlazione delle stampe e di altri strumenti finanziari. Fonte: Pesando (1993)

Si possono distinguere i lavori che hanno applicato il modello di Markowitz al mercato dell'arte sulla base delle conclusioni tratte dagli studiosi, ossia da un lato che l'inclusione dei beni artistici all'interno del portafoglio conferisca beneficio all'investitore, dall'altro che questa non ne comporti alcuno.

Tra gli studiosi che osservano che l'inclusione dei beni artistici all'interno di un portafoglio non sia conveniente vi sono Renneboog e Van Houtte (2002), i quali analizzano la correlazione tra l'indice edonico da loro costruito⁵⁷ ed altri asset finanziari tra il 1970 e il 1997 (Tabella 3.17). Poiché il rendimento degli indici azionari e degli indici del mercato dell'arte sono debolmente correlati, i ricercatori ritengono opportuno utilizzare il modello di Markowitz per studiare se l'arte viene inclusa in portafoglio e possa quindi apportare beneficio all'investitore.

⁵⁷ Si veda il *paragrafo 3.2.1* del Capitolo 3 per l'indice edonico costruito da Renneboog e Van Houtte (2002).

	S&P 500	WSI	ESI	HI _A	HI _O	HI _W
S&P 500	1					
WSI	0,808	1				
ESI	0,620	0,834	1			
HI _A	0,019	0,249	0,022	1		
HI _O	0,021	0,192	0,060	0,764	1	
HI _W	-0,098	0,047	0,142	0,698	0,157	1

Legenda: S&P 500 = *Standard & Poor 500*; WSI = *World Share Index*; ESI = *European Share Index*; HI_A = indice edonico aggregato; HI_O = indice edonico dipinti ad olio; HI_W = indice edonico acquerelli

Tabella 3.17. Coefficienti di correlazione tra rendimenti in arte ed altri asset. Adattamento da: Renneboog e Van Houtte (2002)

Renneboog e Van Houtte (2002) calcolano l'indice di Sharpe⁵⁸ in relazione agli indici azionari e agli indici edonici per avere un indice della capacità dell'arte di rappresentare un investimento alternativo ai tradizionali strumenti finanziari. Tuttavia, poiché gli studiosi ritengono che sia ragionevole credere che un investitore utilizzi l'arte per diversificare il portafoglio e che quindi investa anche in altri strumenti finanziari, essi asseriscono che sia più utile confrontare i diversi asset tramite l'*indice di Treynor (T)*:

$$T_i = \frac{E(R_i) - R_f}{\beta_i} \quad (3.5)$$

Si noti che il numeratore è composto dal premio per il rischio associato al titolo *i*, in maniera analoga all'indice di Sharpe, mentre al denominatore, invece che la deviazione standard, compare un'altra misura di rischio, ossia β_i . Poiché il β misura il rischio sistematico (non diversificabile) del titolo, l'indice di Treynor risulta particolarmente utile quando l'investitore detiene un portafoglio dove il rischio non sistematico è stato già diversificato, poiché esso è in grado di misurare la capacità del titolo di remunerare l'investitore a fronte del rischio che lo stesso titolo incorpora rispetto al mercato di riferimento. Renneboog e Van Houtte (2002) osservano che determinati correnti prevedono un β negativo (menzionano l'impressionismo ed il luminismo, i cui β rispetto ad un portafoglio azionario globale ponderato sono, rispettivamente, -3,7 e -2,9).

58 Non viene tuttavia specificato quale titolo fornisca il tasso *risk free*.

Nella *Tabella 3.18* si riporta l'indice di Sharpe degli indici borsistici e degli indici edonici. Si noti che tutti i mercati azionari presentano un valore di tale indice maggiore di quello di ognuno dei mercati artistici.

	WSI	ESI	S&P500	HI _A	HI _O	HI _W
SHARPE	0,302	0,289	0,285	0,122	0,227	0,015

Legenda: S&P 500 = Standard & Poor 500; WSI = World Share Index; ESI = European Share Index; HI_A = indice edonico aggregato; HI_O = indice edonico dipinti ad olio; HI_W = indice edonico acquerelli

Tabella 3.18. Indice di Sharpe. Adattamento da: Renneboog e Van Houtte (2002)

Gli studiosi utilizzano infine il modello di Markowitz per tracciare la frontiera efficiente di un portafoglio composto da sole azioni (S&P 500, FTSE 250, DAX, CAC, Nikkei 225) ed in seguito di un portafoglio che comprenda anche beni d'arte. Renneboog e Van Houtte (2002) osservano che l'inserimento dei beni d'arte all'interno del portafoglio potrebbe far traslare verso l'alto la frontiera efficiente in ragione del basso valore del coefficiente di correlazione tra i rendimenti delle azioni e dei dipinti.

Come riportato nella legenda della *Figura 3.11*, la linea tratteggiata indica tutti i possibili portafogli azionari, mentre la linea continua tutti i possibili portafogli composti da azioni e beni d'arte. Includendo l'arte (tutte le correnti) all'interno del portafoglio, la frontiera efficiente trasla verso l'alto solo parzialmente. Solo quegli investitori che saranno pertanto disposti ad accettare considerevoli livelli di rischio ($\sigma \geq 45\%$) beneficeranno dell'inclusione dell'arte all'interno del portafoglio.

L'inclusione dell'arte può dunque apportare beneficio agli investitori non avversi al rischio. In questo senso, si può osservare dalla *Figura 3.11* che per $\sigma = 1$ il rendimento medio di un portafoglio esclusivamente azionario è 25% mentre nel caso di un portafoglio misto è ampiamente maggiore del 30%. Tuttavia, poiché si presuppone che l'investitore sia generalmente avverso al rischio⁵⁹, gli studiosi concludono che l'investimento azionario domina quello in arte. Si tenga poi presente che gli indici azionari non sono stati aggiustati per i dividendi e che i costi di transazione dei beni

59 Hillier D., Ross S.A., Westerfield R.W., Jaffe J.F. e Jordan B. (2021), "Risk and return: the Capital Asset Pricing Model" in Cavezzali E. e Rigoni U. (2020), *Corporate finance & financial institutions*, McGraw-Hill Education, Milano, p. 241.

artistici ammontano circa al 25%, molto superiori a quelli del mercato finanziario, come riportato in precedenza anche da Pesando (1993).

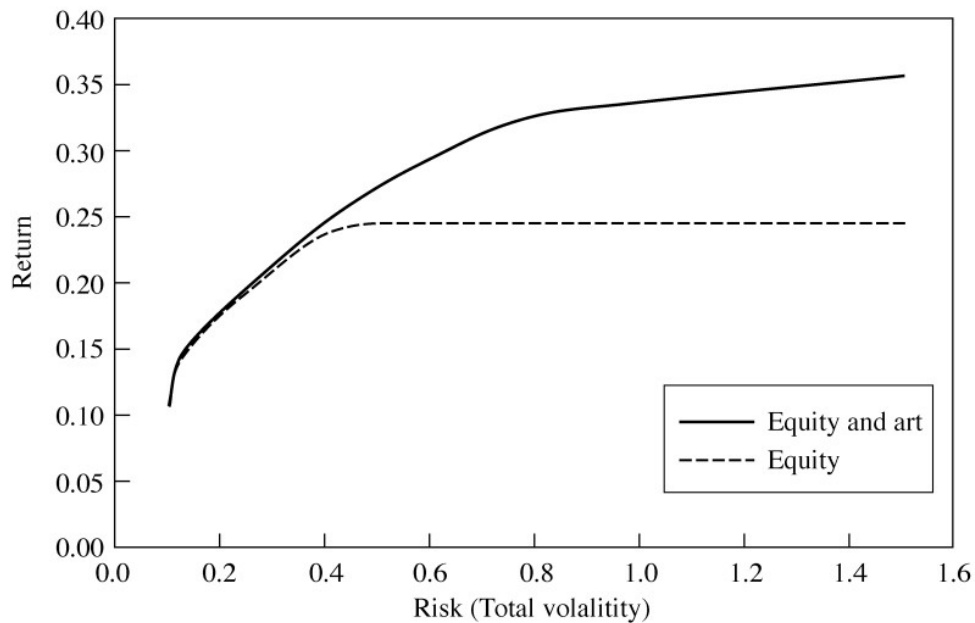


Figura 3.11. Portafogli di azioni e beni artistici. Fonte: Renneboog e Van Houtte (2002)

Un altro lavoro che evidenzia la non convenienza di includere beni artistici all'interno del portafoglio è quello di Worthington e Higgs (2003). Utilizzando gli indici dei prezzi forniti da *Art Market Research*⁶⁰ per nove categorie di dipinti, di cui otto sono già stati impiegati in Worthington e Higgs (2001)⁶¹, e cinque indici del mercato finanziario⁶² nel periodo 1976-2001, gli autori confrontano il rendimento atteso e la deviazione standard degli indici considerati (*Tabella 3.19*). I ricercatori costruiscono in seguito la matrice di correlazione dei rendimenti tra mercati artistici (*Tabella 3.20*) e tra mercato dell'arte aggregato e mercati finanziari (*Tabella 3.21*).

Come si può vedere nella *Tabella 3.19* il tasso di rendimento medio dell'indice aggregato dell'arte (ART) è inferiore a quello di tutti gli altri indici. La deviazione standard dei rendimenti dell'arte è però inferiore rispetto a quella delle altre forme di investimento,

60 Gli indici di *Art Market Research* sono calcolati raccogliendo tutte le vendite globali mensili per ogni artista, convertendo i prezzi in una valuta unica e aggiustandoli del 10% per eliminare i valori estremi. Come base viene poi scelto gennaio 1976.

61 Si veda pagina 77. Il nono indice aggrega tutte le categorie di dipinti (ART), per un totale di 94.514 vendite.

62 Tali indici sono: *large company stocks* (LCS), *small company stocks* (SCS), *long term corporate bonds* (LCB), *long term government bonds* (LGB) e *treasury bills* (TBL).

ad eccezione dei *treasury bills*. Per il criterio media-varianza, l'arte è dominata dunque solamente dai buoni del tesoro (TBL).

	ART	LCS	SCS	LCB	LGB	TBL
Arithmetic mean	0.0303	0.1395	0.1786	0.0963	0.0975	0.0652
Geometric mean	0.0254	0.1319	0.1682	0.0915	0.0916	0.0649
Median	0.0305	0.1698	0.2234	0.1040	0.0886	0.0560
Maximum	0.2281	0.3234	0.3928	0.3672	0.3487	0.1381
Minimum	-0.2115	-0.1076	-0.2205	-0.0761	-0.0923	0.0286
Standard deviation	0.1012	0.1321	0.1529	0.1051	0.1168	0.0262

Legenda: ART = *All Art Index*; LCS = *large company stocks*; SCS = *small company stocks*; LCB = *long term corporate bonds*; LGB = *long term government bonds*; TBL = *treasury bills* (TBL).

Tabella 3.19. Statistiche descrittive dei rendimenti dell'indice aggregato e degli indici finanziari. Fonte: Worthington e Higgs (2003)

Osservando la *Tabella 3.20*, il coefficiente di correlazione è positivo in tutti i casi ($0,41 \leq \rho \leq 0,86$). Gli studiosi asseriscono che, poiché i mercati non sono perfettamente e positivamente correlati, un portafoglio composto da soli beni d'arte può essere già sufficientemente diversificato. Nonostante l'arte sia l'asset con il minor rendimento medio (3%) ed esibisca una deviazione standard simile a quella delle obbligazioni societarie (il cui rendimento medio è però 9,6%), il basso valore dei coefficienti di correlazione con gli strumenti finanziari, che diventa negativo nel caso di *SCS* e *LCB* (*Tabella 3.21*), rende l'arte un asset interessante dal punto di vista della diversificazione del portafoglio.

CM	1.0000	-	-	-	-	-	-	-
FI	0.7437	1.0000	-	-	-	-	-	-
ME	0.6926	0.7061	1.0000	-	-	-	-	-
NE	0.7605	0.8605	0.7470	1.0000	-	-	-	-
OM	0.5060	0.5451	0.4057	0.7330	1.0000	-	-	-
SR	0.8270	0.6602	0.7632	0.6931	0.5113	1.0000	-	-
TE	0.5667	0.6392	0.7250	0.6520	0.4331	0.6143	1.0000	-
US	0.6567	0.5447	0.4456	0.5440	0.4387	0.4169	0.4135	1.0000

Legenda: CM = *Contemporary masters*, FI = *French impressionists*, ME = *Modern european*, NE = *19th century european*, OM = *Old masters*, SR = *Surrealists*, TE = *20th Century english*, US = *Modern US paintings*

Tabella 3.20. Matrice di correlazione tra rendimenti degli indici di categorie di dipinti. Fonte: Worthington e Higgs (2003)

ART	1.0000	-	-	-	-	-
LCS	0.1618	1.0000	-	-	-	-
SCS	-0.3058	0.3800	1.0000	-	-	-
LCB	-0.0724	0.3234	0.0175	1.0000	-	-
LGB	0.0220	0.3297	-0.0247	0.9629	1.0000	-
TBL	0.3009	0.0871	0.0808	0.0261	0.0485	1.0000

Legenda: ART = *All Art Index*; LCS = *large company stocks*; SCS = *small company stocks*; LCB = *long term corporate bonds*; LGB = *long term government bonds*; TBL = *treasury bills* (TBL).

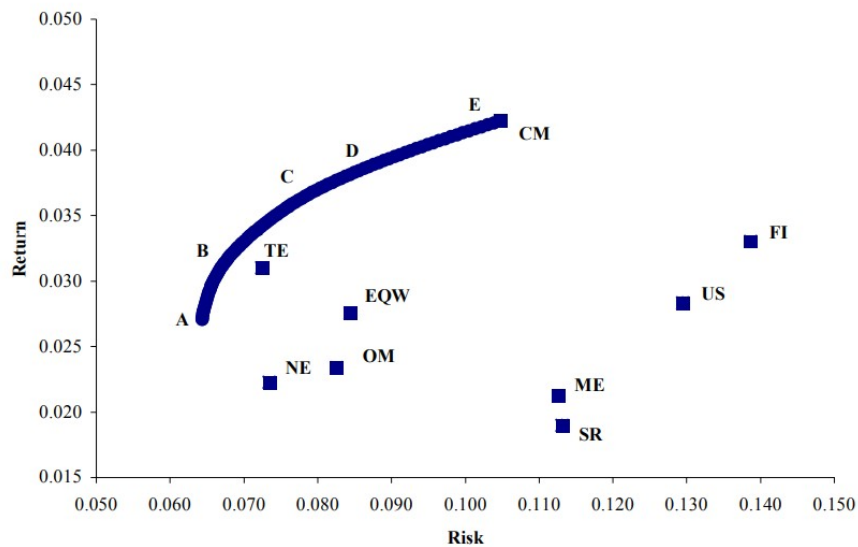
Tabella 3.21. Matrice di correlazione tra rendimenti dell'indice aggregato e degli indici finanziari. Fonte: Worthington e Higgs (2003)

Per verificare se l'arte possa permettere una maggiore diversificazione, Worthington e Higgs utilizzano il modello di Markowitz per costruire la frontiera efficiente sia di un portafoglio composto di soli beni d'arte (*Figura 3.12*) che di un portafoglio misto (*Figura 3.13*).

Nella *Figura 3.12*, *CM* indica un portafoglio dove tutto il capitale è stato investito in *Contemporary Masters*, *FI* uno dove tutto il capitale è stato investito in *French Impressionists* e così via. Il portafoglio a minima varianza (*A*) esibisce un rendimento del 2,71% ed una deviazione standard del 6,44% mentre il portafoglio che esibisce il rendimento massimo (*E*) equivale ad un portafoglio dove il 100% del capitale è stato investito in *Contemporary Masters* (con rendimento atteso del 4,22% e deviazione standard del 10,47%). Tale portafoglio è l'unico tra quelli costituiti da una sola categoria di dipinti a giacere sulla frontiera efficiente. I portafogli che si trovano su quest'ultima sono inoltre costituiti solamente da un massimo di 3 categorie di dipinti.

Nella *Tabella 3.22* si riporta la composizione di 5 dei portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente.

Gli studiosi traggono due conclusioni: il range dei rendimenti dei portafogli lungo la frontiera efficiente dei portafogli composti da soli beni d'arte è basso ($4,22 - 2,71 = 1,51$) e la diversificazione può essere raggiunta grazie ad un numero limitato di segmenti artistici (non più di 3), come si vede dalla *Tabella 3.22*.



Legenda: CM = *Contemporary masters*, FI = *French impressionists*, ME = *Modern european*, NE = *19th century european*, OM = *Old masters*, SR = *Surrealists*, TE = *20th Century english*, US = *Modern US paintings*, EQW = portafoglio equiponderato.

Figura 3.12. Frontiera efficiente di un portafoglio di beni d'arte. Fonte: Worthingtone Higgs (2003)

	CM	FI	ME	NE	OM	SR	TE	US	Σ
A	0	0	0	0,2112	0,2745	0	0,5143	0	1
B	0,1927	0	0	0	0,2038	0	0,6035	0	1
C	0,5274	0	0	0	0	0	0,4726	0	1
D	0,6894	0	0	0	0	0	0,3106	0	1
E	1	0	0	0	0	0	0	0	1

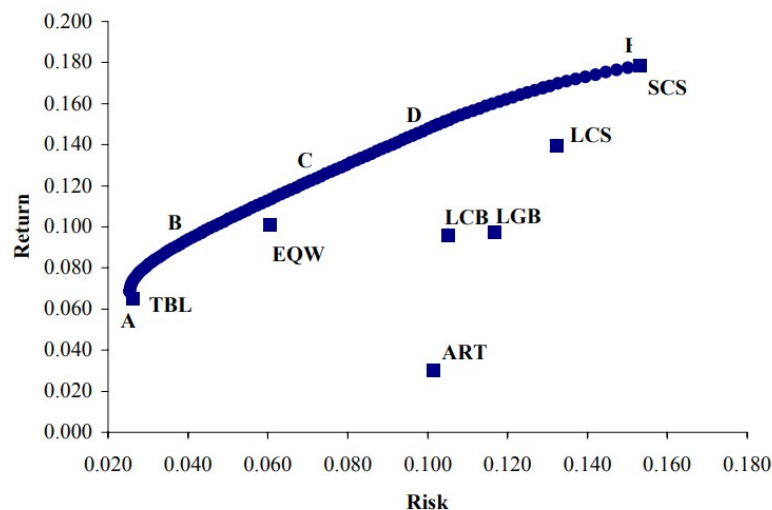
LEGENDA: CM = *Contemporary masters*, FI = *French impressionists*, ME = *Modern european*, NE = *19th century european*, OM = *Old masters*, SR = *Surrealists*, TE = *20th Century english*, US = *Modern US paintings*

Tabella 3.22. Composizione di alcuni portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente. Adattamento da: Worthington e Higgs (2003)

Si consideri ora la frontiera efficiente di un portafoglio misto, composto da azioni, obbligazioni e beni d'arte (Figura 3.13). Il portafoglio composto di soli beni d'arte (ART) giace al di sotto della frontiera efficiente, mentre il portafoglio a varianza minima (A) e quello che fornisce il massimo rendimento (I) sono composti, rispettivamente, esclusivamente da *Treasury Bills (TBL)* e *small company stocks (SCS)*. A differenza di un

portafoglio composto di soli beni d'arte, la frontiera efficiente prevede l'inclusione di tutti gli strumenti finanziari disponibili, ad esclusione dell'arte. I portafogli che si trovano sulla frontiera efficiente sono composti, in media, per il 34,54% da *Treasury Bills* (TBL), per il 44,69% da *small company stocks*, per il 10,43% da *large company stocks*, per il 5,04% da *large corporate bonds* e per il 5,29% da *large governemtn bonds*.

Si consideri il portafoglio A, con rendimento atteso del 6,87% e deviazione standard uguale a 2,54%. Il portafoglio a varianza minima globale, nel caso di un portafoglio composto da asset misti, prevede quindi maggiore rendimento atteso e minore deviazione standard sia del portafoglio a varianza minima globale che del portafoglio che esibisce il massimo rendimento atteso che giacciono sulla frontiera efficiente composta esclusivamente da beni d'arte (*Figura 3.12*).



Legenda: CM = *Contemporary masters*, FI = *French impressionists*, ME = *Modern european*, NE = *19th century european*, OM = *Old masters*, SR = *Surrealists*, TE = *20th Century english*, US = *Modern US paintings*, EQW = portafoglio equiponderato.

Figura 3.13. Frontiera efficiente di un portafoglio di azioni, obbligazioni e beni d'arte. Fonte: Worthington e Higgs (2003)

Worthington e Higgs (2001) concludono che, nonostante la correlazione negativa tra arte e strumenti finanziari, il rendimento dei beni artistici è talmente inferiore rispetto a quello delle azioni e delle obbligazioni da giustificarne l'esclusione da un portafoglio ben diversificato.

Anche Melnik e Plaut (2008) ritengono che i beni d'arte non vadano inseriti nel portafoglio. Utilizzando l'indice aggregato (AMRI)⁶³ del periodo 1976-2003, fornito da *Art Market Research*, i ricercatori costruiscono un portafoglio composto da arte e altri 5 strumenti finanziari. Nella *Tabella 3.23* si riportano le statistiche descrittive dei rendimenti dei vari indici mentre nella *Tabella 3.24* sono riportati i coefficienti di correlazione tra gli stessi. Con riferimento a rischio, rendimento e correlazione degli indici utilizzati da Melnik e Plaut (2008), è possibile trarre le stesse conclusioni già avanzate da Worthington e Higgs (2003), cioè che il rendimento dell'arte è inferiore a quello degli altri asset, con i quali esibisce però bassa correlazione.

	Mean	Median	St.D.	Max	Min
AMRI	0.036	0.031	0.104	0.231	-0.212
LCUS	0.155	0.169	0.137	0.334	-0.117
SCUS	0.186	0.216	0.162	0.428	-0.222
LRCB	0.093	0.101	0.107	0.307	-0.081
LRGB	0.098	0.087	0.117	0.327	-0.092
USTB	0.066	0.058	0.028	0.139	+0.026

Legenda: LCUS = *large cap US company stocks*, SCUS = *small cap US company stocks*, LRCB = *long term US corporate debt*, LRGB = *long run US government bonds*, USTB = *US treasury bills* (USTB).

Tabella 3.23. Statistiche descrittive dei rendimenti di AMRI e indici finanziari. Fonte: Melnik e Plaut (2008)

	AMRI	LCUS	SCUS	LRCB	LRGB	USTB
AMRI	1.0000					
LCUS	0.1658	1.0000				
SCUS	-0.3285	0.3879	1.0000			
LRCB	-0.0842	0.3134	0.0183	1.0000		
LRGB	0.0234	0.3347	-0.0427	0.9529	1.0000	
USTB	0.3089	0.0879	0.0918	0.0314	0.0845	1.0000

Legenda: LCUS = *large cap US company stocks*, SCUS = *small cap US company stocks*, LRCB = *long term US corporate debt*, LRGB = *long run US government bonds*, USTB = *US treasury bills* (USTB).

Tabella 3.24. Matrice di correlazione tra rendimenti di AMRI e indici finanziari. Fonte: Melnik e Plaut (2008)

63 L'indice aggregato di *Art Market Research* comprende tutte le categorie di dipinti, per un totale di oltre 100.000 vendite.

Gli autori considerano il portafoglio che esibisce il più alto indice di Sharpe (1,0705) senza mostrare la frontiera efficiente. Il rendimento atteso di tale portafoglio è 12,86% e la deviazione standard è 7,35%. Dalla *Tabella 3.25* emerge che gli autori ottengono lo stesso risultato di Worthington e Higgs (2003): il peso assegnato all'arte nel portafoglio è pari a 0. Melnik e Plaut (2008) ne deducono che l'arte non sia in grado di migliorare un portafoglio già ben diversificato.

Tuttavia, ponendo quale vincolo aggiuntivo l'omissione di un asset (*Tabella 3.26*), in alcuni casi il peso dell'arte all'interno del portafoglio è positivo, con il valore del relativo indice di Sharpe che si avvicina a quello del miglior portafoglio (in particolare nel caso dell'omissione dei *T-Bills*). L'arte sembra dunque fungere da bene sostituto all'interno del portafoglio e Melnik e Plaut (2008) notano perciò che tale forma di investimento possa comunque essere interessante per specifici gruppi di investitori.

	AMRI	LCUS	SCUS	LRCB	LRGB	USTB	Σ
PESI	0	0,1594	0,3062	0	0,366	0,1684	1

Legenda: LCUS = *large cap US company stocks*, SCUS = *small cap US company stocks*, LRCB = *long term US corporate debt*, LRGB = *long run US government bonds*, USTB = *US treasury bills* (USTB).

Tabella 3.25. Composizione del portafoglio ottimo. Adattamento da: Melnik e Plaut (2008)

	USTB	LRGB	SCUS	LCUS	LCUS, LRCB
AMRI	0,0403	0	0	0,0699	0,0699
LCUS	0,1693	0,2327	0,4011	-	-
SCUS	0,3626	0,3194	-	0,3636	0,3636
LRCB	0	0,2176	0	0	-
LRGB	0,4278	-	0,3152	0,4394	0,4394
USTB	-	0,2303	0,2837	0,1271	0,1271
Σ	1	1	1	1	1
$E(R_p)$	0,1371	0,1309	0,1118	0,1216	0,1216
σ_p	0,0820	0,0796	0,0727	0,0688	0,0688
SHARPE	1,0622	1,0163	0,8501	1,0407	1,0407

Legenda: LCUS = *large cap US company stocks*, SCUS = *small cap US company stocks*, LRCB = *long term US corporate debt*, LRGB = *long run US government bonds*, USTB = *US treasury bills* (USTB).

Tabella 3.26. Composizione di portafogli vincolati con il più alto indice di Sharpe (la prima riga indica l'asset omissso). Adattamento da: Melnik e Plaut (2008)

Infine, Korteweg *et al.* (2013) costruiscono, tramite RSR⁶⁴, un indice del mercato dell'arte da inserire nel portafoglio. Il campione da loro considerato è composto da 42.548 vendite ripetute avvenute tra il 1972 e il 2010 (i dati sono tratti dal *Blouin Art Sales Index*). Accettando l'ipotesi di Goetzmann (1996), secondo cui è più probabile che un dipinto sia nuovamente allocato presso un'asta se questi aumenta di valore, i ricercatori, seguendo il modello sviluppato in precedenza da Korteweg e Sorensen (2010) per il mercato immobiliare, aggiustano l'indice per le decisioni dell'individuo di vendere nuovamente il dipinto in base alla variazione del valore di quest'ultimo (*selection bias*) e ottengono un rendimento medio annuo del 6,53% con deviazione standard del 12,83%. Utilizzando come tasso privo di rischio quello dei *T-bills* emessi dal governo degli Stati Uniti a un anno, l'indice di Sharpe dell'arte è 0,035.

Successivamente Korteweg *et al.* (2013) considerano l'indice da loro costruito ed altre attività finanziarie⁶⁵ per comporre un portafoglio. Nella *Tabella 3.27* vengono riportati il rendimento atteso, la deviazione standard, l'indice di Sharpe e il coefficiente di correlazione (rispetto ai rendimenti dell'arte) degli asset utilizzati. Come negli studi analizzati in precedenza, Korteweg *et al.* (2013) ritengono che, nonostante l'indice di Sharpe dell'arte sia molto inferiore rispetto a quello delle altre attività finanziarie (ad esclusione delle materie prime), l'arte possa comunque venire inclusa nel portafoglio in ragione del basso valore del coefficiente di correlazione con i rendimenti degli altri strumenti finanziari.

INDICE	E(R)	σ	SHARPE	ρ
MSCI	0,1095	0,1849	0,261	0,324
MLUS	0,894	0,0875	0,332	-0,25
GSCI	0,1021	0,2344	0,175	0,354
USRE	0,0503	0,0666	-0,15	0,357

Legenda: *MSCI* = MSCI World Total Return Index; *MLUS* = Merrill Lynch US Corporate Master Bond Index; *GSCI* = GSCI Total Return Index for Commodity Futures; *USRE* = US Residential Real Estate Index

Tabella 3.27. Statistiche descrittive degli asset considerati. Adattamento da: Korteweg *et al.* (2013)

64 In Korteweg *et al.* (2013) i coefficienti del modello RSR sono stimati tramite *GLS*, dove per i pesi della matrice Ω è stato utilizzato quanto suggerito da Xu (2011), e catena di Markov Monte Carlo, seguendo Korteweg e Sorensen (2010).

65 Nello studio vengono considerate le seguenti attività finanziarie: azioni (*MSCI World Total Return Index*), obbligazioni societarie (*Merrill Lynch US Corporate Master Bond Index*), materie prime (*GSCI Total Return Index for Commodity Futures*) e immobili (*US Residential Real Estate Index*).

Il modello utilizzato per l'ottimizzazione del portafoglio prevede che le vendite allo scoperto non siano permesse ($w_i \geq 0$). I ricercatori assumono inoltre assenza di costi di transazione, di premi di illiquidità per i dipinti e di dividendi estetici. Korteweg *et al.* (2013) considerano il portafoglio con il più alto indice di Sharpe, sia utilizzando l'indice dell'arte corretto che quello non corretto⁶⁶ (Tabella 3.28).

I ricercatori osservano che un agente economico dovrebbe investire oltre il 20% del capitale in beni d'arte se venisse considerato l'indice non corretto. Aggiustando l'indice, tale peso diviene invece pari a 0. Korteweg *et al.* (2013) concludono che l'arte non apporti beneficio all'investitore, nonostante non siano stati compresi i costi di transazione, i quali andrebbero a diminuire il rendimento netto dell'investimento.

ART (NC)	ART (C)	MLUS	GSCI	USRE	MSCI	Σ
0,231	-	0,677	0,073	0	0,018	1
-	0	0,692	0,164	0	0,144	1

Legenda: NC = non corretto; C = corretto; *MSCI* = MSCI World Total Return Index; *MLUS* = Merrill Lynch US Corporate Master Bond Index; *GSCI* = GSCI Total Return Index for Commodity Futures; *USRE* = US Residential Real Estate Index

Tabella 3.28. Composizione del portafoglio rischioso ottimo. Adattamento da: Korteweg *et al.* (2013)

Vi sono poi una serie di studi che hanno riscontrato beneficio dall'inclusione dell'arte all'interno del portafoglio.

De la Poza *et al.* (2008) utilizzano lo *Stock Exchange Market Dow Jones Index* come indice di riferimento per il mercato azionario e utilizzano il database di *Art Price* per costruire un indice del mercato dell'arte internazionale. Vengono selezionati i primi 40 artisti per fatturato registrato presso Christie's e Sotheby's, sedi di New York e Londra, nel periodo 1997-2006, su base semestrale. Di questi, vengono selezionati per comporre il portafoglio 6 artisti che sono rimasti ogni anno nel novero dei primi 40, ossia Picasso, Modigliani, Richter, Warhol, Léger e Basquiat.

Gli studiosi considerano due diversi profili di investitore: il primo investe solo in azioni e intende massimizzare il rendimento del proprio portafoglio investendo in arte, mantenendo la deviazione standard del portafoglio azionario. Per tale profilo il modello

⁶⁶ Viene considerato solamente l'indice non corretto stimato tramite *GLS*, poiché i pesi di quello stimato tramite catena di Markov Monte Carlo nel portafoglio sono pressoché equivalenti (si veda Korteweg *et al.*, 2013).

di riferimento è il (2.25); il secondo investe solamente in arte ma desidera minimizzare la varianza del portafoglio investendo in azioni, mantenendo il rendimento atteso di un portafoglio di soli beni d'arte. In questo caso viene utilizzato il modello (2.24).

L'investitore azionario ottiene un rendimento medio del 3% con una deviazione standard dell'1%. Utilizzando il rendimento semi-annuale del 2% dei *T-notes* statunitensi a 6 mesi, gli autori trovano che l'indice di Sharpe di detto portafoglio è pari a 1. Questo investitore intende aumentare il rendimento atteso del portafoglio investendo in arte, con il vincolo che la deviazione standard del portafoglio sia pari a quella del portafoglio azionario (1%). Gli autori ottengono così un rendimento del 10,97% ($\Delta E(R_p) \approx 8\%$) e di conseguenza l'indice di Sharpe è pari a 8,96.

Si consideri il secondo profilo d'investitore. Il portafoglio ottimo gli consente di ottenere un rendimento medio del 40% e deviazione standard pari a 26,11%, con l'indice di Sharpe uguale ad 1,46. Ponendo 40% come rendimento atteso richiesto, si risolve il problema di minimizzazione della varianza del portafoglio. Investendo una parte della ricchezza in azioni, questo investitore ottiene un portafoglio con rendimento atteso del 40,3% e deviazione standard del 15% ($\Delta\sigma_p = -11,11\%$), con un indice di Sharpe pari a 2,53. Entrambi i profili di investitore ottengono dunque benefici diversificando il portafoglio. L'arte costituisce perciò una buona alternativa d'investimento, come confermato dall'indice di Sharpe. Nella *Tabella 3.29* sono riportati i pesi ottimali dei diversi portafogli.

PROFILO DI INVESTITORE	STATISTICHE (%)			PESI							
	$E(R_p)$	σ_p	S_p	DJ	BAS	LEG	RIC	WAR	MOD	PIC	Σ
Solo azioni	3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
Solo arte	40	26,11	1,46	0	0,1523	0,3729	0,2041	0,1278	0,02	0,1226	1
Max $E(R_p)$	10,97	1	8,96	0,8549	0,0106	0,0596	0,0456	0,0176	0,0069	0,044	1
Min σ_p	40,03	15	2,53	0,3014	0,0135	0,24	0,2331	0,0891	0,0241	0,0995	1

Legenda: DJ = *Dow Jones Index*; BAS = Basquiat; LEG = Léger; RIC = Richter; WAR = Warhol; MOD = Modigliani; PIC = Picasso

Tabella 3.29. Pesi dei portafogli ottimi. Adattamento da: De la Poza *et al.* (2008)

Un altro lavoro che riscontra beneficio dall'inclusione dell'arte all'interno del portafoglio è quello di Kräussl e Van Elsland (2008). I ricercatori costruiscono un indice

rappresentativo del mercato dell'arte tedesco, che viene denominato *German All Art Index* (GAAI), tramite regressione edonica applicata ad un campione di 61.135 vendite⁶⁷ avvenute tra il 1985 e il 2007.

Il rendimento medio annuale dell'indice del mercato dell'arte è del 3,8%, con deviazione standard del 17,87%. Gli autori confrontano l'arte con altre forme d'investimento⁶⁸, notando che, nello stesso periodo, essa esibisce il minor rendimento medio e la terza più alta deviazione standard tra tutte le attività finanziarie. L'arte è poi dominata da altre forme di investimento, quali le obbligazioni societarie e le azioni, come già trovato da altri autori, quali Pesando (1993), Botha *et al.* (2011) e Öztürkkal e Togan-Eğrican (2019). I risultati vengono confermati anche dall'indice di Sharpe e dall'indice di Treynor⁶⁹ (Tabella 3.30).

L'indice di Sharpe dell'arte è il più basso tra gli asset considerati nello studio. Esaminando invece l'indice di Treynor, Kräussl e Van Elsland (2008) notano che quello dell'arte ($T_{GAAI} = 0,01$) è molto inferiore rispetto a quello delle obbligazioni societarie ($T_{MLUS} = 5,908$). Oltre che un maggior premio per il rischio, le obbligazioni societarie posseggono anche un minor rischio sistematico ($\beta_{MLUS} = 0,005$) rispetto a quello dell'arte ($\beta_{GAAI} = 0,248$), benché entrambe si muovano nella stessa direzione del mercato. L'indice di Treynor dell'arte è però superiore a quello di *LPX50*, perciò Kräussl e Van Elsland (2008) deducono che l'arte sia un migliore investimento rispetto a *private equity* qualora il rischio non sistematico del portafoglio sia già stato diversificato. Gli studiosi asseriscono infine che il comunque basso valore dell'indice di Treynor non rende l'arte una buona alternativa di investimento rispetto alle azioni (*MSCI*, che rappresenta il portafoglio di mercato).

67 Il campione di vendite utilizzato da Kräussl e Van Elsland (2008) è tratto da Artnet.

68 Kräussl e Van Elsland (2008) considerano i seguenti indici: *German All Art Index* (GAAI), *GSCI Commodity Index* (GSCI), *Merril Lynch US Corporate Master Bond Index* (MLUS), *MSCI World Equity Index* (MSCI), *Citigroup World Government Bond Index* (WGBI), *Credit Suisse Tremont Hedge Index* (CSTH), *Listed Private Equity Index 50* (LPX50) e *DataStream World Real Estate Index* (WREI).

69 Come titolo *risk free* sono stati utilizzati i buoni del tesoro statunitensi a 3 mesi mentre come mercato di riferimento lo *MSCI World Equity Index*. Per stimare il coefficiente β (utilizzato per calcolare l'indice di Treynor) è stato utilizzato il CAPM riferibile all'equazione (2.33) presentata nel Capitolo 2, dove i rendimenti dell'indice e del mercato di riferimento sono espressi in forma logaritmica.

	<i>GAAI</i>	<i>GSCI</i>	<i>MLUS</i>	<i>MSCI</i>	<i>WGBI</i>	<i>CSTH</i>	<i>LPX50</i>	<i>WREI</i>
SHARPE	0,0322	0,3536	1,197	0,4495	0,8727	1,0236	0,2071	0,3544
TREYNOR	0,016	-0,781	5,908	0,027	0,468	0,147	0,014	0,032

Legenda: *GAAI* = German All Art Index, *GSCI* = GSCI Commodity Index, *MLUS* = Merrill Lynch US Corporate Master Bond Index, *MSCI* = MSCI World Equity Index , *WGBI* = Citigroup World Government Bond Index, *CSTH* = Credit Suisse Tremont Hedge Index, *LPX50* = Listed Private Equity Index 50, *WREI* = DataStream World Real Estate Index .

Tabella 3.30. Indice di Sharpe e Indice di Treynor delle diverse forme di investimento. Adattamento da: Kräussl e Van Elsland (2008)

Kräussl e Van Elsland (2008) utilizzano il modello di massimizzazione dell'indice di Sharpe per valutare se ad un investitore convenga inserire l'arte nel portafoglio. Gli studiosi costruiscono dapprima la matrice di correlazione tra i rendimenti dei diversi strumenti finanziari utilizzati nello studio (*Tabella 3.31*), asserendo che l'arte è positivamente correlata sia con le obbligazioni societarie (0,2525) che con le azioni (0,1891). In ragione della correlazione negativa tra l'arte ed i fondi speculativi (la più bassa tra tutti gli asset considerati, pari a -0,211), la prima può essere utilizzata efficacemente per diversificare un portafoglio che include i secondi.

	<i>GAAI</i>	<i>GSCI</i>	<i>MLUS</i>	<i>MSCI</i>	<i>WGBI</i>	<i>CSTH</i>	<i>LPX50</i>	<i>WREI</i>
<i>GAAI</i>	1							
<i>GSCI</i>	-0,0676	1						
<i>MLUS</i>	0,1637	-0,2259	1					
<i>MSCI</i>	0,1891	0,0027	0,0508	1				
<i>WGBI</i>	0,2525	-0,1874	0,6562	0,1259	1			
<i>CSTH</i>	-0,211	0,3185	0,245	0,4872	-0,1087	1		
<i>LPX50</i>	0,2346	0,1681	-0,3365	0,8238	-0,0182	0,5113	1	
<i>WREI</i>	0,1543	0,0941	0,1062	0,6836	0,2136	0,2074	0,3823	1

Legenda: *GAAI* = German All Art Index, *GSCI* = GSCI Commodity Index, *MLUS* = Merrill Lynch US Corporate Master Bond Index, *MSCI* = MSCI World Equity Index , *WGBI* = Citigroup World Government Bond Index, *CSTH* = Credit Suisse Tremont Hedge Index, *LPX50* = Listed Private Equity Index 50, *WREI* = DataStream World Real Estate Index.

Tabella 3.31. Matrice di correlazione dei rendimenti. Adattamento da: Kräussl e Van Elsland (2008)

I ricercatori considerano due portafogli: il primo comprende tutti gli asset tranne l'arte, il secondo comprende anche quest'ultima. Poiché Kräussl e Van Elsland (2008)

ritengono che un limite del modello di Markowitz consista nel fatto che esso non vincoli l'investitore ad allocare le proprie risorse presso un ampio numero di attività finanziarie (matematicamente infatti l'allocazione più efficiente del capitale può prevedere che questo sia ripartito tra un numero molto esiguo di titoli), considerano un modello di ottimizzazione dell'indice di Sharpe con vincoli che prevedono che l'investitore non possa investire più del 25% e del 18,5% del capitale in un singolo asset.

	ARTE ESCLUSA			ARTE INCLUSA		
	$w_i \geq 0$	$0 \leq w_i \leq 0,25$	$0 \leq w_i \leq 0,185$	$w_i \geq 0$	$0 \leq w_i \leq 0,25$	$0 \leq w_i \leq 0,185$
GAAI	-	-	-	0	0,0352	0,0572
GSCI	0,0506	0,1344	0,1866	0,0506	0,1252	0,1875
MLUS	0,4032	0,25	0,1875	0,4032	0,25	0,1875
MSCI	0	0,1156	0,1875	0	0,0923	0,1875
WGBI	0,2043	0,25	0,1875	0,2043	0,25	0,1875
CSTH	0,3419	0,25	0,1875	0,3419	0,25	0,1875
LPX50	0	0	0	0	0	0
WREI	0	0	0,0634	0	0	0,0053
$E(R_p)$	0,092	0,0882	0,0889	0,092	0,0882	0,0856
σ_p	0,0293	0,032	0,0399	0,0293	0,031	0,0369
SHARPE	2,4419	2,1642	1,7154	2,4419	2,1837	1,7651

Legenda: GAAI = German All Art Index, GSCI = GSCI Commodity Index, MLUS = Merrill Lynch US Corporate Master Bond Index, MSCI = MSCI World Equity Index, WGBI = Citigroup World Government Bond Index, CSTH = Credit Suisse Tremont Hedge Index, LPX50 = Listed Private Equity Index 50, WREI = DataStream World Real Estate Index.

Tabella 3.32. Composizione dei portafogli con il più alto indice di Sharpe. Adattamento da: Kräussl e Van Elsland (2008)

La Tabella 3.32 riporta i pesi ottimi dei portafogli con il più alto indice di Sharpe. Si evince che l'arte non viene inclusa all'interno del portafoglio rischioso ottimo in assenza di vincoli aggiuntivi. In linea con i risultati di Renneboog e Van Houtte (2002) e Worthington e Higgs (2003), l'arte non permette di migliorare né il rendimento né la varianza del portafoglio. Tuttavia, ponendo i vincoli aggiuntivi, il peso assegnato all'arte diviene 3,52% nel caso della prima restrizione ($0 \leq w_i \leq 0,25$) e 5,72% nel caso della seconda ($0 \leq w_i \leq 0,185$). Poiché una volta che vengono poste ulteriori restrizioni

all'allocazione del capitale l'indice di Sharpe del portafoglio che contiene l'arte è maggiore di quello che non la contiene, gli autori concludono che, se vengono poste determinate restrizioni, includere l'arte all'interno del portafoglio possa apportare beneficio all'investitore.

Anche Jurevičiene *et al.* (2012) concludono che l'arte possa essere utilizzata per diversificare il portafoglio. I ricercatori costruiscono dapprima 3 portafogli composti ognuno da 5 diversi asset⁷⁰, esclusa l'arte, e considerano 3 periodi diversi (1990-2009, 2000-2009 e 2005-2009). Dopodiché, in ragione del fatto che il portafoglio del periodo 2005-2009 domina gli altri due, considerano solamente quest'ultimo per successivi approfondimenti.

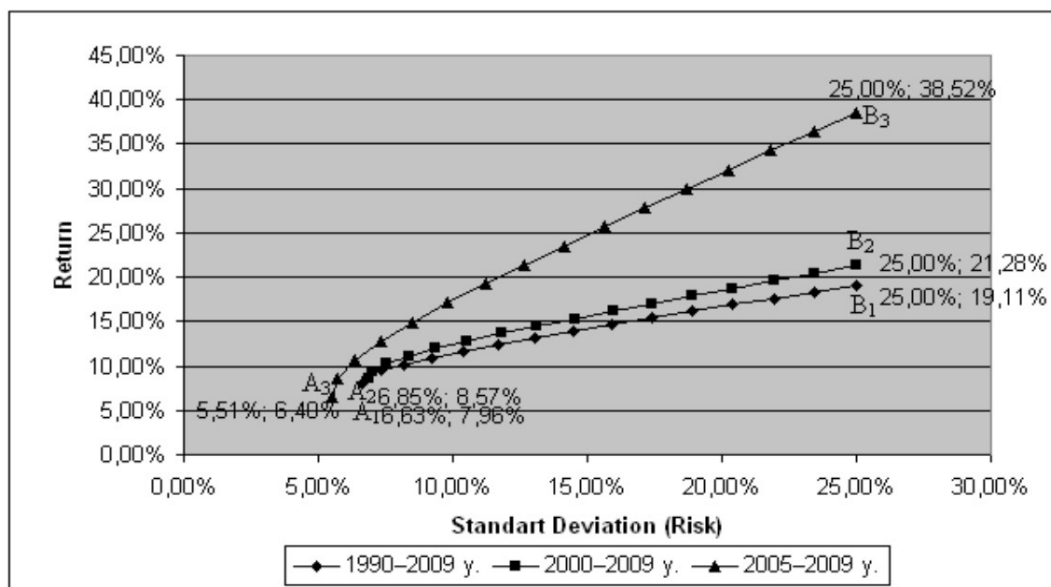


Figura 3.14. Frontiera efficiente dei portafogli (arte esclusa) dei periodi 1990-2009, 2000-2009 e 2005-2009. Fonte: Jurevičiene *et al.* (2012)

Osservando la *Figura 3.14* si nota che il portafoglio 2005-2009 consente all'investitore di ottenere maggiore rendimento, dato un certo livello di rischio, rispetto agli altri due. Tale portafoglio è inoltre composto da tutti e 5 gli asset, ma non ne viene fornita la composizione.

70 Gli asset considerati da Jurevičiene *et al.* (2012) sono: azioni (*U.S. Stocks*), oro (*Gold*), mercato immobiliare (*Real Estate*), obbligazioni prive di rischio (*Risk free bonds*) e buoni del tesoro degli Stati Uniti (*T-Bills*). Gli autori specificano che per le azioni è stato utilizzato *S&P 500* mentre per il mercato immobiliare il *NAREIT Index* e il *NCREIF Index* ma non precisano gli indici utilizzati per gli altri asset.

Jurevičiene *et al.* (2012) ritengono che, in ragione della bassa correlazione tra i rendimenti di S&P 500 e l'arte (rappresentata dall'indice *Art Price Global Index*), quest'ultima possa permettere una maggiore diversificazione del portafoglio. Partendo dal portafoglio selezionato relativo al periodo 2005-2009, i ricercatori costruiscono 5 diversi portafogli, ognuno dei quali è composto dall'arte e da uno dei 5 asset considerati precedentemente (Figura 3.15).

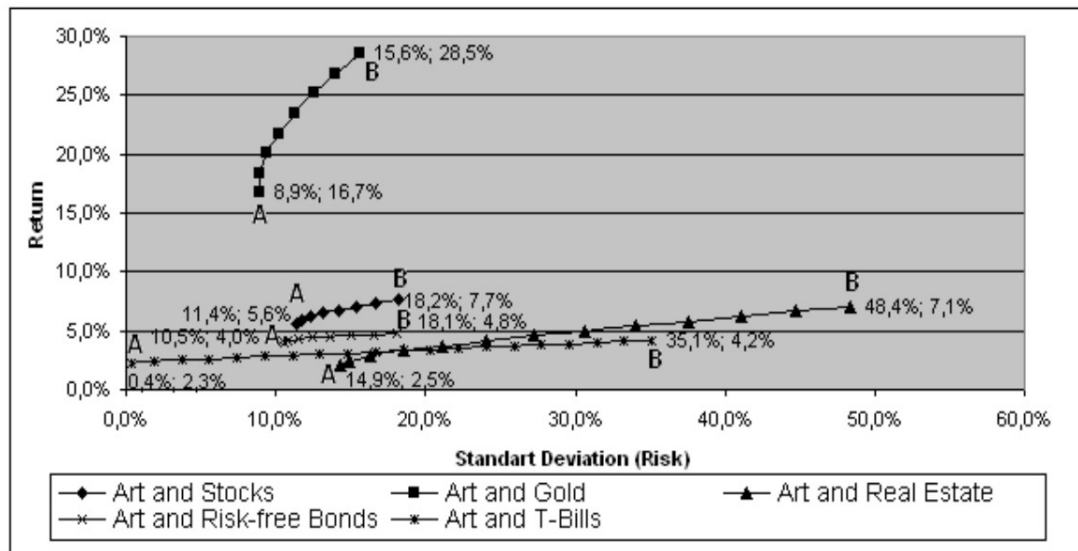


Figura 3.15. Frontiera efficiente dei portafogli (arte inclusa) composti da coppie di asset. Fonte: Jurevičiene *et al.* (2012)

Il portafoglio che fornisce il maggiore rendimento massimo (28,5%) è quello composto dall'arte e dall'oro, mentre il portafoglio a varianza minima globale più rischioso ($\sigma = 14,9\%$) è composto da arte ed investimenti immobiliari. Infine, sulla frontiera efficiente composta da portafogli di arte e *T-bills* giacciono sia il portafoglio che prevede il minor rischio possibile ($\sigma = 0,4\%$) che quello che prevede il minore rendimento massimo (4,2%). Gli autori asseriscono che un investitore interessato a costruire un portafoglio composto da beni d'arte deve scegliere attentamente quale asset accoppiarvi, poiché a parità di rischio il rendimento può variare notevolmente. Jurevičiene *et al.* (2012) concludono perciò che l'arte può effettivamente diversificare il portafoglio.

Infine, Kräussl (2014) costruisce un indice del mercato dei dipinti del Medio Oriente e del Nord Africa (*Middle East North Africa, MENA*) tramite regressione edonica. Il campione considerato è di 3.544 dipinti venduti tra 2000 e 2012. Il rendimento medio

annuo dell'indice MENA è pari al 13,9% e la relativa deviazione standard è 31,5%. L'investimento in arte viene poi confrontato con quello in altre attività finanziarie⁷¹. L'indice *MENA* prevede sia il rendimento atteso (13,9%) che la deviazione standard più alta tra tutti gli indici (31,5%), come si vede dalla *Tabella 3.33*.

ASSET	E(R _p)	σ _p	Massimo	Minimo
MENA	13,9	31,5	55,7	-70,3
Equity	4,5	21,9	26,9	-54,6
Corp. Bonds	6,6	6,8	22	-8,4
Gov. Bonds	8,4	8,4	23,6	-8,8
Real Estate	2,7	26,3	31,1	-69,6
Commodities	5	31	40,4	-62,5
Private equities	4,1	43,3	82,1	-111,9
Hedge funds	9,8	10,8	23,1	-21,2

Tabella 3.33. Statistiche descrittive (in %) di MENA ed altri indici. Adattamento da: Kräussl (2014)

Come si vede dalla *Tabella 3.34*, poiché i coefficienti di correlazione tra i rendimenti di *MENA* e quelli degli altri asset sono negativi in tutti i casi tranne che per il mercato delle materie prime (*commodities*), il ricercatore ritiene che l'arte del Medio Oriente e del Nord Africa possa permettere una maggiore diversificazione del portafoglio.

Correlation	MENA	Equity	Corp. bonds	Gov. bonds	Real estate	Commodities	Private equity	Hedge funds
MENA	1							
Equities	-0.202	1						
Corp. bonds	-0.223	0.169	1					
Gov. bonds	-0.358	0.160	0.420	1				
Real estate	-0.134	0.781	0.051	-0.151	1			
Commodities	0.134	0.109	-0.096	-0.118	0.623	1		
Private equity	-0.033	0.904	0.128	-0.309	0.826	0.526	1	
Hedge funds	-0.254	0.768	0.049	-0.078	0.701	0.563	0.755	1

Tabella 3.34. Matrice di correlazione tra rendimenti degli asset. Fonte: Kräussl (2014)

71 Gli asset considerati da Kräussl (2014) sono: equity (*MSCI World Index*), government bonds (*Citigroup World Government Bond Index*), corporate bonds (*Merrill Lynch US Corporate Master Bond index*), real estate (*Datastream World Real Estate index*), commodities (*GSCI Commodity index*), hedge funds (*DJ Credit Suisse Hedge index*) e private equity (*LPX50*).

Lo studioso utilizza il seguente modello di ottimizzazione del portafoglio:

$$\begin{aligned}
 & \text{MAX } w^T E(R) + (1 - w^T \mathbf{1}) R_f - \frac{\lambda}{2} w^T \Sigma w \\
 & \text{s. a} \\
 & w^T \mathbf{1} = 1 \\
 & w \geq \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

dove w^T indica il vettore trasposto dei pesi da assegnare ai vari titoli, $E(R)$ è il vettore dei rendimenti medi dei titoli, $\mathbf{1}$ è un vettore dove tutti gli elementi sono pari ad 1, R_f è il rendimento del titolo privo di rischio, λ è un parametro che indica l'avversione al rischio dell'investitore (con $\lambda = 1, 2, 10$) e Σ è la matrice di covarianze. Si noti che $w^T E(R)$ è pari al rendimento totale del portafoglio rischioso, $(1 - w^T \mathbf{1}) R_f$ è pari al rendimento del portafoglio non rischioso e $w^T \Sigma w$ è la varianza del portafoglio.

Vengono costruiti 6 problemi di ottimizzazione tramite il modello (3.6): 3 di essi prevedono di variare i valori di λ senza vincoli riguardo l'allocazione del capitale tra i vari titoli, ad eccezioni di $w_i \geq 0$. Per gli altri 3 problemi invece (uno per ogni valore di λ) è stato posto il vincolo che prevede che l'investitore non possa allocare più del 30% del capitale per asset ($0 \leq w_i \leq 0,30$). Nella *Tabella 3.35* sono riportati i pesi dei portafogli non vincolati mentre nella *Tabella 3.36* quelli dei portafogli vincolati.

L'arte viene inclusa all'interno di tutti i portafogli ottimi per ogni diverso livello di avversione al rischio dell'investitore. In particolare, un agente poco avverso al rischio deve investire oltre il 65% del capitale nell'arte medio-orientale e nordafricana. Con l'aumentare del valore di λ la percentuale di capitale investito in arte diminuisce, mentre aumenta quella investita nelle obbligazioni societarie. Tuttavia, anche per un alto grado di avversione al rischio, l'agente economico investe comunque il 7,6% del capitale in arte. Si noti inoltre che solamente l'arte e i titoli di stato ricevono un peso positivo per $\lambda = 1$ e $\lambda = 2$, mentre per $\lambda = 10$ anche *private equity* riceve un peso positivo.

Nel caso di restrizioni riguardo l'allocazione del capitale, per ragioni già spiegate in Kräussl e Van Elsland (2008), il capitale viene investito in un maggior numero di attività, anche se Kräussl (2014) nota che per $\lambda = 1$ e $\lambda = 2$ non vi è molta differenza tra i pesi assegnati ai vari asset, mentre differenze significative avvengono nel caso di $\lambda = 10$. Si noti che per ogni valore del parametro λ il peso dell'arte è sempre positivo: in

particolare, nel caso di $\lambda = 1$ e $\lambda = 2$ l'arte riceve il massimo valore assegnabile, mentre quando l'avversione al rischio è massima tale valore è pari a 15,6%. Il ricercatore conclude dicendo che un investimento nell'arte medio-orientale e nordafricana è profittevole, ma riconosce che, poiché si tratta di un mercato emergente, eventuali aggiustamenti potrebbero modificare i risultati.

Asset class	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 10$
MENA	0.656	0.335	0.076
Equity	0	0	0
Corporate bonds	0	0	0
Government bonds	0.344	0.665	0.867
Real estate	0	0	0
Commodities	0	0	0
Private equity	0	0	0.058
Hedge funds	0	0	0
Total	1	1	1

Tabella 3.35. Composizione dei portafogli ottimi non vincolati per $\lambda = 1, 2, 10$. Fonte: Kräussl (2014)

Asset class	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 10$
MENA	0.300	0.300	0.156
Equity	0	0	0
Corporate bonds	0	0	0
Government bonds	0.300	0.300	0.300
Real estate	0	0	0
Commodities	0.040	0.078	0.244
Private equity	0.060	0.022	0
Hedge funds	0.300	0.300	0.300
Total	1	1	1

Tabella 3.36. Composizione dei portafogli ottimi vincolati per $\lambda = 1, 2, 10$. Fonte: Kräussl (2014)

Vi sono infine degli studi che considerano l'inclusione in portafoglio di beni collezionabili che potrebbero essere accostati ai beni d'arte in ragione di caratteristiche comuni. Poiché anch'essi costituiscono asset alternativi che permettono una maggiore diversificazione del portafoglio, si citano alcuni lavori che hanno analizzato tali asset tramite il modello di Markowitz.

Alcázar Blanco *et al.* (2015) si interessano all'inclusione in portafoglio dei beni numismatici, i quali condividono con i beni artistici le caratteristiche di *scarsità, non omogeneità* e la presenza di *valore estetico e storico*. I ricercatori si interessano in particolare a *The Walking Liberty*, monete coniate a partire dal 1916 dal governo degli Stati Uniti, costruendo un portafoglio con dati del periodo 1950-2010.

Gli studiosi tracciano la frontiera efficiente dei portafogli composti esclusivamente da diversi conii della moneta considerata. Attraverso la *Capital Market Line* individuano poi il portafoglio rischioso ottimo.

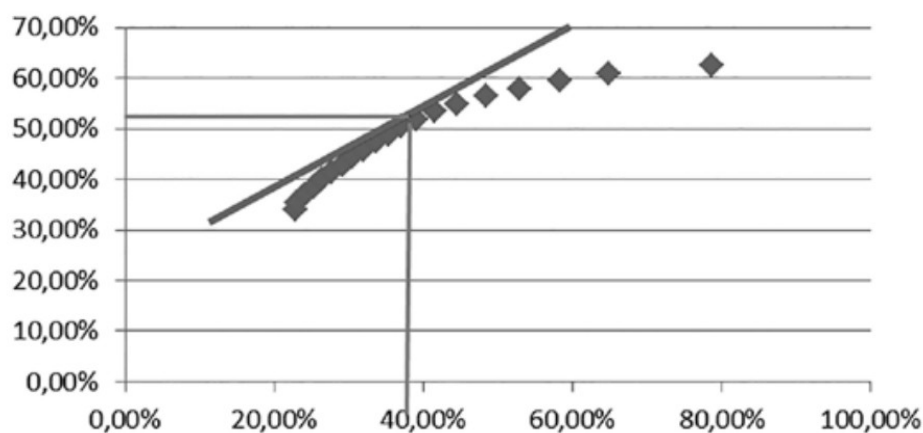


Figura 3.16. Frontiera efficiente del portafoglio di beni numismatici. Fonte: Alcázar Blanco *et al.* (2015)

Nella *Figura 3.16* sono rappresentate la frontiera efficiente e la *CML*, dove l'asse delle ascisse rappresenta la deviazione standard mentre quello delle ordinate il rendimento atteso. Il portafoglio con il maggiore indice di Sharpe ha un rendimento atteso del 50,38% a fronte di una deviazione standard pari a 37,11%. Tale portafoglio è composto da 6 diversi conii della moneta analizzata, con i relativi pesi che sono compresi tra il 7,15% e il 25,48%. Gli studiosi notano che non tutti i conii considerati sono stati inclusi nel portafoglio rischioso ottimo.

Alcázar Blanco *et al.* (2015) traggono infine una serie di conclusioni sull'investimento in beni numismatici. Asseriscono che essi sono *beni rifugio* (non fornendo tuttavia alcun valore del coefficiente di correlazione tra i rendimenti di questi ultimi e del mercato finanziario), che si tratta di un investimento a lungo termine e che la teoria del portafoglio sia un utile strumento per raggiungere un buon livello di diversificazione se

l'agente economico intende investire in tali beni. Tuttavia, i ricercatori non studiano l'allocazione ottima del capitale in un portafoglio misto, pertanto non è possibile sapere se i beni numismatici possono appartare beneficio ad un investitore interessato esclusivamente al mercato finanziario. Non sono poi stati considerati i costi di transazione, che è ragionevole ritenere siano elevati anche nel caso dei beni numismatici, in maniera non dissimile dai beni d'arte.

Anche i vini rari posseggono le caratteristiche che i beni numismatici condividono con i beni d'arte. Aytac *et al.* (2015) costruiscono un portafoglio composto da strumenti finanziari tradizionali, oro e vini rari, utilizzando gli indici forniti da *iDealwine* (4 indici *WineDex* e altri 4 indici *Live-ex*) per i vini pregiati, *EMTX Index* per le obbligazioni, *CAC 40*, *CAC mid 60* e *CAC small* per le azioni delle società francesi, *MSCI World Index* per le azioni globali e *Napoleon Coin* per l'oro. I rendimenti considerati riguardano il periodo tra 2007 e 2014 e come tasso risk free è stato considerato quello di *Euribor* a 1 mese.

Wine indexes	Average	SD
WineDex 100	8.22%	4.57%
WineDex Bordeaux	9.32%	5.87%
WineDex Bourgogne	8.98%	6.38%
WineDex Rhône	2.97%	4.24%
Liv-ex 50	7.28%	13.35%
Liv-ex 100	3.90%	11.38%
Liv-ex 500	5.97%	7.64%
Liv-ex Investables	5.43%	10.13%
Gold		
Napoleon coins	8.60%	25.18%
Stock indexes		
CAC 40	-3.63%	18.26%
CAC Mid 60	1.57%	19.34%
CAC Small	-2.11%	21.04%
MSCI World Standard	1.67%	17.98%
Bonds		
EMTX	5.22%	4.13%
Fixed asset		
Euribor 1 month	1.45%	0.47%

Tabella 3.37. Rendimento e deviazione standard degli indici considerati nel periodo 2007-2014. Fonte: Aytac *et al.* (2015)

Il rendimento degli indici dei vini pregiati è maggiore di quello delle azioni e delle obbligazioni, i quali esibiscono anche maggiore deviazione standard (Tabella 3.37). Il rendimento dell'oro (8,6%) è simile a quello dei vini pregiati, ma la deviazione standard è maggiore (25,18%).

I ricercatori utilizzano il modello (2.24) per determinare la frontiera efficiente del portafoglio di riferimento (composto da tutti gli asset menzionati ad esclusione dei vini pregiati). Successivamente utilizzano lo stesso modello per costruire 8 portafogli che includano il vino, uno per ogni indice. Ognuno di questi portafogli esibisce una frontiera efficiente che si trova più in alto di quella che non include i vini rari. Per brevità, si mostra solamente il confronto tra la frontiera efficiente del portafoglio che esclude i vini pregiati e quella che comprende gli indici *WineDex 100* (Figura 3.17) e *Live-ex 50* (Figura 3.18). Sull'asse delle ascisse è rappresentata la deviazione standard mentre su quello delle ordinate il rendimento medio. La frontiera efficiente di riferimento è di colore grigio mentre quella i cui portafogli sono composti anche da vini rari è in nero. Si noti che investendo in vini pregiati è possibile ottenere un maggiore rendimento a fronte della stessa deviazione standard. Aytaç *et al.* (2015) concludono che l'inclusione di vini rari all'interno del portafoglio comporti beneficio per l'investitore, anche se osservano che tali beni posseggono alti costi di transazione e prevedono costi di stoccaggio, come già riportato in Masset e Henderson (2010).

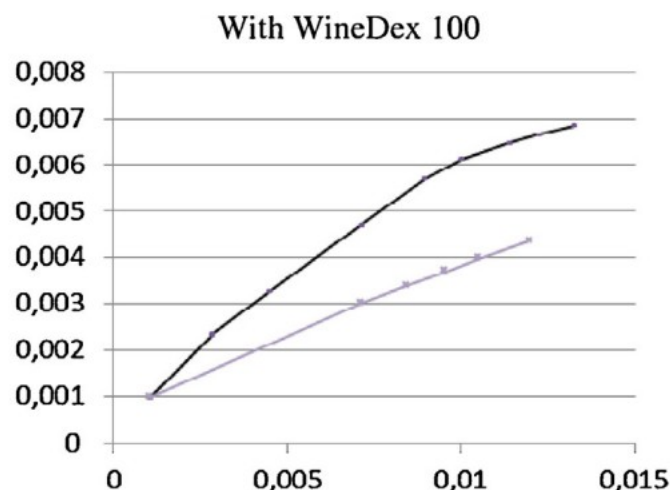


Figura 3.17. Frontiera efficiente del portafoglio di riferimento (in grigio) e del portafoglio contenente *WineDex 100* (in nero).
Fonte: Aytaç *et al.* (2015)

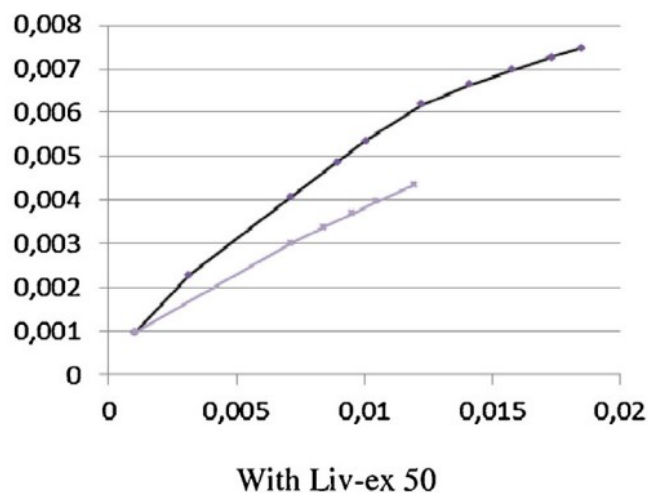


Figura 3.18. Frontiera efficiente del portafoglio di riferimento (in grigio) e del portafoglio contenente *Liv-ex 50* (in nero).
Fonte: Aytaç *et al.* (2015)

Nella letteratura finanziaria che ha utilizzato il modello di Markowitz per studiare il mercato dell'arte, la quale, come sottolineano De la Poza *et al.* (2008), è esigua rispetto a tutta la letteratura sul tema, non si trova dunque una posizione netta sull'inclusione dei beni artistici all'interno del portafoglio: una serie di studi, quali Renneboog e Van Houtte (2002) e Melnik e Plaut (2008) sono concordi nell'affermare che il *costo-opportunità* di investire in arte sia alto, mentre altri studi, quali Kräussl (2014), affermano che l'inclusione dell'arte nel portafoglio comporti benefici per l'investitore. Senza dubbio le *conclusioni* tratte *dipendono* molto *dal mercato* analizzato e *dal metodo* utilizzato per stimare i rendimenti dei dipinti. Come si è visto, il mercato dell'arte medio-orientale e nordafricano analizzato da Kräussl (2014) è in crescita, ma questo non certifica che negli anni a venire il *trend* rimarrà invariato. Allo stesso tempo, Korteweg *et al.* (2013) correggono il proprio indice per i *bias* di selezione, il che risulta in un minore rendimento atteso del mercato dell'arte.

Concludendo, non è possibile asserire genericamente se un investitore debba inserire l'arte all'interno del proprio portafoglio o meno, ciò dipenderà sicuramente anche dal suo *grado di avversione al rischio*. In ogni caso, alcune osservazioni riguardo l'investimento in arte sono doverose, specialmente se questi costituisce un'alternativa al mercato finanziario. Si è già detto che i beni d'arte incorporano un alto rischio di liquidità e che il loro prezzo d'acquisto è generalmente molto elevato, il che significa che

un'ampia frazione del capitale potrebbe essere impiegata in un solo dipinto, anche se la diversificazione aumenta con il numero di dipinti all'interno del portafoglio (McAndrew, 2008). Inoltre, potrebbe risultare complesso impiegare il modello di Markowitz per l'allocazione del capitale quando il portafoglio contiene beni d'arte: se ad esempio il modello media-varianza suggerisce di investire il 7% del proprio capitale in dipinti di Picasso, e si dispone di 1.000.000€, non è detto che sul mercato siano disponibili opere dell'artista il cui prezzo d'acquisto sia pari o inferiore a 70.000€. Il *capital gain* dipende inoltre dal prezzo che gli offerenti sono disposti a pagare, sul quale influisce certamente la componente irrazionale, pertanto l'incertezza sul futuro profitto realizzato è certamente maggiore rispetto a quando si compra e vende un'azione o un'obbligazione. Si tenga infine conto del fatto che l'investimento in arte è spesso a lungo termine, come sottolineato da Flôres *et al.* (1999), il che significa che il capitale investito in beni d'arte non può essere liquidato velocemente, aspetto di cui si deve tenere conto soprattutto durante le crisi finanziarie.

Infine, in questo paragrafo sono stati analizzati due lavori che hanno considerato beni collezionabili differenti dai beni strettamente artistici, nello specifico le monete ed i vini rari, per diversificare il portafoglio. Anch'essi come i beni artistici presentano caratteristiche che ne possono scoraggiare l'acquisto (illiquidità ed alti costi di transazione ad esempio), ma bisogna riconoscere che anch'essi possono risultare interessanti asset alternativi per raggiungere un buon livello di diversificazione del portafoglio, come dimostrano i lavori di Alcázar Blanco *et al.* (2015) e di Aytaç *et al.* (2015).

La *Tabella 3.38* riporta le conclusioni sull'inserimento dell'arte in portafoglio tratte negli studi considerati che hanno applicato il modello di Markowitz.

AUTORI	ANNO DI PUBBLICAZIONE	CONCLUSIONI*
Pesando	1993	Imponendo il vincolo di un rendimento uguale al 3% il peso assegnato all'arte è 0.
Renneboog e Van Houtte	2002	L'arte consente un maggiore rendimento del portafoglio ma solo per alti livelli della deviazione standard.

AUTORI	ANNO DI PUBBLICAZIONE	CONCLUSIONI*
Worthington e Higgs	2003	Nessuno dei portafogli che compongono la frontiera efficiente comprende beni d'arte.
Melnik e Plaut	2008	All'interno del portafoglio ottimo rischioso non viene inclusa l'arte.
De la Poza et al.	2008	Un agente economico che investe esclusivamente in azioni può ottenere maggiore rendimento, a fronte della stessa varianza, diversificando il portafoglio tramite beni artistici.
Kräussl e Van Elsland	2008	Il modello di Markowitz non assegna alcun peso all'arte, ma aggiungendo ulteriori vincoli all'allocazione del capitale presso i singoli asset tale peso diviene positivo.
Jurivičiene et al.	2012	Combinando l'investimento in arte con quello in determinati asset è possibile ottenere un maggiore rendimento a fronte della stessa varianza.
Korteweg et al.	2013	Il peso assegnato all'arte in portafoglio è positivo, ma una volta che l'indice dei prezzi del mercato dell'arte viene aggiustato per i bias di selezione tale peso diviene 0.
Kräussl	2014	All'arte viene assegnato peso positivo, sia nel caso di un investitore avverso al rischio ($\lambda = 10$) che nel caso di un investitore propenso al rischio ($\lambda = 1$).
Blanco et al.	2015	La Teoria del portafoglio può aiutare un individuo ad investire in beni numismatici, i quali sono beni rifugio.
Aytaç et al.	2015	Diversificare un portafoglio di azioni e obbligazioni con vini rari permette all'investitore di aumentare il rendimento atteso a fronte della stessa varianza.

*In riferimento esclusivamente al campione e al periodo considerato nell'analisi

Tabella 3.38. Conclusioni relative all'inserimento dell'arte in portafoglio tratte negli studi considerati sul modello di Markowitz

3.2.3. Studi sul rischio sistematico del mercato dell'arte

Un altro aspetto indagato in letteratura è la relazione tra il rendimento del mercato dell'arte e quello del mercato di riferimento, che si può analizzare ricorrendo al CAPM, stimando la magnitudine dell'indice β per misurare la direzione e l'intensità dei rendimenti di un titolo rispetto al mercato scelto come riferimento.

Sia i un generico indice del mercato dell'arte. Un β_i negativo significa che il rendimento del generico indice del mercato dell'arte i è inversamente proporzionale a quello del mercato di riferimento e perciò l'inserimento dell'arte nel portafoglio di mercato permette di ridurre il rischio.

Ad eccezione di Goetzmann (1991), tutti gli studi che hanno applicato il CAPM al mercato dell'arte hanno trovato un β inferiore ad 1.

Ad esempio, utilizzando i buoni del tesoro degli Stati Uniti come titolo privo di rischio, Mei e Moses (2002) stimano il coefficiente β dell'indice da loro calcolato (si veda il *paragrafo 3.2.1*) in riferimento all'indice *S&P 500* nel periodo 1875-2000 pari a 0,718, il che significa che l'arte smorza i movimenti dell'indice azionario, incorporando dunque minor rischio sistematico ma muovendosi comunque nella stessa direzione del mercato.

Pesando (1993) applica il modello riferibile all'equazione (2.33), presentata nel Capitolo 2, all'indice da lui costruito (si veda il *paragrafo 2.3.1*) con *S&P 500 Stock Index* come mercato di riferimento⁷². Anch'egli ottiene un β inferiore a 1 sia per l'indice aggregato

($\hat{\beta}=0,315$) che per quello di Picasso ($\hat{\beta}=0,430$), come illustrato nella *Tabella 3.39*. Lo studioso asserisce anche che $\hat{\alpha}$ è statisticamente non significativo sia nel caso dell'indice aggregato ($t = 0,36$) che nel caso dell'indice di Picasso ($t = 0,26$).

Il campione di stampe, specialmente quello aggregato, incorpora dunque minor rischio sistematico rispetto all'indice di mercato. Per tale ragione, l'inclusione delle stampe all'interno di un portafoglio permette di abbassarne il rischio.

72 Pesando (1993) utilizza come tasso *risk free* quello dei *Treasury Bills* a 180 giorni.

INDICE	α	β	R ²
Aggregato	-0,015	0,315	0,105
Picasso	-0,012	0,430	0,141

Tabella 3.39. Risultati di regressione CAPM. Adattamento da: Pesando (1993)

Chanel *et al.* (1994) costruiscono un indice dei prezzi attraverso il metodo della regressione edonica, applicata ad un campione di 24.000 dipinti, prodotti da 82 artisti nati dopo il 1830, e venduti tra il 1962 e il 1988. I ricercatori selezionano poi 32 di questi artisti⁷³, rintracciabili anche in Reitlinger (1961), per costruire un altro indice da confrontare con il precedente. Chanel *et al.* (1994) sottolineano come le differenze siano trascurabili e perciò il campione di 32 pittori è rappresentativo del più grande campione di 82 pittori.

Chanel *et al.* (1994) confrontano gli indici da loro costruiti con cinque indici di borsa (*Standard & Poor Index* per New York, *Nikkei* per il Giappone, *INSEE index for industrial stocks* per Parigi, *Federal Statistical Institute* per Francoforte e *F.T. Actuaries* per Londra) calcolati su base quadrimestrale. I risultati sono osservabili nella *Figura 3.19*, da cui gli studiosi deducono che il mercato dell'arte si comporti in maniera simile alla borsa tedesca e giapponese, ma che non abbia relazione con le borse di Parigi, Londra e New York. Chanel *et al.* (1994) sottolineano però come la correlazione tra il mercato dell'arte e le borse di Francoforte e Tokyo potrebbe essere spuria.

Gli autori misurano in seguito il rischio sistematico dell'indice da loro costruito tramite il CAPM. Come titolo *risk free* sono state utilizzate le obbligazioni a lungo termine del governo statunitense mentre come mercato di riferimento sono stati utilizzati i 5 indici azionari menzionati in precedenza. I risultati ottenuti sono consistenti con quelli di Pesando (1993) poiché, in relazione al mercato azionario, il β stimato dell'arte è positivo ed inferiore ad 1, il che significa che un portafoglio composto esclusivamente da dipinti è meno rischioso di uno composto esclusivamente da azioni. I coefficienti di determinazione dei 5 modelli di regressione CAPM sono però molto vicini a 0 (*Tabella 3.40*).

73 I 32 artisti considerati in Chanel *et al.* (1994) sono: Bonnard, Braque, Cézanne, Chagall, Degas, Derain, De Staël, Dufy, Ernst, Gauguin, Gris, Kandinski, Klee, Lautrec, Léger, Matisse, Miro, Manet, Modigliani, Monet, Picasso, Redon, Renoir, Rouault, Rousseau, Seurat, Soutine, Utrillo, Van Dongen, Van Gogh, Vlaminck, Vuilla.

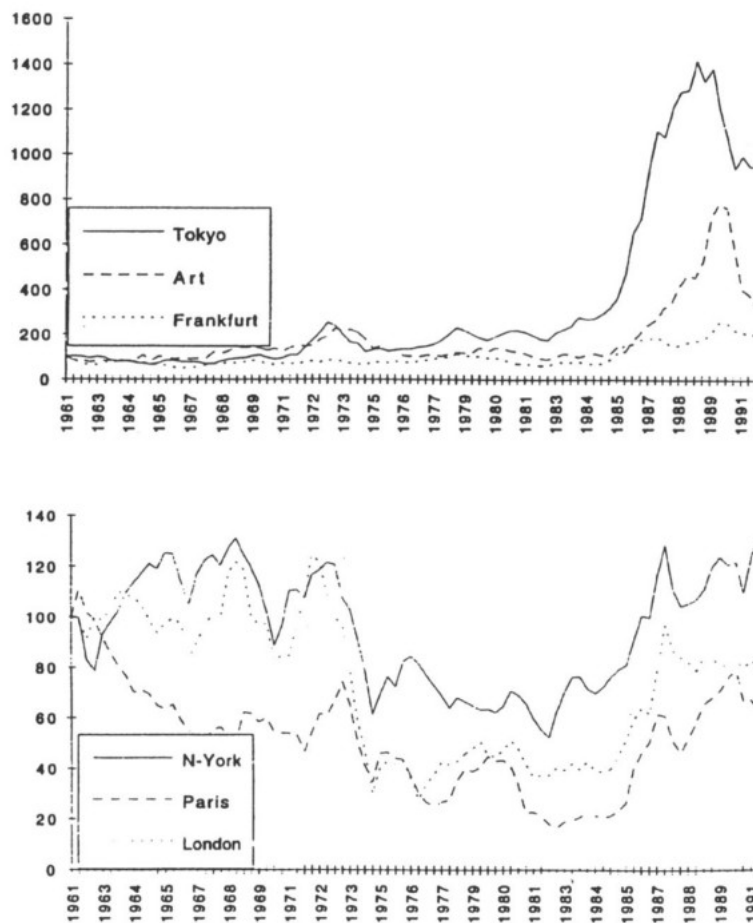


Figura 3.19. Andamento del mercato dell'arte e del mercato azionario. Fonte: Chanel *et al.* (1994)

	α	β	R^2
New York	0.0091 (0.0146)	0.2015 (0.1832)	0.0135
Tokyo	0.0014 (0.0013)	0.3689 (0.1604)	0.0569
Paris	0.0098 (0.1400)	0.1747 (0.1409)	0.0271
London	0.0122 (0.0149)	0.0288 (0.1309)	0.0005
Frankfurt	0.0111 (0.0139)	0.1647 (0.1646)	0.0211

Tabella 3.40. Risultati di regressione CAPM (tra parentesi il valore dell'errore standard).
Fonte: Chanel *et al.* (1994)

Hodgson e Vorkink (2004) applicano il CAPM ad un indice da loro costruito tramite il metodo della regressione edonica (il campione è composto da 12.821 dipinti canadesi venduti tra il 1968 e il 2001). Nell'analisi vengono considerati quei dipinti menzionati in Reid (1973), concentrandosi in questo modo solamente sugli artisti maggiori, poiché i ricercatori ritengono che, qualora un dipinto sia stato realizzato da un artista poco conosciuto, esso venga acquistato maggiormente per fini estetici piuttosto che speculativi. I prezzi realizzati vengono aggiustati per l'inflazione ma non per i vari costi di transazione, assicurazione ed eventuale restauro.

Una volta costruito l'indice edonico (annuale e semi-annuale), questo viene confrontato con i rendimenti degli altri asset utilizzati nel CAPM (il rendimento delle obbligazioni del governo canadese è utilizzato come tasso d'interesse privo di rischio mentre come mercato di riferimento gli autori utilizzano lo *MSCI Canadian Equity Index*). Il rendimento medio reale, la relativa deviazione standard e la correlazione con i rendimenti degli altri asset sono riportati nella *Tabella 3.41* mentre nella *Tabella 3.42* sono riportati i risultati della regressione CAPM con rendimenti annuali e semi-annuali.

Dai risultati ottenuti emerge che il rendimento dell'investimento in arte (R_t) è inferiore sia a quello dell'investimento azionario ($R_{M,t}$) che a quello obbligazionario (R_{ft}), perciò il premio per il rischio dell'investimento in arte è negativo. Inoltre, poiché la deviazione standard dei rendimenti semi-annuali delle azioni e delle obbligazioni è inferiore a quella dei rendimenti dell'arte, quest'ultima è dominata dalle prime due, similmente a Worthington e Higgs (2001) e Botha *et al.* (2016). In caso di rendimenti annuali, l'arte è dominata solo dalle obbligazioni. La correlazione negativa con queste ultime permette però una maggiore diversificazione del portafoglio.

L'effetto di diversificazione è confermato dalla stima del β (0,251 semi-annuale e 0,042 annuale). Rispetto al mercato azionario l'arte presenta minor rischio sistematico, in linea con gli altri studi considerati, quali Pesando (1993) e Mei e Moses (2002). Cifuentes e Charlin (2017) ritengono però che stimare un indice edonico così generale influisca in maniera negativa sul suo potere predittivo, con conseguente scarsa accuratezza della stima dei coefficienti del CAPM. Si noti infine il basso livello dei coefficienti di determinazione (*Tabella 3.42*).

	Mean	Std Dev	Min	Max	Correlations		
					Art	Market	Risk-free
Semi-annual							
R_t	0.011	0.158	-0.416	0.441	1	0.21	-0.06
$R_{M,t}$	0.039	0.138	-0.336	0.434		1	-0.07
$R_{f,t}$	0.014	0.016	-0.020	0.046			1
Annual							
R_t	0.023	0.164	-0.431	0.306	1	0.02	-0.19
$R_{M,t}$	0.090	0.251	-0.507	0.793		1	0.02
$R_{f,t}$	0.030	0.029	-0.038	0.084			1

Tabella 3.41. Rendimento medio, deviazione standard e correlazione fra asset. Fonte: Hodgson e Vorkink (2004)

		α	β	R^2
Semi-annual	Est	-0.011	0.251	0.051
	SE	0.02	0.149	
Annual	Est	-0.008	0.042	0.014
	SE	0.032	0.128	

Tabella 3.42. Stima dei parametri del CAPM. Fonte: Hodgson e Vorkink (2004)

Infine, anche Agnello (2006) applica il CAPM al mercato dell'arte, considerando i rendimenti provenienti dall'indice da lui costruito (si veda il *paragrafo 2.3.1*). Come mercato di riferimento lo studioso considera lo *S&P 500 stock index* mentre come tasso privo di rischio quello dei buoni del tesoro americano a 30 giorni. I coefficienti del modello di regressione sono stimati attraverso il metodo OLS, riferibile all'equazione (2.7) del Capitolo 2. Agnello (2006) ottiene un $\hat{\beta}$ pari a 0,267 il che indica che, in linea con gli studi precedentemente citati, l'arte presenta inferiore rischio sistematico rispetto al mercato azionario, rispetto al quale ne smorza i movimenti. Lo studioso stima poi il β rispetto ai dipinti di fascia alta e di fascia bassa, ottenendo rispettivamente -0,152 e 0,538, concludendo che i rendimenti dei dipinti di fascia alta si comportino in maniera inversa rispetto al mercato, apportando benefici dal punto di vista della diversificazione del portafoglio. Tuttavia, anche in questo lavoro, come negli studi precedenti, il coefficiente di determinazione del modello è molto basso ($R^2 = 0,01$), il che ne inficia il potere predittivo. Lo studioso applica perciò la seguente versione del CAPM:

$$E(R_i)^L - R_f = a_0 + a_1 \beta_i^L + a_2 \sigma_{\varepsilon,i}^2 + \varepsilon_i \quad (3.7)$$

dove $E(R_i)^L$ è il rendimento medio dell'asset i nel lungo periodo, β_i^L è il beta di lungo periodo stimato attraverso il CAPM e qui trattato come caratteristica che rappresenta il rendimento in eccesso di i e $\sigma_{\varepsilon,i}^2$ rappresenta la varianza residua di i ottenuta attraverso il CAPM. Nella *Tabella 3.43* vengono riportati i risultati di regressione.

In questo modello, il coefficiente di determinazione è superiore al precedente ($R^2 = 0,433$), il che indica che erano state tralasciate delle informazioni. Tuttavia, lo studioso conclude che i risultati non supportano l'analisi attraverso il CAPM, poiché l'intercetta è significativamente diversa da 0 (p-value = 0,016) mentre il $\hat{\beta}$ sottostima il rendimento medio (4,5%)⁷⁴. Agnello (2006) conclude che, in accordo con Cifuentes e Charlin (2014), il CAPM possa essere applicato solo in parte al mercato dell'arte, ma che i dipinti siano comunque in grado di fornire un effetto di maggiore diversificazione al portafoglio.

a_0	a_1	a_2	R^2
-0,070	-0,012	0,420	0,433

Tabella 3.43. Risultati CAPM. Adattamento da: Agnello (2006)

In sintesi, i ricercatori che hanno applicato il CAPM al mercato dell'arte hanno riscontrato, in accordo con Stein (1977), un $\hat{\beta}$ inferiore ad 1, ad eccezione di Goetzmann (1991) che, come Bryan (1985), trova che il $\hat{\beta}$ dei dipinti sia maggiore di 1.

Anche in questo caso è possibile asserire che i *risultati* ottenuti *dipendono* fortemente *dal campione e dal periodo analizzato*. In particolare, Renneboog e Spaenjers (2015) ritengono che la qualità dei dipinti che compongono il campione possa influire notevolmente sui risultati ottenuti.

Tuttavia, alcuni studiosi, come Agnello (2006) e Cifuentes e Charlin (2014) ritengono che il CAPM non possa essere sempre applicato favorevolmente ai dipinti, poiché i *risultati* ottenuti *non ne supportano l'analisi* (a causa del basso valore del coefficiente di

⁷⁴ Nel modello (3.7), a_0 dovrebbe essere pari a 0 (poiché il rischio sistematico è incorporato dal β mentre quello non sistematico dal termine di errore ε) mentre a_1 dovrebbe fornire una stima del premio per il rischio medio del mercato.

determinazione, intercetta significativamente diversa da 0 e sottostima del rendimento medio da parte del $\hat{\beta}$).

La *Tabella 3.44* illustra sinteticamente le conclusioni tratte dagli economisti che hanno applicato il CAPM al mercato dell'arte di cui sono stati esaminati gli studi.

AUTORI	ANNO	CONCLUSIONI*
Stein	1977	Indice $\beta < 1$
Bryan	1985	Alcune categorie di dipinti hanno un β maggiore di 1 mentre altre di poco inferiore
Goetzmann	1991	Indice $\beta > 1$
Pesando	1993	Indice $\beta < 1$ in riferimento alle stampe moderne
Chanel et. al	1994	Indice $\beta < 1$
Mei e Moses	2002	Indice $\beta < 1$
Hodgson e Vorkink	2004	Indice $\beta < 1$
Agnello	2006	Indice $\beta < 1$ per l'indice aggregato e $\beta < 0$ per i dipinti di fascia alta

*In riferimento esclusivamente al campione e al periodo considerato nell'analisi.

Tabella 3.44. Studi considerati sulla relazione e la correlazione tra il mercato dell'arte e i mercati finanziari

CAPITOLO 4

ANALISI EMPIRICA DI PORTAFOGLI DIVERSIFICATI TRAMITE BENI ARTISTICI

4.1. Dati considerati, analisi descrittiva e della correlazione

Come si è detto, lo scopo del presente lavoro di tesi è di studiare empiricamente se l'investitore possa trarre beneficio dall'inclusione dell'arte all'interno del portafoglio. La revisione della letteratura finanziaria sul mercato dell'arte è stata affrontata anche a tal fine, in maniera da poter confrontare i risultati ottenuti con quelli degli studi precedenti. Per la costruzione del portafoglio sono stati utilizzati 7 indici dei prezzi di altrettanti mercati. Come si è visto nel Capitolo 3, l'utilizzo degli indici dei prezzi per la costruzione del portafoglio è prassi nella letteratura finanziaria che ha analizzato il mercato dell'arte (si vedano a titolo d'esempio Renneboog e Van Houtte, 2002 e Melnik e Plaut, 2008), mentre è assai più rara nella letteratura finanziaria *tout court*, per quanto vi siano alcuni lavori, quali Stein e Contreras-Pacheco (2018), che li hanno impiegati. Nel dettaglio, gli indici utilizzati sono: *Dow Jones Composite Average* (DJA), *Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index* (RE), *Goldman Sachs Commodity Index*, (GSCI), *Gold APR 22* (APR), *Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark* (US10Y), *iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF* (LQD) e *All Art Index* (AAI).

Nella scelta degli indici si è voluto seguire la letteratura di riferimento, che di solito analizza l'inserimento dell'arte all'interno di un portafoglio già ben diversificato per studiare se essa sia in grado di migliorarne le caratteristiche⁷⁵. In particolare, gli indici utilizzati coprono il mercato azionario, immobiliare, dei beni di consumo, dell'oro, dei titoli di stato, delle obbligazioni societarie e infine dell'arte. I dati impiegati sono mensili e coprono 15 anni, da gennaio 2007 a dicembre 2021, un periodo simile a quello considerato da Pesando (1993) e Kräussl (2014) in termini di ampiezza.

Tutti gli indici sono espressi in dollari statunitensi, ad eccezione dell'indice dell'arte, espresso in sterline e perciò convertito in dollari utilizzando il tasso di cambio mensile. Inoltre, si è considerato un ottavo indice, *Thomson Reuters 2 years U.S. Government*

⁷⁵ Si vedano ad esempio Worthington e Higgs (2003) e Korteweg *et al.* (2013).

Benchmark (US2Y), che non viene inserito nel portafoglio ma viene utilizzato come asset *risk free* per la costruzione dell'indice di Sharpe.

Si intende approfondire brevemente la costruzione dell'*All Art Index* (AAI), l'indice del mercato dell'arte utilizzato, costruito da *Art Market Research* (AMR), i cui indici sono stati impiegati anche nei lavori di Worthington e Higgs (2003) e Melnik e Plaut (2008). L'indice AAI viene costruito attraverso la media mobile ponderata dei prezzi delle vendite avvenute presso 130 case d'asta internazionali negli ultimi 2 anni. I pesi relativi ai prezzi sono tanto maggiori quanto più la vendita è recente. Se dunque negli ultimi 2 anni sono avvenute N vendite, il peso attribuito alla generica vendita i è dato da:

$$w_i = \frac{2i}{N(N+1)} \quad \text{con } i = 1, \dots, N \quad (4.1)$$

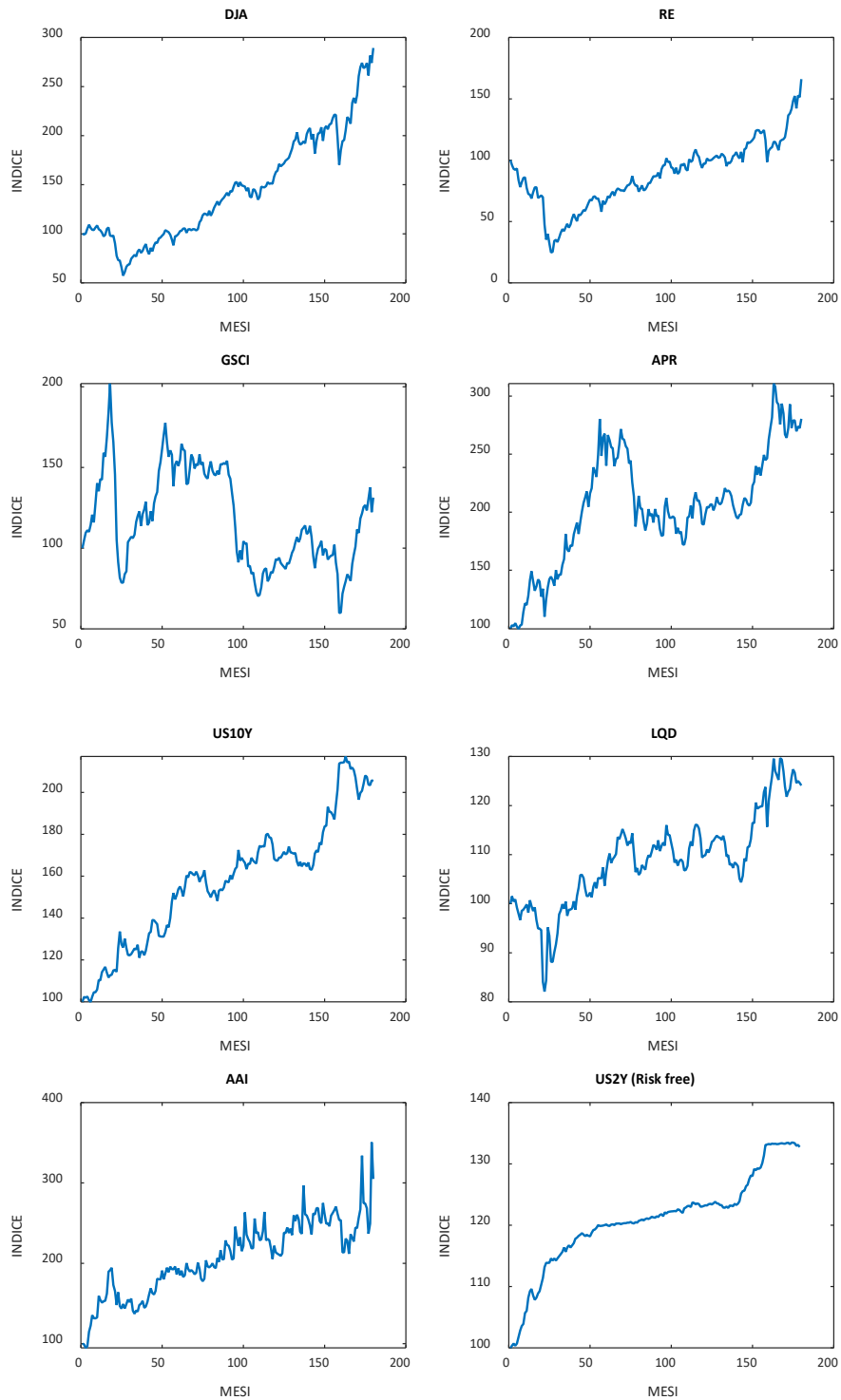
dove w_1 è il peso relativo alla vendita meno recente mentre w_N sarà il peso assegnato all'ultima vendita⁷⁶. L'indice non tiene conto delle commissioni d'acquisto.

I prezzi sono stati trasformati in rendimenti a capitalizzazione continua con la formula:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (4.2)$$

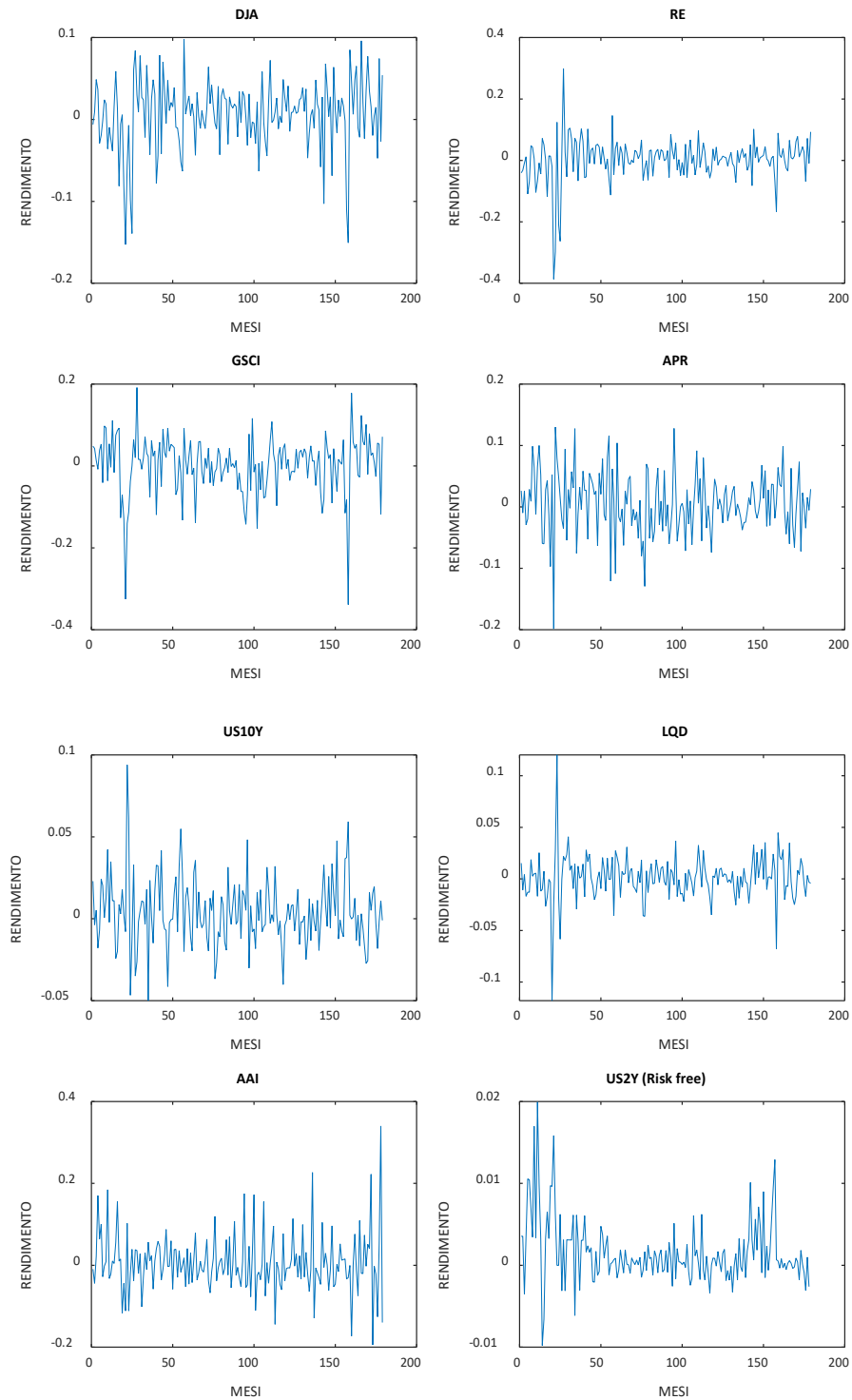
dove il pedice indica il mese di riferimento. Non sono stati considerati eventuali dividendi o cedole e costi associati all'acquisto ed alla vendita degli strumenti finanziari. Si riporta in *Figura 4.1* l'andamento degli indici considerati (con gennaio 2007 come anno base) e in *Figura 4.2* le serie storiche dei rendimenti mensili.

⁷⁶ La metodologia di calcolo dell'indice AAI e la formula (4.1) sono riportate dal sito internet di *Art Market Research* (<https://www.artmarketresearch.com/>).



Legenda: DJA = *Dow Jones Composite Average*; RE = *Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index* ; GSCI = *Goldman Sachs Commodity Index*; APR = *Gold APR 22*; US10Y = *Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark*; LQD = *iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF*; AAI = *All Art Index*; US2Y = *Thomson Reuters 2 years U.S. Government Benchmark*.

Figura 4.1. Indici dei prezzi considerati per la costruzione del portafoglio tra 2007 e 2021.
Fonte: elaborazione personale



Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index ; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index; US2Y = Thomson Reuters 2 years U.S. Government Benchmark.

Figura 4.2. Rendimenti degli indici dei prezzi tra 2007 e 2021. Fonte: elaborazione personale

	DJA	RE	GSCI	APR	US10Y	LQD	AAI
Media annua	0,0738	0,0346	0,0185	0,0716	0,0495	0,0146	0,0776
Dev st. annua	0,1483	0,2415	0,2453	0,1756	0,0714	0,0743	0,2456
Media	0,0062	0,0029	0,0015	0,0060	0,0041	0,0012	0,0065
Dev. St	0,0428	0,0697	0,0708	0,0507	0,0206	0,0215	0,0709
Massimo	0,0982	0,2984	0,1915	0,1299	0,0940	0,1202	0,3402
Minimo	-0,1528	-0,3869	-0,3384	-0,1985	-0,0500	-0,1180	-0,1942
Asimmetria	-0,9328	-1,4654	-1,2573	-0,2771	0,6036	-0,2206	0,9160
Curtosi	4,9989	11,8540	7,4499	4,0581	4,8666	12,5700	6,2916
J-B	55,760	648,769	194,844	10,641	36,858	684,541	105,837
p-value	0,001	0,001	0,001	0,013	0,001	0,001	0,001

Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

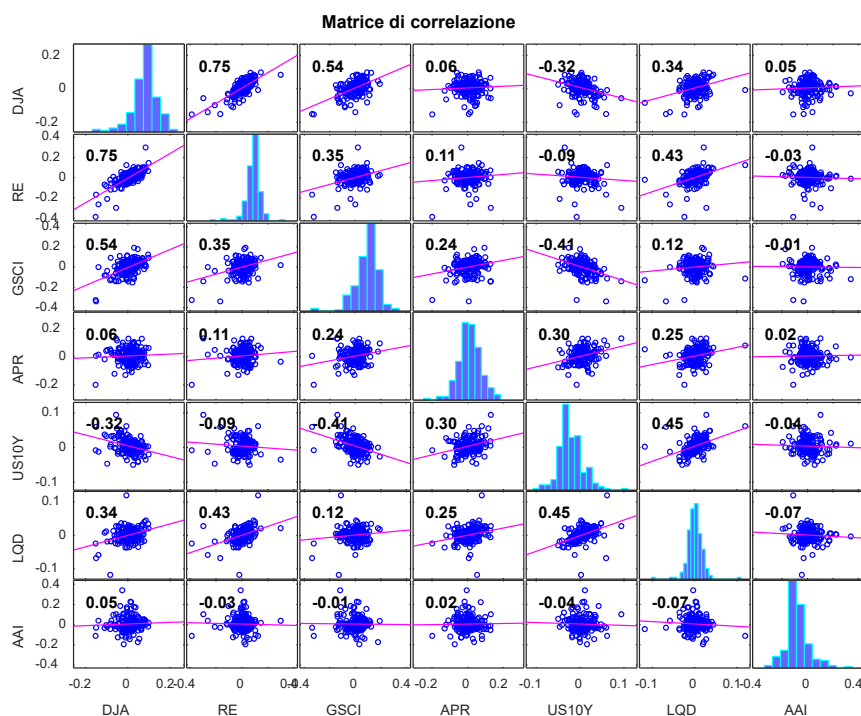
Tabella 4.1. Statistiche descrittive degli indici considerati (2007-2021). Fonte: elaborazione personale

Nella *Tabella 4.1* sono contenute le statistiche descrittive dei rendimenti mensili degli indici considerati tra gennaio 2007 e dicembre 2021.

Il rendimento medio annuo dell'arte è quello più alto tra tutti gli indici (7,76%), non molto inferiore rispetto a quello delle azioni (7,38%) e dell'oro (7,16%), ma è anche quello con la maggior volatilità, con una deviazione standard del 24,56% e quindi ampiamente superiore rispetto ad azioni (14,83%) ed oro (17,56%). Presentano una volatilità pressoché pari all'arte l'indice immobiliare (24,15%) ed i beni di consumo (24,53%), il cui rendimento atteso è però molto inferiore. Gli asset con il minor grado di rischio sono invece i titoli di stato (7,14%) e le obbligazioni societarie (7,43%).

L'arte prevede il rendimento massimo tra tutti gli indici (34,02%), il che potrebbe attrarre investitori disposti a tollerare un elevato grado rischio. La distribuzione dei rendimenti dell'arte è positivamente asimmetrica (asimmetria = 0,916) e leptocurtica (curtosi = 6,2916).

I valori del test di Jarque-Bera (J-B) indicano che nessuno degli indici considerati segue una distribuzione normale considerando un livello di significatività del 5% mentre con un livello di significatività pari ad 1% non si rigetta la normalità dei rendimenti dell'oro (p-value = 0,013).



Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 4.3. Distribuzione di frequenze e correlazione degli asset considerati (2007-2021).
Fonte: elaborazione personale

Nella *Figura 4.3* si riporta la matrice di correlazione, con la distribuzione di frequenze nella diagonale principale.

L'arte presenta bassa correlazione con tutti gli altri indici, d'accordo con la maggior parte degli studi considerati (ad esempio Mei e Moses, 2002 e Taylor e Coleman, 2011). In particolare, essa ha debole correlazione positiva con azioni (0,05) ed oro (0,02) mentre è debolmente e negativamente correlata con mercato immobiliare (-0,03), beni di consumo (-0,01), titoli di stato (-0,04) ed obbligazioni societarie (-0,07). L'inserimento dell'arte nel portafoglio dovrebbe perciò diminuirne la varianza. Concentrandosi sugli altri indici, va notato che le azioni sono positivamente ed altamente correlate con il mercato immobiliare (0,75) ed i beni di consumo (0,54) e negativamente correlate con i titoli di stato (-0,32).

4.2. Metodologia e risultati

4.2.1. Analisi delle scelte di portafoglio tra 2007 e 2021

L'analisi condotta considera da prima un portafoglio che non include l'investimento nell'asset arte e che funge da riferimento ed uno che include tutti e sette gli indici, in modo da poterli confrontare. Per la costruzione della frontiera efficiente è stato impiegato il modello di Markowitz, già introdotto nel Capitolo 3 e che viene qui richiamato:

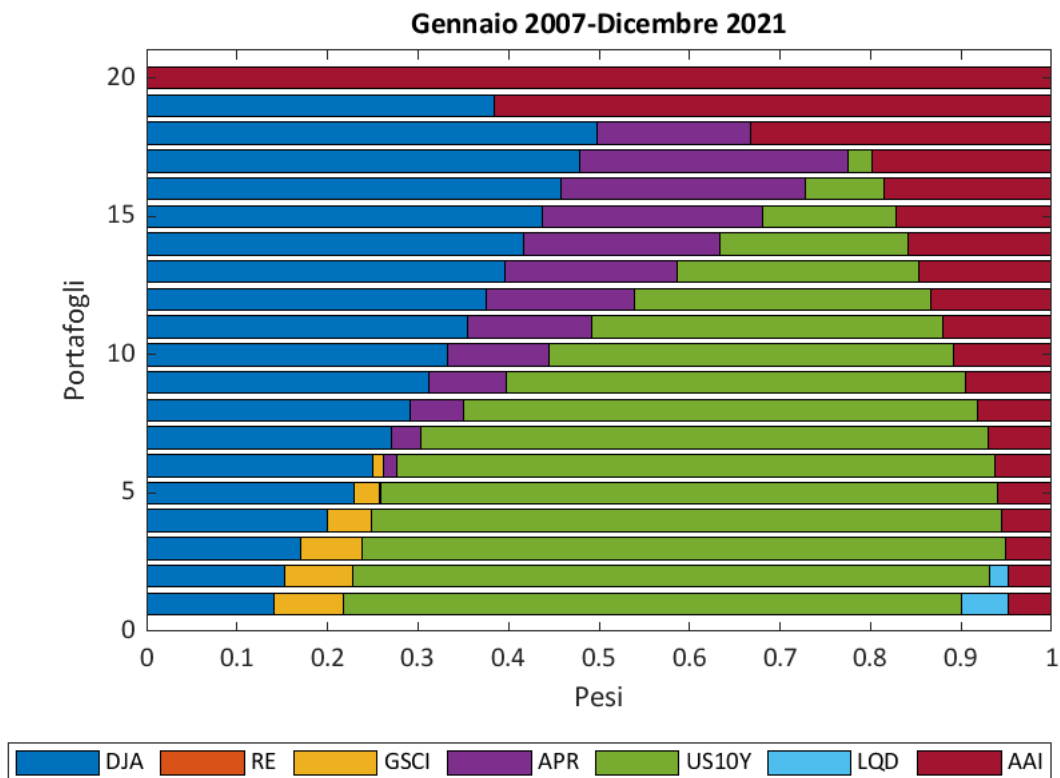
$$\begin{aligned} & \text{MIN} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \\ & \text{s. a} \\ & \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) = k \quad \text{con } i = 1, \dots, n \\ & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ & w_i \geq 0 \end{aligned} \tag{4.3}$$

con il quale si determinano i pesi che minimizzano la deviazione standard del portafoglio sotto i vincoli che il rendimento atteso dello stesso sia uguale al valore soglia k , che venga impiegato tutto il capitale disponibile e che siano vietate le vendite allo scoperto. Come riportato in Cuthbertson e Nitzsche (2004), per costruire la frontiera efficiente bisogna innanzitutto determinare il portafoglio a varianza minima globale ed il portafoglio con il massimo rendimento atteso. Dopodiché, scegliendo di volta in volta un valore k nel modello (4.3), risolvendo il relativo problema di minimizzazione e ripetendo la procedura si ottengono i portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente.

Alcuni tra gli studi analizzati, ad esempio Melnik e Plaut (2008), hanno considerato anche il portafoglio rischioso ottimo, cioè quello con il più alto indice di Sharpe. Seguendo Kräussl (2014), il tasso privo di rischio viene calcolato come rendimento medio del titolo risk free sul mercato secondario nel periodo considerato e il portafoglio rischioso ottimo si ottiene con il modello:

$$\begin{aligned}
 & \text{MAX} \frac{\sum_{i=1}^n w_i E(R_i) - R_f}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}}} \quad \text{con } i = 1, \dots, n \\
 & \text{s. a} \\
 & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
 & w_i \geq 0
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

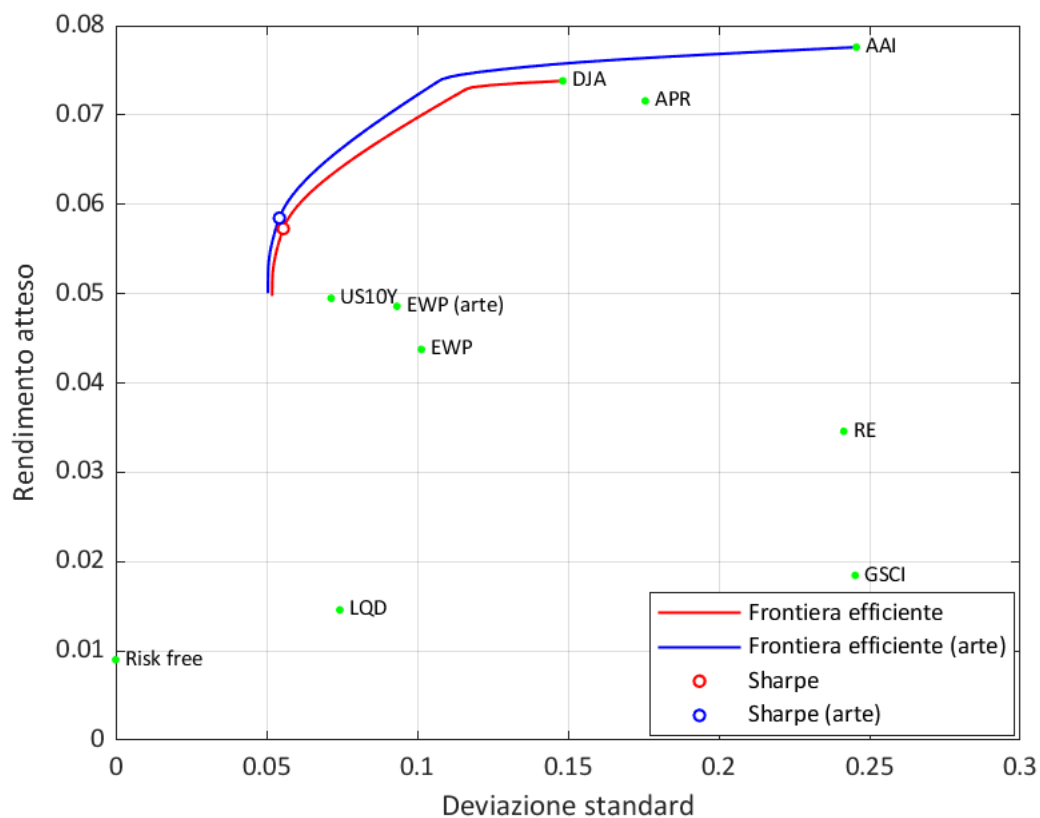
il quale massimizza il rapporto tra premio al rischio e deviazione standard (cioè l'indice di Sharpe) del portafoglio con i vincoli che la somma del capitale sia uguale ad 1 e che non siano permesse vendite allo scoperto. Per la risoluzione dei modelli (4.3) e (4.4) sono stati utilizzati il *Financial Toolbox* e l'*Optimization Toolbox* di MATLAB (R2021b).



Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 4.4. Composizione di 20 portafogli sulla frontiera efficiente (2007-2021). Fonte: elaborazione personale

La Figura 4.4 riporta la composizione di 20 portafogli localizzati sulla frontiera efficiente quando l'arte viene considerata tra le opportunità d'investimento. Poiché il tasso di rendimento medio dell'indice dell'arte è quello più alto tra gli indici considerati, la quota di capitale allocata presso beni d'arte aumenta insieme al rendimento atteso richiesto dal portafoglio. La presenza dell'arte in tutti i portafogli che compongono la frontiera efficiente induce a pensare che sia preferibile diversificare ulteriormente il portafoglio impiegando una parte del capitale in beni artistici; tuttavia, in ragione degli alti costi associati all'investimento in arte (si vedano il Capitolo 1 ed il Capitolo 3), si ritiene che l'agente economico debba considerare tale miglioramento abbastanza significativo da sostenere questi ulteriori costi. Si noti inoltre che nessuno dei portafogli sulla frontiera efficiente è costituito dall'indice immobiliare (RE) a causa dell'elevata deviazione standard e dell'alta correlazione positiva con le azioni (DJA).



Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 4.5. Frontiere efficienti dei portafogli tra 2007 e 2021. Fonte: elaborazione personale

Nella *Figura 4.5* si riportano la frontiera efficiente di riferimento (in rosso) e quella dei portafogli che comprendono l'arte (in blu) calcolate utilizzando i dati del periodo gennaio 2007-dicembre 2021. Il portafoglio equiponderato (*equally weighted portfolio*, abbreviato in EWP) non giace sulla frontiera efficiente anche qualora l'arte venisse inclusa nel portafoglio. L'inserimento di quest'asset tuttavia ne migliora leggermente rischio e rendimento atteso.

Il rendimento atteso del portafoglio a varianza minima globale di riferimento, composto principalmente da titoli di stato (72,80%) ed azioni (15,92%), è 4,97% e la deviazione standard è 5,19%. Il rendimento atteso del portafoglio a varianza minima globale che include l'arte è 5% e la deviazione standard è 5,05%. Anche questo portafoglio è composto prevalentemente da azioni (13,99%) e titoli di stato (68,23%), con una parte del capitale che viene allocata presso beni d'arte (4,82%). L'arte permette dunque un lieve miglioramento sia del rendimento atteso che del rischio del portafoglio, come segnalato dall'indice di Sharpe, che da 0,785 passa a 0,813.

Anche il rendimento atteso e la deviazione standard del portafoglio rischioso ottimo che comprende l'arte sono migliori rispetto al portafoglio rischioso ottimo di riferimento. Investendo il 6,69% del capitale in beni d'arte, il rendimento atteso da 5,73% aumenta a 5,85% e la deviazione standard da 5,56% diminuisce a 5,43%. Come nel caso del portafoglio a varianza minima globale, si tratta di un miglioramento non molto significativo, con l'indice di Sharpe che da 0,8688 passa a 0,9114.

La *Figura 4.5* mostra che, inserendo l'arte tra le opportunità d'investimento, la frontiera efficiente trasla verso l'alto. Muovendosi verso destra lungo il piano rischio-rendimento, la distanza tra le due frontiere aumenta e con essa la possibilità di diminuire la deviazione standard del portafoglio a parità di rendimento atteso investendo in arte una parte della propria ricchezza. Ad esempio, allocando tutta la ricchezza esclusivamente in azioni (portafoglio DJA nella *Figura 4.5.*), si ha rendimento atteso del 7,38% e deviazione standard del 14,83%, ma una posizione finanziaria costituita da azioni (48,64%), oro (30,68%) ed arte (20,28%) prevede pari rendimento atteso e deviazione standard del 10,72%⁷⁷, una riduzione di oltre 4 punti percentuali. Un agente economico disposto ad accettare un rischio moderatamente elevato può quindi ottenere un significativo

⁷⁷ Questo portafoglio è stato ottenuto ponendo $k = 0,0738$ nel modello (4.3) e risolvendo il problema di minimizzazione vincolata.

miglioramento della deviazione standard portafoglio se investe una parte del capitale in arte.

Si può altresì notare come, ad ogni portafoglio localizzato sulla frontiera efficiente di riferimento, ne corrisponda uno con uguale deviazione standard e maggiore rendimento atteso sulla frontiera efficiente dei portafogli che comprendono l'arte. Tuttavia, l'aumento di redditività non è quantitativamente rilevante.

Si riportano nella *Tabella 4.2* la composizione di portafoglio, il rendimento atteso, la deviazione standard e l'indice di Sharpe dei portafogli a varianza minima globale, con il massimo indice di Sharpe e con rendimento atteso del portafoglio fissato a 7,38% (cioè il rendimento medio del portafoglio con il massimo rendimento atteso che giace sulla frontiera efficiente dei portafogli che non includono l'investimento in arte).

	<i>Minima varianza globale</i>		<i>Massimo indice di Sharpe</i>		<i>Rendimento = 0,0738</i>	
	no arte	con arte	no arte	con arte	no arte	con arte
DJA	0,1592	0,1399	0,2909	0,2669	1	0,4864
RE	0	0,0001	0	0	0	0
GSCI	0,0786	0,0770	0	0	0	0
APR	0	0,0001	0,0323	0,0273	0	0,3068
US10Y	0,7280	0,6823	0,6768	0,6389	0	0,0040
LQD	0,0341	0,0523	0	0	0	0
AAI	-	0,0482	-	0,0669	-	0,2028
Σ	1	1	1	1	1	1
$E(R_p)$	0,0497	0,0500	0,0573	0,0585	0,0738	0,0738
σ_p	0,0519	0,0505	0,0556	0,0543	0,1483	0,1072
Sharpe	0,7850	0,8130	0,8688	0,9114	0,4370	0,6045

Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Tabella 4.2. Composizione di portafoglio, rendimento atteso e deviazione standard dei portafogli a varianza minima globale, con il massimo indice di Sharpe e con rendimento atteso fissato a 7,38% (2007-2021). Fonte: elaborazione personale

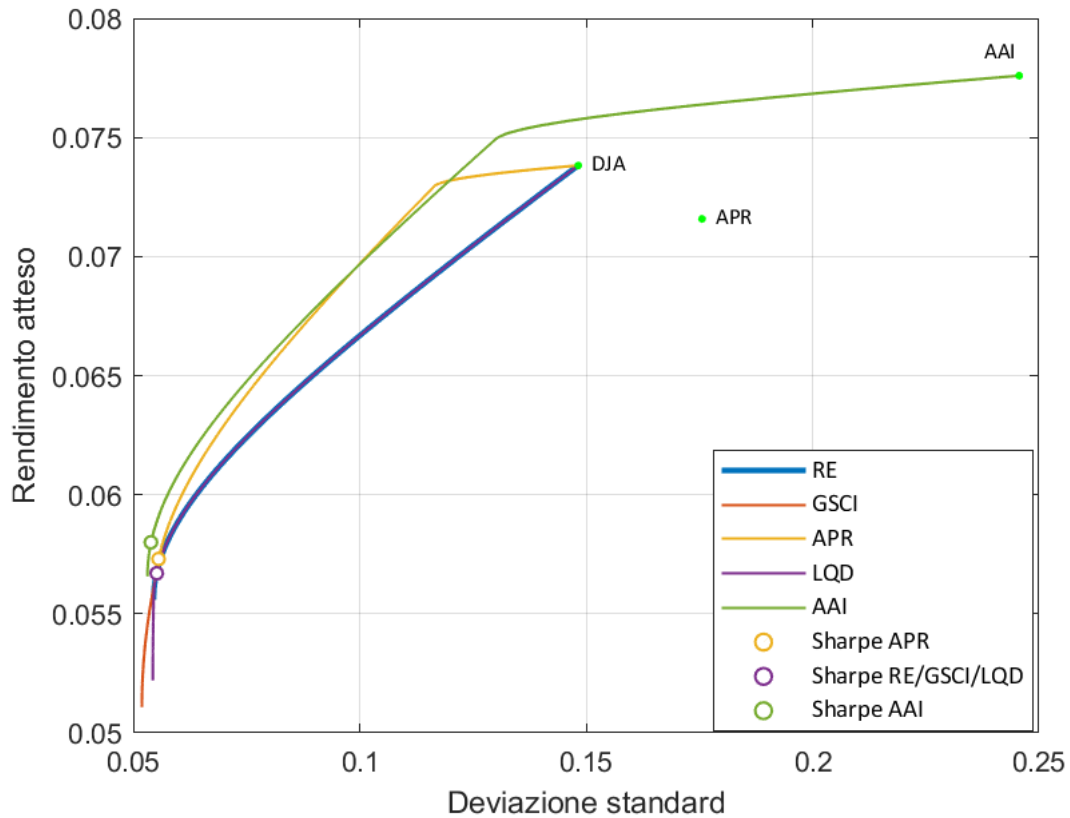
Come si può notare dalla *Tabella 4.2*, il portafoglio a varianza minima globale ed il portafoglio con il più alto indice di Sharpe sono entrambi composti principalmente da titoli di stato ed azioni. Un portafoglio costruito esclusivamente con questi due asset

consente quindi già un buon grado di diversificazione del portafoglio, il che è vantaggioso, poiché per l'investitore i costi di informazione si riducono al minimo.

Se l'agente economico intende diversificare ulteriormente il portafoglio, si è visto che deve investire anche in beni di consumo, obbligazioni societarie ed arte per ottenere un portafoglio con la minore deviazione standard possibile, mentre per massimizzare l'indice di Sharpe del portafoglio deve acquistare oro ed arte. Tuttavia, l'investitore potrebbe non essere disposto ad inserire un gran numero di asset, tra l'altro eterogenei tra loro, all'interno del portafoglio, poiché gli risulterebbe maggiormente complesso e dispendioso ottenere informazioni e seguire costantemente tutti gli strumenti finanziari che detiene. Sebbene infatti i modelli proposti da Markowitz (1952) e Sharpe (1964) presuppongano informazione libera e perfetta, come riportato in Srivastava *et al.* (1984) l'informazione ha in realtà un costo, con alcuni mercati che risultano più dispendiosi di altri dal punto di vista informativo.

Si ipotizza dunque che l'agente economico voglia diversificare ulteriormente il proprio portafoglio di azioni ed obbligazioni, ma per limitare l'aumento dei costi di informazione il più possibile non vuole che il portafoglio sia costituito da più di tre asset. In questo caso occorre dunque determinare quale sia la forma di investimento che, combinata con azioni e titoli di stato, conferisca all'investitore il maggior beneficio. Con il modello (4.3) sono perciò stati cercati i portafogli che compongono la frontiera efficiente dei portafogli ottenuti con l'investimento in azioni e titoli di stato e successivamente i portafogli che compongono le frontiere efficienti composte da azioni, titoli di stato ed uno degli altri indici considerati. Sono stati cercati anche i portafogli che massimizzano l'indice di Sharpe.

Nella *Figura 4.6* si riportano le frontiere efficienti dei portafogli composti da azioni, titoli di stato e un terzo asset, mentre nella *Tabella 4.3* viene riportata la composizione dei portafogli a varianza minima e nella *Tabella 4.4* la composizione dei portafogli con il più alto indice di Sharpe.



Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 4.6. Frontiere efficienti dei portafogli composti da azioni, titoli di stato ed un terzo asset. Fonte: elaborazione personale

RE	GSCI	APR	LQD	AAI	DJA	US10Y	E(R)	σ	Sharpe
0	-	-	-	-	0,2508	0,7492	0,0556	0,0545	0,8550
-	0,0801	-	-	-	0,1677	0,7522	0,0511	0,0519	0,8112
-	-	0	-	-	0,2508	0,7492	0,0556	0,0545	0,8550
-	-	-	0,0807	-	0,2273	0,6921	0,0522	0,0543	0,7956
-	-	-	-	0,0483	0,2351	0,7166	0,0566	0,0531	0,8964

Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Tabella 4.3. Composizione di portafoglio, rendimento atteso, deviazione standard e indice di Sharpe dei portafogli a varianza minima globale composti da azioni, titoli di stato e un terzo asset

RE	GSCI	APR	LQD	AAI	DJA	US10Y	E(R _p)	σ _p	Sharpe
0	-	-	-	-	0,2966	0,7034	0,0567	0,0552	0,8648
-	0	-	-	-	0,2966	0,7034	0,0567	0,0552	0,8648
-	-	0,0323	-	-	0,2909	0,6768	0,0573	0,0556	0,8688
-	-	-	0	-	0,2966	0,7034	0,0567	0,0552	0,8648
-	-	-	-	0,0672	0,2717	0,6611	0,0580	0,0539	0,9083

Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Tabella 4.4. Composizione di portafoglio, rendimento atteso, deviazione standard e indice di Sharpe dei portafogli con il massimo indice di Sharpe composti da azioni, titoli di stato e un terzo asset

Come si può vedere dalla *Tabella 4.3*, quando si cerca il portafoglio a varianza minima globale, l'investimento nel settore immobiliare o nell'oro non sono in grado di migliorare un portafoglio composto da azioni e titoli di stato. Quando invece si prevede di investire anche in beni di consumo o in obbligazioni societarie, il modello assegna ad entrambi gli asset un peso pari circa all'8% del capitale, poiché diminuisce la deviazione standard del portafoglio. Tuttavia, la diminuzione della deviazione standard del portafoglio è pressoché nulla (da 5,45% a 5,43% investendo in obbligazioni societarie e 5,19% investendo in beni di consumo), inoltre diminuisce anche il rendimento atteso, ottenendo così un indice di Sharpe del portafoglio inferiore rispetto a quello del portafoglio composto di sole azioni e titoli di stato. Investendo invece il 4,83% in arte si ottiene un portafoglio a varianza minima globale con minore varianza di un portafoglio di sole azioni ed obbligazioni (da 5,45% a 5,31%) e con indice di Sharpe uguale a 0,8964, migliore perciò di quello del portafoglio esclusivamente finanziario (0,8550).

Osservando invece la *Tabella 4.4*, gli unici asset che consentono di migliorare l'indice di Sharpe del portafoglio rischioso ottimo composto da azioni e titoli di stato sono oro ed arte. Investendo il 3,23% in oro l'indice di Sharpe passa da 0,8648 a 0,8688. Il miglioramento è migliore però investendo il 6,72% del capitale in arte, con l'indice di Sharpe che è uguale a 0,9083. Si tratta di incrementi poco significativi per l'investitore e si può concludere che per l'agente economico che investe solo in azioni e titoli di stato e che intende detenere il portafoglio a varianza minima globale o il portafoglio con il

massimo indice di Sharpe non c'è convenienza a diversificare ulteriormente il portafoglio, poiché il miglioramento che deriverebbe dall'aggiunta di un ulteriore asset è nullo o poco significativo. Se però l'individuo intende comunque diversificare maggiormente il portafoglio, la scelta migliore è di investire nel mercato dell'arte.

Sono poi stati indagati ulteriori aspetti della diversificazione del portafoglio tramite beni d'arte. Come osservato, la maggior parte dei portafogli localizzati sulla frontiera efficiente sono costituiti prevalentemente da azioni e titoli di stato (*Figura 4.4.*), ma un investitore potrebbe altresì desiderare che il capitale venga distribuito in maniera più omogenea, come sostenuto da Kräussl e Van Elsland (2008). Si è quindi considerata l'impossibilità di allocare oltre il 25% del capitale presso un singolo asset e si è tracciata la frontiera efficiente utilizzando il modello:

$$\begin{aligned}
 & \text{MIN} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \\
 & \text{s. a} \\
 & \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) = k \quad \text{con } i = 1, \dots, n \\
 & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
 & 0 \leq w_i \leq 0,25
 \end{aligned} \tag{4.3a}$$

che è una variante del modello (4.3) in cui si è inserito un vincolo sulla massima posizione ammissibile.

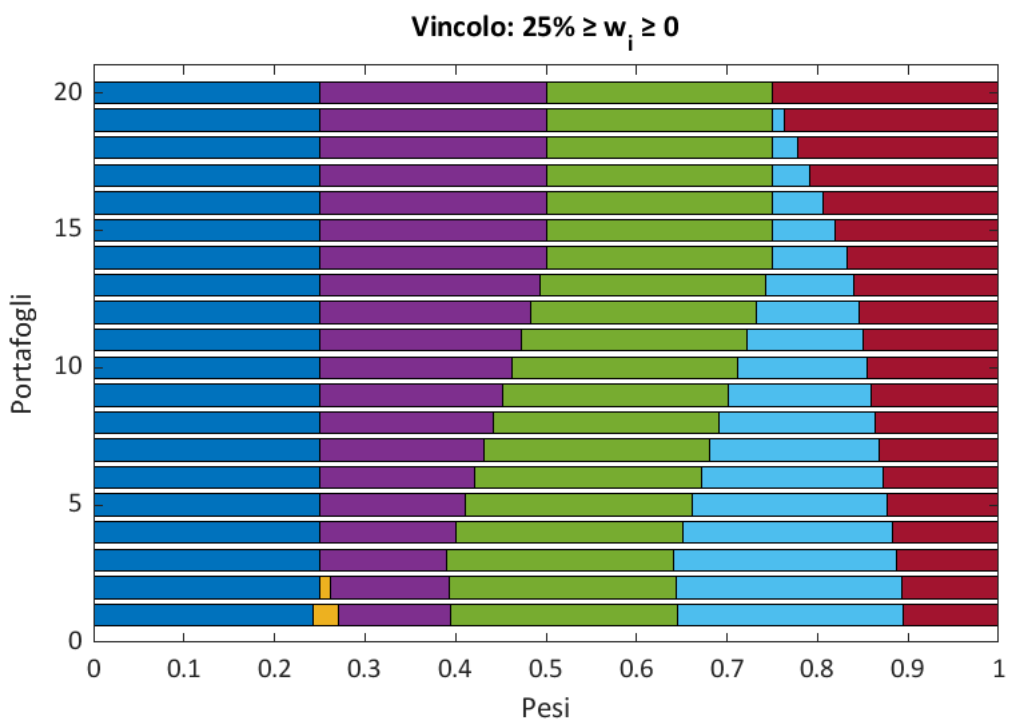
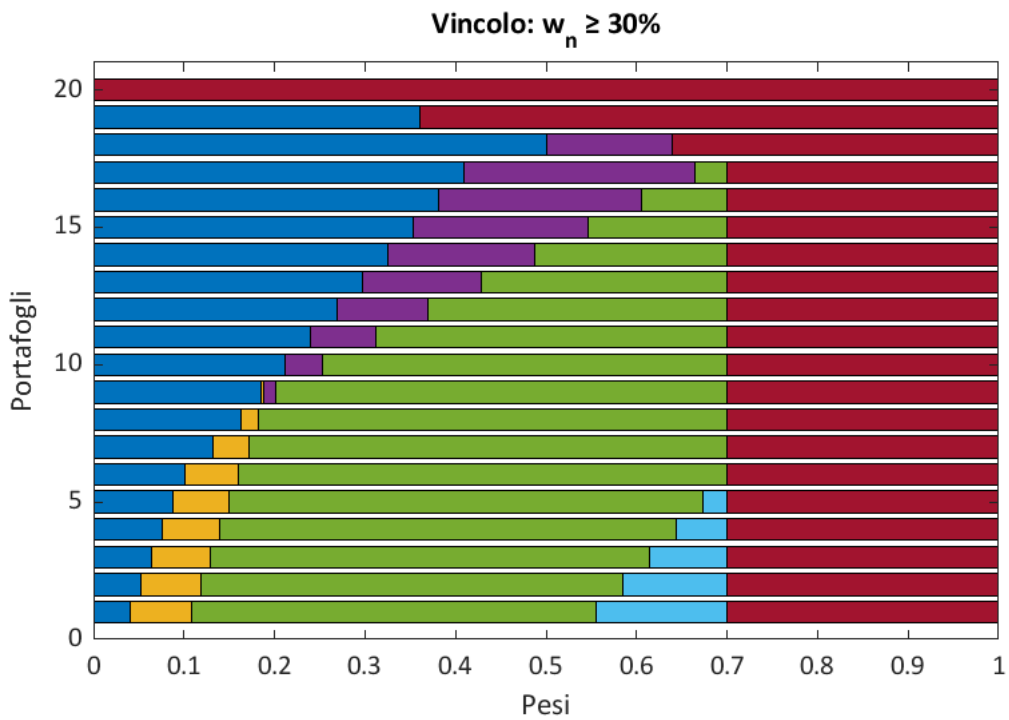
Si ritiene poi che un agente economico possa investire una percentuale consistente della propria ricchezza in beni d'arte anche per godere del valore estetico dell'oggetto, a discapito dell'efficienza del portafoglio. Costui vorrà perciò massimizzare l'efficienza del portafoglio con il vincolo che il peso dell'arte sia almeno pari ad una certa soglia. In questo caso, per tracciare la frontiera efficiente si è utilizzata un'ulteriore variante del modello (4.3):

$$\begin{aligned}
& \text{MIN} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \\
& \text{s. a} \\
& \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) = k \quad \text{con } i = 1, \dots, n \\
& \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\
& w_{i \neq n} \geq 0 \\
& w_n \geq 0,3
\end{aligned} \tag{4.3b}$$

dove w_n è il peso assegnato all'arte, che deve essere almeno pari al 30% del capitale.

Si chiamino, per brevità, "portafogli vincolati" quei portafogli ottenuti con i modelli (4.3a) e (4.3b). Allo stesso modo, per la ricerca del portafoglio rischioso ottimo, al modello (4.4) è stato prima aggiunto il vincolo di limitazione superiore relativo all'allocazione del capitale e il vincolo relativo al peso minimo che l'arte deve ricevere poi.

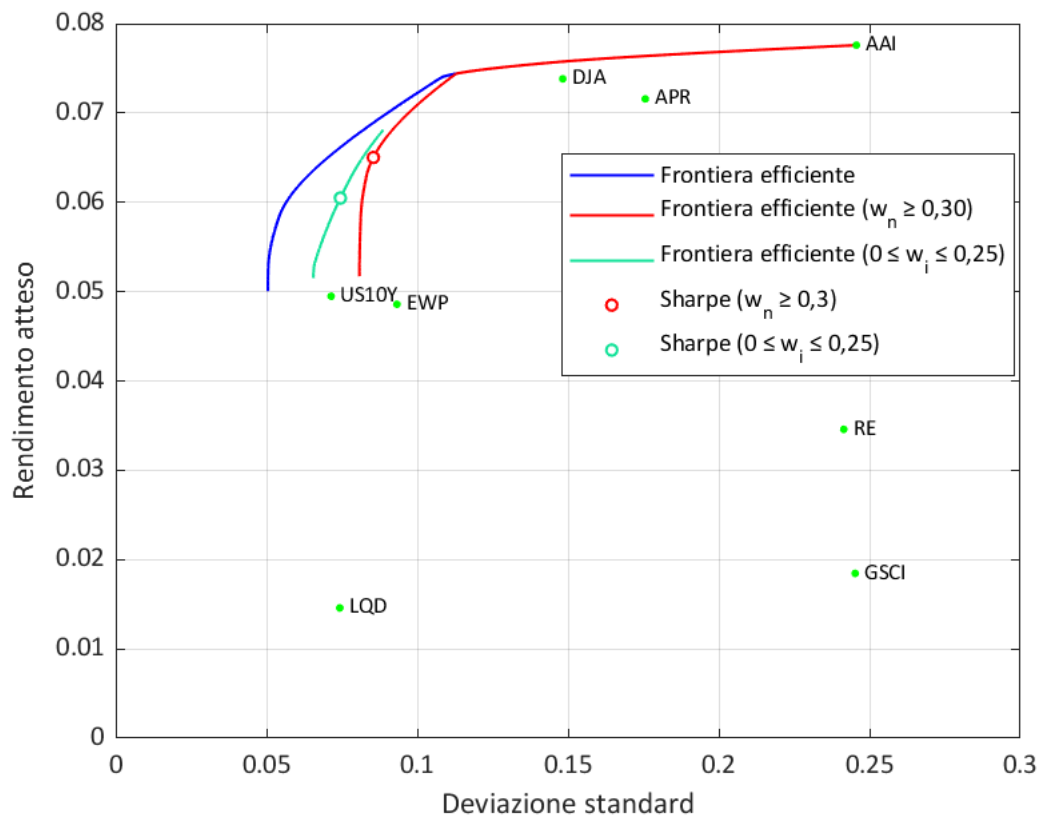
La *Figura 4.7* riporta la composizione di 20 portafogli vincolati sulla rispettiva frontiera efficiente. Quando si vincola al 30% il peso minimo che deve ricevere l'arte, solamente i portafogli che più si avvicinano al rendimento atteso massimo prevedono che si allochi capitale presso beni d'arte oltre il limite inferiore. Quando invece si richiede di non investire oltre il 25% della propria ricchezza in un singolo asset, solo due portafogli, di cui uno è il portafoglio a varianza minima globale, sono costituiti da 6 asset. Ad esclusione del portafoglio con il massimo rendimento atteso, costituito da azioni, oro, titoli di stato ed arte (25% del capitale l'uno), negli altri portafogli sono compresi 5 indici, con il peso dell'arte che aumenta quando si incrementa il rendimento atteso richiesto dal portafoglio. Non diversamente dal caso dei portafogli non vincolati (*Figura 4.4*), nessun portafoglio è composto dall'investimento immobiliare, poiché la correlazione con l'indice immobiliare è molto elevata (0,75).



Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 4.7. Composizione di 20 portafogli vincolati sulla frontiera efficiente. Fonte: elaborazione personale

Si riportano nella *Figura 4.8* le frontiere efficienti dei portafogli vincolati e la frontiera efficiente composta dai portafogli che prevedono l'arte.



Legenda: DJA =Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 4.8. Frontiere efficienti dei portafogli vincolati tra 2007 e 2021. Fonte: elaborazione personale

Quando si pone $w_n \geq 30\%$, dove w_n è il peso dell'arte, solo una parte della frontiera efficiente (in rosso) coincide con quella dei portafogli non vincolati (in blu). Il punto di incontro tra le due frontiere è quel portafoglio per il quale allocare oltre il 30% del capitale in arte risulta efficiente. I portafogli che giacciono sulla frontiera vincolata a sinistra di questo punto non sono efficienti (ad ognuno di essi corrisponde infatti un portafoglio con pari rendimento atteso e minore deviazione standard sulla curva blu).

Il portafoglio a varianza minima globale quando si richiede che l'arte abbia peso almeno pari al 30% ha rendimento atteso del 5,17% e deviazione standard del 8,08%, dunque molto più rischioso rispetto al portafoglio a varianza minima globale non vincolato, la cui

deviazione standard è 5,19%. L'inefficienza è intuibile anche dai valori dell'indice di Sharpe, che da 0,8130 scende a 0,5284.

Il portafoglio rischioso ottimo vincolato è inefficiente ed ha rendimento atteso del 6,51% con deviazione standard del 8,55%. Il peso assegnato all'arte non supera il limite inferiore ed il resto del capitale è impiegato principalmente in titoli di stato ed azioni. L'indice di Sharpe è pari a 0,6557 mentre quello del portafoglio rischioso ottimo non vincolato è 0,9114.

Se un investitore intende impiegare un'ampia frazione del capitale in beni d'arte ed il rendimento atteso richiesto dal portafoglio è inferiore a 7,47% (cioè il rendimento medio del portafoglio che corrisponde al punto di incontro tra le due frontiere) otterrà portafogli inefficienti. Allo stesso tempo, per massimizzare l'efficienza del portafoglio sotto questo ulteriore vincolo non dovrà allocare capitale presso beni d'arte oltre il limite inferiore.

Qualora invece si ponga $0 \leq w_i \leq 0,25$, la frontiera efficiente dei portafogli vincolati (in verde) si trova completamente a destra rispetto a quella dei portafogli non vincolati (in blu), dunque tutti i portafogli da cui è formata sono inefficienti. Essa è inoltre meno estesa, poiché l'imposizione del vincolo superiore relativo all'allocazione di capitale comporta che il massimo rendimento atteso del portafoglio sia 6,81%.

Quando si richiede che nessun asset abbia peso superiore al 25% del capitale, il portafoglio a varianza minima globale ha rendimento atteso del 5,15% e deviazione standard del 6,56%. I pesi attribuiti alle azioni quasi raggiungono il limite superiore mentre i titoli di stato e le obbligazioni lo raggiungono pienamente. Il restante 25% è composto da beni di consumo, oro ed arte, con il peso di quest'ultima pari al 10,5% del totale.

Il portafoglio rischioso ottimo vincolato ha rendimento atteso uguale a 6,09% e deviazione standard del 7,52% ed è composto da titoli di stato ed azioni, entrambi i quali raggiungono il vincolo superiore, oro (23,05%), arte (15,37%) ed obbligazioni (11,58%). L'imposizione del limite superiore all'allocazione di capitale costringe dunque a distribuire il capitale presso un maggior numero di asset, ma a costo di una perdita di efficienza del portafoglio, come riportato dall'indice di Sharpe (0,6481 per il portafoglio a varianza minima globale e 0,6910 per il portafoglio rischioso ottimo). Se però

l'investitore desidera che la ricchezza sia distribuita in maniera più omogenea, per massimizzare l'efficienza del portafoglio sotto questo ulteriore vincolo deve investire una considerevole parte della propria ricchezza in arte.

Si riportano nella *Tabella 4.5* la composizione di portafoglio, il rendimento atteso, la deviazione standard e l'indice di Sharpe dei portafogli vincolati.

	<i>Arte > 30%</i>		<i>0 < w < 25%</i>	
	Min varianza	Max Sharpe	Min varianza	Max Sharpe
DJA	0,0399	0,2352	0,2423	0,2500
RE	0	0	0	0
GSCI	0,0687	0	0,0282	0
APR	0	0,0657	0,1245	0,2305
US10Y	0,4469	0,3991	0,2500	0,2500
LQD	0,1444	0	0,2499	0,1158
AAI	0,3000	0,3000	0,1050	0,1537
Σ	1	1	1	1
$E(R_p)$	0,0517	0,0651	0,0515	0,0609
σ_p	0,0808	0,0855	0,0656	0,0752
Sharpe	0,5284	0,6557	0,6481	0,6910

Legenda: DJA =Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index; US2Y = Thomson Reuters 2 years U.S. Government Benchmark.

Tabella 4.5. Composizione di portafoglio, rendimento atteso e deviazione standard dei portafogli vincolati (2007-2021). Fonte: elaborazione personale

4.2.2. Analisi delle scelte di portafoglio tra la Grande recessione e la crisi pandemica

Poiché il periodo considerato comprende due eventi che hanno avuto un considerevole impatto sull'economia mondiale, ovvero la *Grande recessione* e la *crisi pandemica* causata dal COVID-19, si intende studiare le scelte di portafoglio nel sotto periodo che va da luglio 2009 a febbraio 2020⁷⁸, escludendo perciò i rendimenti osservati durante i due sotto-periodi di crisi.

⁷⁸ Secondo la *Federal Reserve System* la Grande recessione è terminata nel giugno 2009 e la *World Health Organization* ha dichiarato l'emergenza pandemica nel marzo 2020.

Nella *Tabella 4.6* sono riportate le statistiche descrittive dei rendimenti degli indici considerati tra luglio 2009 e febbraio 2020.

	DJA	RE	GSCI	APR	US10Y	LQD	AAI
Media annua	0,0966	0,1151	-0,0228	0,0499	0,0479	0,0225	0,0500
Dev. St annua	0,1213	0,1530	0,1914	0,1632	0,0652	0,0529	0,2012
Media	0,0081	0,0096	-0,0019	0,0042	0,0040	0,0019	0,0042
Dev. St	0,0350	0,0442	0,0552	0,0471	0,0188	0,0153	0,0581
Massimo	0,0982	0,1461	0,1163	0,1278	0,0549	0,0368	0,2268
Minimo	-0,1100	-0,1129	-0,1524	-0,1292	-0,0500	-0,0363	-0,1440
Asimmetria	-0,6278	0,1028	-0,5916	-0,0057	0,1077	-0,1337	0,8653
Curtosi	4,1210	3,2420	3,0956	3,4071	3,3192	3,0832	4,9393
J-B	14,9930	0,5338	7,4555	0,8776	0,7847	0,4152	35,7500
p-value	0,0064	0,5000	0,0287	0,5000	0,5000	0,5000	0,0010

Legenda: DJA = *Dow Jones Composite Average*; RE = *Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index*; GSCI = *Goldman Sachs Commodity Index*; APR = *Gold APR 22*; US10Y = *Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark*; LQD = *iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF*; AAI = *All Art Index*.

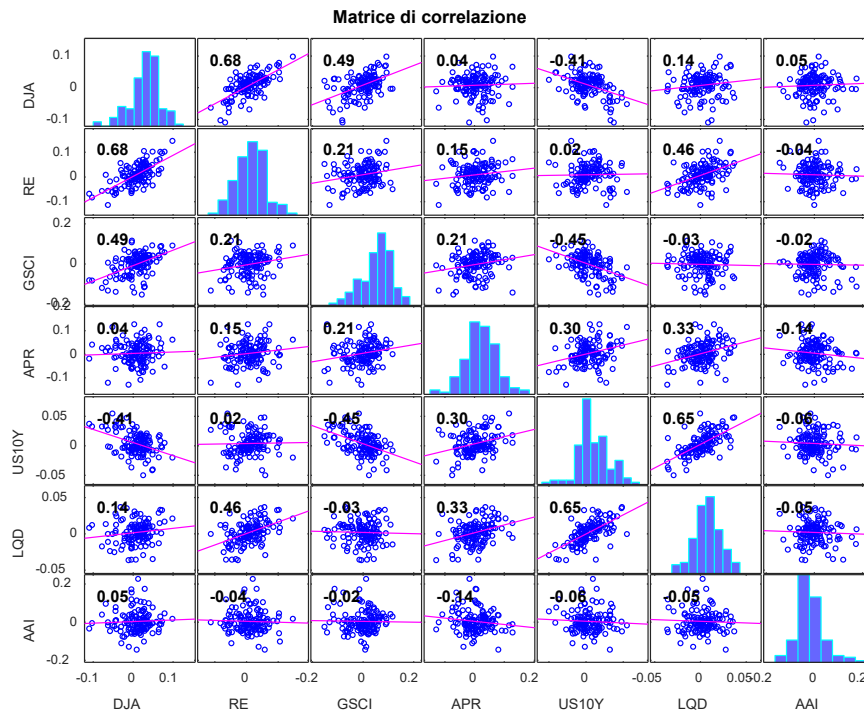
Tabella 4.6. Statistiche descrittive degli asset considerati (luglio 2009 - febbraio 2020). Fonte: elaborazione personale

Tra luglio 2009 e febbraio 2020 il rendimento medio annuo delle azioni (9,66%), dell'indice immobiliare (11,51%) e delle obbligazioni societarie (2,25%) è più alto rispetto al periodo intero. Il settore immobiliare risulta essere quello maggiormente colpito dalla Grande recessione. I titoli di stato hanno invece rendimento pressoché identico, mentre il rendimento medio dell'indice dell'oro (4,99%), dell'indice dei beni di consumo (-2,28%) e dell'arte (5%) è inferiore.

Tutti gli indici esibiscono deviazione standard più bassa, soprattutto nel caso del settore immobiliare (15,30%), dei beni di consumo (19,14%) e dell'arte (20,12%), la quale esibisce comunque la volatilità maggiore.

Il rendimento massimo dell'arte nel sotto-periodo considerato è 22,68% (nel periodo intero era 34,02%). La distribuzione dei rendimenti mensili è positivamente asimmetrica (asimmetria = 0,8653) e leptocurtica anche durante il sotto-periodo analizzato (curtosi = 4,9393).

Eseguendo il test di Jarque-Bera, si rifiuta l'ipotesi di normalità dei rendimenti per un livello di significatività pari ad 1% nel caso delle azioni e dell'arte, mentre si rigetta l'ipotesi nulla nel caso dei beni di consumo per un livello di significatività uguale al 5% (p-value = 0,0287). Non si rigetta l'ipotesi nulla nel caso degli immobili, dell'oro, dei titoli di stato e delle obbligazioni per un livello di significatività del 10%.

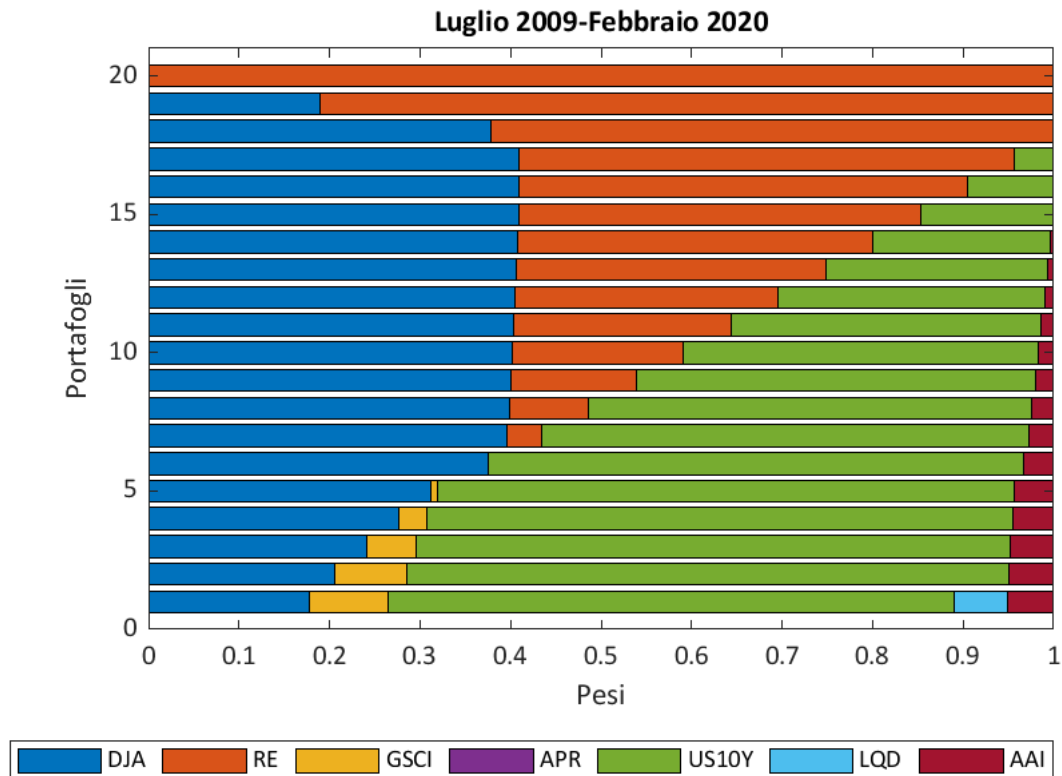


Legenda: DJA =Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 4.9. Distribuzione di frequenze e correlazione degli asset considerati (luglio 2009 - febbraio 2020). Fonte: elaborazione personale

Nella Figura 4.9 si riporta la matrice di correlazione dei rendimenti, con la distribuzione di frequenze nella diagonale principale, tra luglio 2009 e febbraio 2020. L'analisi della correlazione evidenzia che anche durante il sotto-periodo l'arte ha debole correlazione con gli altri indici. La differenza principale è nella correlazione con l'oro, che passa da 0,02 per il periodo intero a -0,14. Perciò, anche nel periodo tra le due crisi, l'arte dovrebbe permettere una maggiore diversificazione del portafoglio.

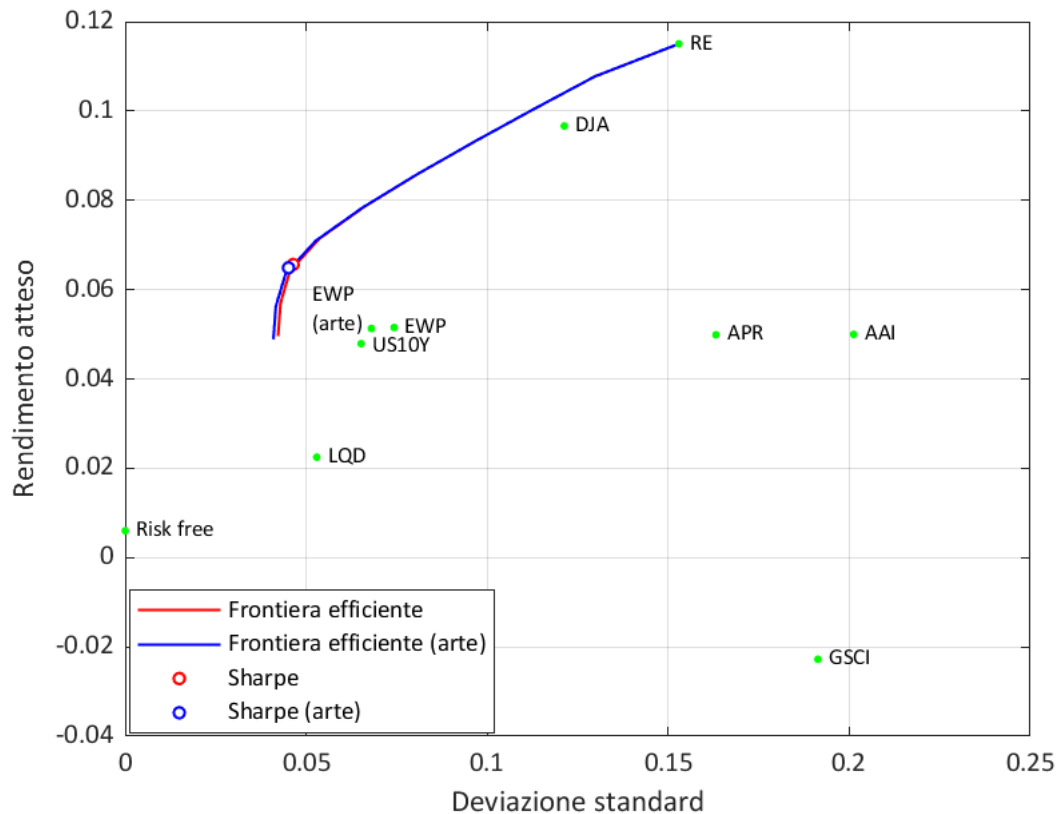
In riferimento agli altri asset, la correlazione positiva tra azioni e settore immobiliare rimane elevata (0,68) e la correlazione negativa tra azioni e titoli di stato da -0,32 nel periodo intero scende a -0,41.



Legenda: DJA =Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 4.10. Composizione di 20 portafogli sulla frontiera efficiente (2009-2020). Fonte: elaborazione personale

La *Figura 4.10* riporta la composizione di 20 portafogli localizzati sulla frontiera efficiente quando l'arte viene considerata tra le opportunità d'investimento, tra luglio 2009 e febbraio 2020. A differenza del periodo intero, durante il quale, incrementando il rendimento atteso richiesto dal portafoglio aumentava il peso assegnato all'arte (*Figura 4.4*), circoscrivendo l'analisi al sotto-periodo considerato si verifica il contrario, poiché il rendimento atteso dell'indice del mercato dell'arte è molto inferiore rispetto a quello dell'indice azionario e dell'indice immobiliare.



Legenda: DJA =Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 4.11. Frontiere efficienti dei portafogli tra luglio 2009 e febbraio 2020. Fonte: elaborazione personale

Nella *Figura 4.11* vengono tracciate la frontiera efficiente di riferimento (in rosso) e quella dei portafogli che includono l'arte (in blu) durante il sotto-periodo luglio 2009-febbraio 2020. Anche in questo caso il portafoglio equiponderato non si colloca sulla rispettiva frontiera efficiente.

Il portafoglio a varianza minima globale di riferimento ha rendimento atteso del 4,95%, deviazione standard del 4,23% ed indice di Sharpe uguale ad 1,0303. Includendo l'arte, poiché il rendimento atteso scende a 4,88% e la deviazione standard si abbassa a 4,1%, l'indice di Sharpe aumenta a 1,0453. Il 5,03% di questo portafoglio è costituito da beni d'arte. Anche nel sotto-periodo considerato dunque, l'arte riceve un peso positivo all'interno del portafoglio, ma ancora una volta il miglioramento rispetto al portafoglio a

varianza minima globale di riferimento non è significativo, come mostrato dal valore dell'indice di Sharpe.

Il portafoglio rischioso ottimo di riferimento ha rendimento atteso pari a 6,56%, deviazione standard del 4,64%, indice di Sharpe uguale a 1,2848 ed è composto solamente da titoli di stato ed azioni. Introducendo l'arte, la quale riceve un peso pari al 3,88% del capitale, il rendimento atteso del portafoglio rischioso ottimo diminuisce a 6,49% e la deviazione standard scende al 4,51%. L'indice di Sharpe aumenta a 1,3044, perciò l'arte non migliora significativamente le caratteristiche del portafoglio.

Non diversamente dal periodo intero, nel sotto-periodo analizzato il portafoglio a varianza minima globale ed il portafoglio rischioso ottimo che includono l'arte sono migliori di quelli di riferimento, benché il miglioramento sia ancora una volta non sostanziale. Sebbene matematicamente l'allocazione efficiente preveda dunque di investire in arte, considerando che a quest'ultima sono associati alti costi di transazione e altre commissioni d'asta ed un maggior rischio di liquidità rispetto al mercato finanziario, l'investitore potrebbe ritenere più opportuno preferire portafogli che non includono l'arte.

Si è visto che tra 2007 e 2021, con il crescere della deviazione standard aumentava la distanza tra la frontiera efficiente di riferimento e quella che comprende i beni d'arte (*Figura 4.5*). Durante il sotto-periodo tra luglio 2009 e febbraio 2020 questo non si verifica e le due frontiere efficienti tendono invece a sovrapporsi (*Figura 4.11*). Per crescenti livelli di rischio, è ragionevole ritenere che l'investitore che non trae utilità dal valore estetico dell'oggetto artistico preferisca un portafoglio che esclude l'arte, poiché si è detto che l'elevato rischio di liquidità e gli alti costi di transazione, commissione, assicurativi e di stoccaggio associati ai beni d'arte ne scoraggiano l'investimento.

Si riportano nella *Tabella 4.7* la composizione di portafogli, il rendimento atteso, la deviazione standard e l'indice di Sharpe dei portafogli a varianza minima globale e con il massimo indice di Sharpe per tutto il periodo e per il sotto-periodo analizzato.

	Varianza minima globale				Massimo indice di Sharpe			
	2007-21		2009-20		2007-21		2009-20	
	no arte	con arte	no arte	con arte	no arte	con arte	no arte	con arte
DJA	0,1592	0,1399	0,1944	0,1765	0,2909	0,2669	0,3640	0,3466
RE	0	0,0001	0,0001	0,0001	0	0	0	0
GSCI	0,0786	0,0770	0,0896	0,0881	0	0	0	0
APR	0	0,0001	0,0001	0,0002	0,0323	0,0273	0	0
US10Y	0,7280	0,6823	0,6560	0,6226	0,6768	0,6389	0,6360	0,6146
LQD	0,0341	0,0523	0,0598	0,0621	0	0	0	0
AAI	-	0,0482	-	0,0503	-	0,0669	-	0,0388
Σ	1	1	1	1	1	1	1	1
$E(R_p)$	0,0497	0,0500	0,0495	0,0488	0,0573	0,0585	0,0656	0,0649
σ_p	0,0519	0,0505	0,0423	0,0410	0,0556	0,0543	0,0464	0,0451
Sharpe	0,7850	0,8130	1,0303	1,0453	0,8688	0,9114	1,2848	1,3044

Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index; US2Y = Thomson Reuters 2 years U.S. Government Benchmark.

Tabella 4.7. Composizione di portafogli, rendimento atteso e deviazione standard dei portafogli a varianza minima globale e con il massimo indice di Sharpe nel periodo 2007-2021 e 2009-2020. Fonte: elaborazione personale

Riassumendo, in base a quanto trovato in questo elaborato, tra gennaio 2007 e dicembre 2021 l'arte permette un miglioramento del portafoglio, così come trovato anche da De la Poza *et al.* (2008) e Kräussl (2014). Studi che invece non hanno riscontrato convenienza nell'inserire l'arte in portafoglio sono Worthington e Higgs (2003) e Melnik e Plaut (2008). Va sottolineato che il miglioramento si fa significativo solo per valori della deviazione standard moderatamente elevati ($\sigma > 10\%$).

Come Kräussl e Van Elsland (2008), si è riscontrato che, se al modello di minimizzazione della deviazione standard vengono aggiunti vincoli superiori in merito all'allocazione del capitale, il peso assegnato all'arte aumenta ed al contempo l'indice di Sharpe del portafoglio diminuisce. Si può leggere anche il risultato nel seguente modo: se l'investitore desidera che il capitale sia distribuito in maniera abbastanza omogenea tra i diversi asset (si ribadisce che un'allocazione efficiente secondo Markowitz può consistere in un numero molto esiguo di asset), egli dovrà investire in arte una frazione considerevole del capitale. Allo stesso modo, se un agente economico intende investire

molta parte della ricchezza in arte perché ne trae utilità dal consumo, otterrà un portafoglio inefficiente. Per minimizzare l'inefficienza sotto questo vincolo dovrà diversificare il portafoglio investendo in altri asset.

Infine, si è trovato che tra luglio 2009 e febbraio 2020, quindi escludendo i momenti di crisi, le frontiere efficienti dei portafogli senza e con arte pressoché coincidono. Se ne deduce che l'investitore possa trarre beneficio dall'investimento in arte soprattutto durante i periodi di crisi.

Occorre sottolineare che in quest'analisi i rendimenti non sono stati aggiustati né per i dividendi né per i costi di transazione. Se i rendimenti fossero stati corretti, l'arte avrebbe perso in attrattiva rispetto agli altri strumenti finanziari, a causa dei maggiori costi ad essa associati. Se però l'investitore deriva utilità dal consumo d'arte, occorrerebbe quantificare il valore dei dividendi estetici, che, ricorda Stein (1977), si identifica nell' α del CAPM.

Riassumendo, in relazione ai risultati osservati, si può asserire che individui con basso grado di accettazione del rischio non troveranno conveniente investire in arte, mentre gli individui che vi sono più propensi ne potranno trarre beneficio poiché possono diminuire la deviazione standard del portafoglio. Gli amanti dell'arte devono invece rinunciare ad allocare tutta la ricchezza in beni d'arte e diversificare il portafoglio se, oltre che a derivare utilità dal consumo dell'oggetto di pregio, desiderano detenere un portafoglio efficiente.

CAPITOLO 5

IL MODELLO MEDIA-CVaR COME ALTERNATIVA AL MODELLO DI MARKOWITZ

5.1. Le misure di rischio coerenti e il modello media-CVaR

Il modello di Markowitz utilizza come misura di rischio la varianza (oppure la deviazione standard), la quale tiene conto sia delle oscillazioni positive che negative rispetto al rendimento medio, il che conduce, come riportato da Salahi *et al.* (2013), non solo a minimizzare il rischio associato agli scarti negativi (*downside risk*), ma anche quello associato agli scarti positivi (*upside risk*). Si può tuttavia supporre che un investitore non percepisca come rischioso un aumento di valore del portafoglio, mentre invece si preoccupi delle perdite di valore dello stesso (Hillier *et al.*, 2021). Per superare questo limite si può ricorrere a misure di rischio alternative che considerino esclusivamente gli scostamenti negativi rispetto al valore medio dei rendimenti, chiamate perciò *misure di rischio asimmetrico* (King, 1993).

Come riportato da Miskolczi (2016), la misura di rischio alternativa alla deviazione standard più utilizzata negli ultimi anni è il *Value at Risk*, d'ora in poi VaR. McNeil *et al.* (2005) definiscono il VaR di un portafoglio, dato un livello di confidenza $\alpha \in (0, 1)$, come il più piccolo numero q tale per cui la probabilità che la perdita L sia maggiore di q non sia più grande di $1-\alpha$. In notazione matematica:

$$VaR_{\alpha} = \inf \{q \in \mathbb{R} : P(L > q) \leq 1 - \alpha\} \quad (5.1)$$

Il VaR_{α} , dato un certo orizzonte temporale, rappresenta quindi la massima perdita possibile con un livello di confidenza α e con una probabilità di incorrere in perdite maggiori del VaR_{α} pari a $1-\alpha$. Data la distribuzione delle perdite del portafoglio (*loss distribution*), il VaR_{α} corrisponde al valore dell' α -esimo percentile, alla cui destra si trovano perdite maggiori del VaR_{α} . Si noti perciò che tale misura di rischio presenta un

vantaggio, rispetto alla deviazione standard, nel considerare solamente le informazioni relative alle perdite del portafoglio.

Come sostenuto da Acerbi e Tasche (2002), il VaR presenta un difetto nella mancanza di alcune proprietà desiderabili che invece caratterizzano le misure di rischio cosiddette *coerenti*, come definite da Artzner *et al.* (1998). Definito \mathcal{G} come l'insieme dei rischi, ϱ come generica funzione di rischio ed X come una determinata posizione finanziaria, gli assiomi che rendono una misura di rischio coerente sono i seguenti:

- invarianza traslazionale (*translation invariance*), per ogni $X \in \mathcal{G}$ e tutti i numeri reali κ tale proprietà è definita

$$\varrho(X + \kappa) = \varrho(X) - \kappa \quad (5.2)$$

essa indica che il rischio di un portafoglio costituito da una certa posizione finanziaria X e da una costante κ , come un titolo privo di rischio, è uguale al rischio di un portafoglio costituito dalla posizione finanziaria meno il titolo certo;

- subadditività (*subadditivity*), definita per ogni X_1 e $X_2 \in \mathcal{G}$

$$\varrho(X_1 + X_2) \leq \varrho(X_1) + \varrho(X_2) \quad (5.3)$$

tale proprietà indica che il rischio di un portafoglio contenente due titoli X_1 e X_2 sarà al più uguale al rischio dei due titoli presi singolarmente. Se tale assioma non viene rispettato, la diversificazione del portafoglio potrebbe portare ad un aumento del rischio piuttosto che ridurlo.

- omogeneità positiva (*positive homogeneity*), che per ogni $\lambda \geq 0$ e per ogni $X \in \mathcal{G}$ è definita

$$\varrho(\lambda X) = \lambda \varrho(X) \quad (5.4)$$

ovvero che una funzione di rischio di λX è uguale a λ moltiplicata per una funzione di rischio di X ;

- monotonicità (*monotonicity*), per ogni X_1 e $X_2 \in \mathcal{G}$, con $X_1 \leq X_2$, allora

$$\varrho(X_1) \geq \varrho(X_2) \quad (5.5)$$

che stabilisce che se il titolo X_2 è preferito ad X_1 si presume che il rischio di X_2 sia inferiore a quello di X_1 .

Come notano Acerbi e Tasche (2002), il VaR non rispetta la proprietà di *subadditività*, quindi, utilizzando il VaR come misura di rischio, il rischio di un portafoglio composto da più titoli può essere maggiore rispetto alla somma dei rischi delle singole posizioni finanziarie. Inoltre, come riportato da McNeil *et al.* (2005), il VaR ignora l'ammontare delle perdite che si trovano oltre il livello di confidenza α , con conseguente rischio di sottostimare l'importanza delle ingenti perdite in cui si incorre nel $(1-\alpha)\%$ dei casi.

Per superare i limiti del VaR, diversi studiosi, quali ad esempio Rockafellar e Uryasev (2000) e Krokmal *et al.* (2002), hanno perciò proposto di utilizzare un'ulteriore misura di rischio alternativa, definita *Conditional Value at Risk* (d'ora in avanti CVaR), che Acerbi e Tasche (2002) definiscono anche come *Expected Shortfall* (d'ora in poi ES).

Pflug (2000) dimostra che il CVaR è una misura di rischio coerente e come tale presenta la proprietà di subadditività, superando la prima criticità del VaR. Inoltre, come verrà illustrato a breve, il CVaR considera anche le perdite che si trovano oltre il livello di confidenza, superando così la seconda criticità del VaR.

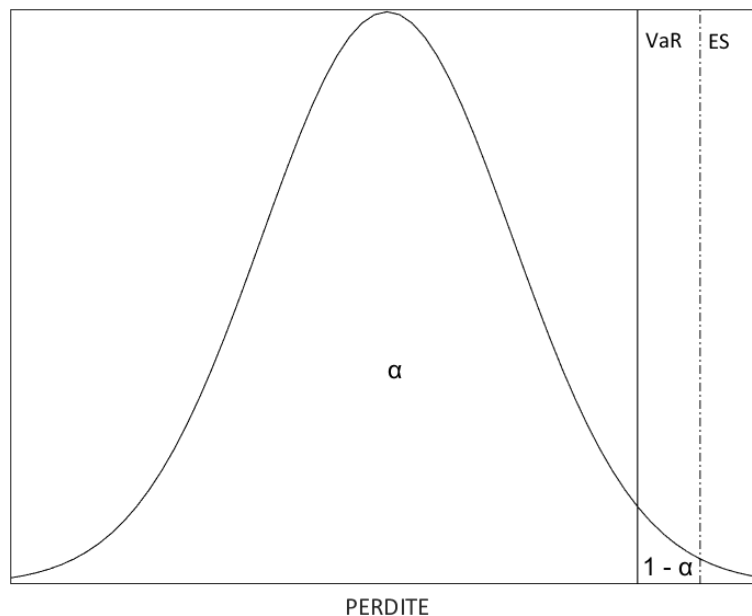


Figura 5.1. Rappresentazione grafica del VaR e dell'expected shortfall. Adattamento da: McNeil *et al.* (2005)

Dato un livello di confidenza $\alpha \in (0, 1)$, il CVaR si definisce matematicamente nella seguente maniera:

$$ES_\alpha = E\{L|L > VaR_\alpha\} \quad (5.6)$$

e corrisponde al valore atteso delle perdite $E(L)$ quando queste sono maggiori del VaR con un livello di confidenza α . Come riportato da McNeil *et al.* (2005), il CVaR può essere definito anche con la seguente formula:

$$ES_\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \int_\alpha^1 VaR_c dc \quad \text{con } c \geq \alpha \quad (5.7)$$

la quale fornisce un'interpretazione geometrica della misura di rischio. Il CVaR è infatti il valor medio dei VaR con livello di confidenza c , cioè il valor medio dell'area a destra del livello di confidenza α (*Figura 5.1*). La convenienza di utilizzare il CVaR piuttosto che il VaR è evidente qualora in presenza di una distribuzione come quella rappresentata nella *Figura 5.2*, poiché il VaR, non considerando le perdite che si trovano alla sua destra, non cattura adeguatamente la forma della coda destra della distribuzione, a differenza del CVaR, il quale invece ne è influenzato.

Il CVaR perciò, oltre a presentare la proprietà di subadditività ed essere perciò una misura di rischio coerente, a differenza del VaR considera anche le perdite in cui si incorre con una probabilità pari ad $1-\alpha$, fornendo maggiori informazioni all'investitore. Inoltre, come riportato da Rockafellar e Uryasev (2000), un portafoglio il cui CVaR è basso presenterà anche un basso VaR.

Infine, come spiegato in Krokmal *et al.* (2002), un ulteriore vantaggio del CVaR rispetto al VaR è dato dalla proprietà di *convessità*, la quale discende dalle proprietà di omogeneità positiva e di subadditività. Ne consegue perciò che il VaR non è una misura di rischio convessa, poiché non subadditivo. Per ogni X_1 e $X_2 \in \mathcal{G}$ e $\lambda \in (0,1)$, la proprietà di convessità è definita come:

$$\rho(\lambda X_1 + (1-\lambda) X_2) \leq \lambda \rho(X_1) + (1-\lambda) \rho(X_2) \quad (5.8)$$

Come riportato da Miscolkzi (2016), la convessità del CVaR rende tale misura di rischio preferibile al VaR nei problemi di ottimizzazione del portafoglio (un punto di minimo locale di una funzione convessa corrisponde infatti al punto di minimo globale della stessa, il che rende i problemi di ottimizzazione convessi molto più semplici da risolvere rispetto ai problemi non convessi. Si consulti in merito Bubeck, 2015). Quando si utilizza il CVaR come misura di rischio nel modello media-varianza si parla di *modello media-CVaR*.

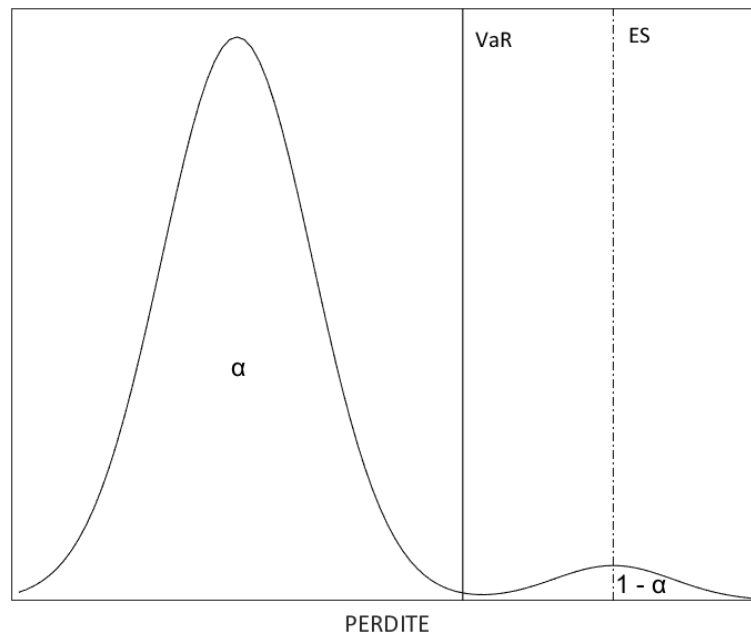


Figura 5.2. Rappresentazione grafica del VaR e dell'expected shortfall in presenza di una distribuzione bimodale, con secondo picco nella coda destra. Adattamento da: McNeil *et al.* (2005)

Si riportano brevemente i principali metodi utilizzati per il calcolo del VaR e del CVaR. Come illustrato in Elton *et al.* (2014), per calcolare il VaR di un portafoglio si può ipotizzare che i rendimenti dello stesso seguano una distribuzione normale, oppure si può ricorrere ad una simulazione. Nel caso si assuma la normalità della distribuzione delle perdite, il VaR è facilmente calcolabile con la seguente formula:

$$VaR_{\alpha} = E(R_p) + z_{\alpha} \sigma_p \quad (5.9)$$

dove z_{α} è l' α -esimo percentile della distribuzione normale standardizzata.

Se invece non si intende assumere la forma della distribuzione, si può ricorrere alla *simulazione storica*, la quale genera degli scenari sulla base dei rendimenti passati, come riportato in Krokmal *et al.* (2002). Infine, si può utilizzare la *simulazione Monte Carlo*, la quale, pur ricorrendo a dati storici, trovando in questo un punto di contatto con la simulazione storica, richiede che venga ipotizzata la forma della distribuzione, i cui parametri sono stimati a partire da dati storici (Linsmeier e Pearson, 2000).

L'utilizzo della simulazione storica per il calcolo del VaR e del CVaR richiede che i rendimenti dei titoli seguano un processo stazionario (Roy, 2011 e Sousa *et al.*, 2019). Stock e Watson (2020) definiscono *stazionaria* una serie temporale se la sua distribuzione di probabilità congiunta non cambia se viene traslata nel tempo.

Come illustrato in Tsay (2002), per verificare la stazionarietà di una serie temporale, ad esempio dei rendimenti di un titolo, si può ricorrere al *test di Dickey-Fuller aumentato*. Indichiamo con:

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (5.10)$$

un modello autoregressivo di ordine p ⁷⁹, dove i coefficienti ϕ e δ_i possono essere stimati tramite OLS, che descrive i rendimenti di un titolo. Se $\phi = 0$, allora la serie temporale ha una *radice unitaria*⁸⁰ e come tale contiene un *trend stocastico*, cioè un'oscillazione perpetua e aleatoria di una variabile nel corso del tempo. La presenza del trend stocastico implica la non stazionarietà della serie temporale (Stock e Watson, 2020). Perciò, verificare l'ipotesi nulla $H_0: \phi = 0$ contro l'ipotesi alternativa $H_1: \phi < 0$ equivale a testare la stazionarietà della serie storica. In questo caso la statistica t è detta statistica di Dickey-Fuller (1979), la quale, sotto ipotesi nulla di radice unitaria, non si distribuisce normalmente e perciò occorre utilizzare particolari valori critici, il cui calcolo può essere

79 Un modello autoregressivo di ordine p , in notazione $AR(p)$, $y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \dots + \beta_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$ rappresenta y_t come funzione lineare di p dei suoi ritardi (si veda Stock e Watson, 2020).

80 Per illustrare come mai se $\phi = 0$ la serie temporale ha una radice unitaria, si consideri il modello della passeggiata aleatoria $y_t = \beta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ dove se $\beta_1 = 1$ il valore y_t è dato dal valore precedente y_{t-1} più un valore aleatorio ε_t . Sottraendo y_{t-1} da entrambi i lati si ottiene $\Delta y_t = (\beta_1 - 1) y_{t-1} + \varepsilon_t$ e si può direttamente scrivere ϕ al posto di $(\beta_1 - 1)$. Perciò testare $H_0: \phi = 0$ equivale a testare $H_0: \beta_1 = 1$. Per una trattazione approfondita dell'argomento si consultino Tsay (2002) e Stock e Watson (2020).

facilmente compiuto con un software. L'ipotesi nulla viene rifiutata per valori della statistica di Dickey-Fuller inferiori al valore critico.

Se una serie storica presenta un movimento persistente di lungo periodo nel corso del tempo, occorre aggiustare il modello (5.10) aggiungendo una costante β_0 , che in questo caso viene chiamata deriva (*drift*). Infine, per testare la stazionarietà intorno ad un *trend deterministico*, cioè una funzione non casuale del tempo, come ipotesi alternativa contro l'ipotesi nulla di presenza di radice unitaria, il modello (5.10) diventa:

$$\Delta y_t = \beta_0 + \xi_t + \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (5.11)$$

dove, oltre al *drift* (β_0), compare il termine ξ_t , che specifica il trend come funzione lineare del tempo.

Come riportato in Tsay (2002) e Stock e Watson (2020), per selezionare l'ordine del modello, cioè il numero di ritardi, si può utilizzare il *criterio di informazione di Akaike*:

$$AIC(p) = \ln\left(\frac{SSE(p)}{T}\right) + (p+1)\frac{2}{T} \quad (5.12)$$

dove T è il numero di osservazioni e $SSE(p)$ è la somma dei quadrati dei residui del modello $AR(p)$. Il modello autoregressivo migliore è quello con il valore di AIC più basso.

Si enuncia infine il modello di ottimizzazione media-CVaR, il quale, seguendo Pflug (2000), è esprimibile nella seguente maniera:

$$\begin{aligned} & \text{MIN } ES_\alpha(w^T r) \\ & \text{s. a} \\ & w^T E(r) = k \\ & w^T \mathbf{1} = 1 \\ & w \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (5.13)$$

Dove $r = (R_1, \dots, R_n)$ è un vettore casuale dei rendimenti degli n titoli del portafoglio (di dimensione $n \times 1$), il vettore riga $w^T = (w_1, \dots, w_n)$ contiene i pesi assegnati a ciascuno

degli n titoli, $E(r)$ è un vettore colonna con i rendimenti attesi dei titoli (di dimensione $n \times 1$) e $\mathbf{1}$ è un vettore colonna i cui elementi sono uguali ad 1 (di dimensione $n \times 1$). Rispetto al modello media-varianza è cambiata perciò solamente la funzione obiettivo, dove si cercano i pesi che minimizzano il CVaR del portafoglio, con un livello di confidenza α , al posto della varianza (o della deviazione standard). I vincoli relativi al rendimento atteso del portafoglio, che si richiede sia pari a k , alla somma dei pesi che sia pari ad 1 e al divieto di vendite allo scoperto rimangono invariati.

Come dimostrato da Rockafellar e Uryasev (2000), si può ricondurre il modello (5.13) ad un problema di programmazione lineare, di più semplice risoluzione rispetto ad un problema di ottimizzazione non lineare. Nel presente elaborato l'applicazione e la risoluzione del modello media-CVaR è svolta tramite l'ausilio del pacchetto *Financial Toolbox*, appartenente al software MATLAB, versione R2021b.

Rockafellar e Uryasev (2000) mostrano inoltre come un problema di ottimizzazione media-CVaR ed un problema di ottimizzazione media-varianza generino la stessa frontiera efficiente se la distribuzione delle perdite del portafoglio è normale, mentre in presenza di distribuzioni non normali⁸¹, in particolare asimmetriche, i risultati possono essere diversi. Le differenze sono dovute al fatto che il modello di Markowitz, poiché utilizza la deviazione standard, considera sia le deviazioni positive che negative rispetto al rendimento atteso, mentre il modello media-CVaR, come si è visto, trova nel CVaR una misura di rischio che considera esclusivamente la coda che incorpora le informazioni riguardo alle perdite.

5.2. Applicazione del modello media-CVaR ad un portafoglio diversificato con beni d'arte

In questo paragrafo viene impiegato il modello media-CVaR per risolvere un problema di ottimizzazione di portafoglio, con lo scopo di studiare se l'utilizzo di una misura di

⁸¹ Come riportato in Karandikar e Sinha (2012), i rendimenti di un portafoglio non sono distribuiti normalmente quando la distribuzione congiunta dei rendimenti dei titoli di cui è composto il portafoglio non è normale. Date k variabili aleatorie X_1, \dots, X_k , una *distribuzione congiunta*, detta anche *multivariata*, rappresenta la distribuzione di tutte le possibili combinazioni lineari di realizzazioni di X_1, \dots, X_k (si veda ad esempio Tsay, 2002).

rischio asimmetrica comporti una diversa allocazione dei beni d'arte all'interno del portafoglio efficiente rispetto al modello di Markowitz.

Si è inoltre detto che quando i rendimenti del portafoglio non sono distribuiti normalmente i due modelli potrebbero fornire soluzioni differenti (Rockafellar e Uryasev, 2000). Nel Capitolo 4 del presente lavoro di tesi, utilizzando il test di Jarque-Bera, è stata rigettata l'ipotesi di normalità della distribuzione dei rendimenti di sei dei sette indici considerati con un livello di confidenza del 99% (si veda pagina 127). Confrontando questo risultato con quelli ottenuti nella letteratura finanziaria che ha analizzato il mercato dell'arte, già Kräussl (2014) e Aytaç *et al.* (2015) hanno riscontrato che i rendimenti di alcuni degli indici da loro considerati non seguono una distribuzione normale, mentre altri ricercatori, quali Renneboog e Van Houtte (2002), non fanno menzione alle distribuzioni nei propri lavori.

Avendo trovato che i rendimenti di sei indici non seguono una distribuzione normale, si può asserire che la distribuzione congiunta dei rendimenti del portafoglio non è normale a sua volta (Richardson e Smith, 1993). Si può condurre un'ulteriore verifica utilizzando il test di Mardia (la cui spiegazione è fornita nell'appendice A5.1), i cui risultati, riportati nella *Tabella 5.1*, confermano il rifiuto dell'ipotesi di normalità della distribuzione multivariata, poiché né il coefficiente di asimmetria né la curtosi provengono da una distribuzione normale (p-value = 0,001 in entrambi i casi).

	Coefficiente	Statistica test	Gradi di libertà	P-value
Asimmetria	27,2874	814,0737	84	0,001
Curtosi	136,2464	43,6514	-	0,001

Tabella 5.1. Risultati del test di Mardia. Fonte: elaborazione personale

Poiché la distribuzione congiunta degli indici che compongono il portafoglio non è normale, il modello media-CVaR potrebbe fornire risultati differenti rispetto a quelli ottenuti con il modello media-varianza. Lausberg *et al.* (2019), riscontrando la non normalità dei rendimenti del mercato immobiliare, di cui esplicitano alcune caratteristiche che lo accomunano a quello dell'arte (difficoltà nel reperire i dati e alti costi di transazione), suggeriscono di utilizzare misure di rischio alternative alla

deviazione standard, quali il CVaR. Sembra dunque opportuno applicare il modello media-CVaR anche al mercato dell'arte.

Nella letteratura finanziaria sembra non esistano studi che hanno applicato il modello media-CVaR al mercato dell'arte, anche se non si può escludere che tali lavori esistano. Si riconosce che, quantomeno, tale metodologia non ha trovato vasta applicazione all'interno della letteratura finanziaria relativa al mercato dell'arte, mentre invece è ben nota nella letteratura finanziaria che ha analizzato i mercati tradizionali. Bisogna tuttavia citare l'utilizzo del VaR modificato⁸² (MVaR) da parte di Aytaç *et al.* (2015) per estendere il problema di selezione del portafoglio oltre il modello di Markowitz all'interno della letteratura sugli asset alternativi, tra cui ricade anche l'arte.

Prima di applicare il modello media-CVaR occorre testare la stazionarietà dei rendimenti degli indici utilizzati per la costruzione del portafoglio. Osservando i rendimenti nella *Figura 4.2* (Capitolo 4, pagina 126), sembra che non vi sia una tendenza delle serie storiche a crescere, pertanto si è scelto di utilizzare il modello (5.10), cioè il test di Dickey-Fuller aumentato senza costante. Per selezionare l'ordine del modello si è innanzitutto utilizzato il criterio proposto da Schwert (1989) per determinare il numero massimo di ritardi:

$$p_{max} = 12 \left(\frac{T}{100} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (5.14)$$

che viene approssimato all'intero più vicino. Successivamente, per ognuno degli indici, si è eseguito il test di Dickey-Fuller aumentato, partendo da 1 ritardo fino al numero massimo di ritardi p_{max} determinato con la formula (5.14). Viene poi considerato il modello il cui ordine minimizza il criterio di informazione di Akaike. Il test di Dickey-Fuller aumentato e il calcolo dell'AIC sono stati compiuti con STATA, versione 17.

Si riportano nella *Tabella 5.2* i risultati del test di Dickey-Fuller aumentato. In base al valore della statistica di Dickey-Fuller è possibile rifiutare l'ipotesi di radice unitaria con un livello di confidenza del 99% in tutti i casi (p-value = 0,001). Si può quindi concludere

82 Il VaR modificato, *Modified Value at Risk* in lingua originale, è stato proposto da Favre e Galeano (2002) e corregge la misura di rischio originale per il coefficiente di asimmetria e la curtosi della distribuzione. Lausberg *et al.* (2019) notano però che, in maniera non differente dal VaR, anche MVaR è una misura di rischio non coerente.

che le serie storiche sembrano essere stazionarie e perciò si può procedere con l'applicazione del modello media-CVaR.

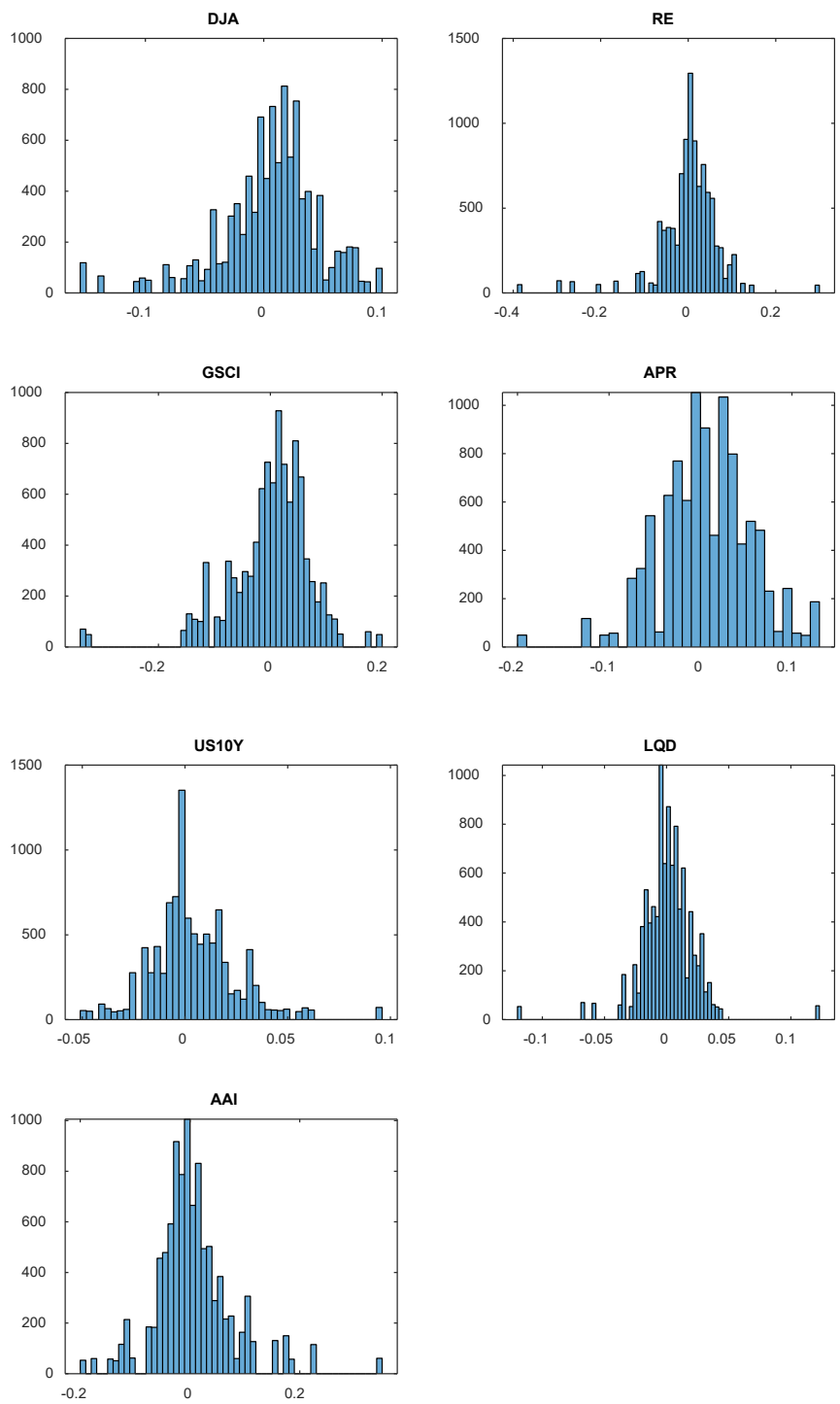
Indice	Numero di ritardi	Statistica di Dickey-Fuller	Valore critico 10%	Valore critico 5%	Valore critico 1%	p-value
DJA	1	-9,596	-1,615	-1,950	-2,590	0,001
RE	5	-5,574	-1,615	-1,950	-2,590	0,001
GSCI	1	-7,438	-1,615	-1,950	-2,590	0,001
APR	1	-9,923	-1,615	-1,950	-2,590	0,001
US10Y	1	-9,179	-1,615	-1,950	-2,590	0,001
LQD	1	-10,459	-1,615	-1,950	-2,590	0,001
AAI	5	-5,215	-1,615	-1,950	-2,590	0,001

Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Tabella 5.2. Risultati del test di Dickey-Fuller aumentato. Fonte: elaborazione personale

Secondo Elton *et al.* (2014), quando i rendimenti non seguono una distribuzione normale, si può calcolare il VaR attraverso la simulazione storica *bootstrap*, che genera degli scenari attraverso una tecnica di campionamento con reintroduzione. Si consideri un portafoglio composto da n titoli, ognuno dei quali dà luogo ad un certo rendimento al periodo t (con $t = 1, \dots, T$). Viene estratto un numero compreso tra 1 e T , reintroducendo ogni volta l'elemento all'interno della popolazione, migliaia di volte. All'elemento viene poi associato il corrispondente rendimento di ciascuno degli n titoli, creando una storia simulata con rendimento atteso e rischio che approssimano la realtà, conservando allo stesso tempo la correlazione tra i rendimenti dei titoli (Elton *et al.*, 2014). Attraverso il generatore di numeri pseudo-casuali di MATLAB (versione R2021b) vengono generati, seguendo Rockafellar e Uryasev (2000), diecimila scenari⁸³.

⁸³ Il modello media-CVaR è stato testato anche con duemila e cinquemila scenari ma la forma delle distribuzioni è pressoché identica (si tenga poi conto che l'elemento di aleatorietà dato dalla generazione di numeri pseudo-casuali comporta che sia impossibile ottenere distribuzioni perfettamente identiche) così come lo sono i pesi assegnati dal modello (le differenze sono inferiori all' 1%). Sono stati perciò considerati solamente i risultati ottenuti attraverso diecimila scenari, poiché il numero dovrebbe permettere di ben catturare la forma delle distribuzioni.



Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 5.3. Distribuzione dei rendimenti degli indici utilizzati per la costruzione del portafoglio. Fonte: elaborazione personale

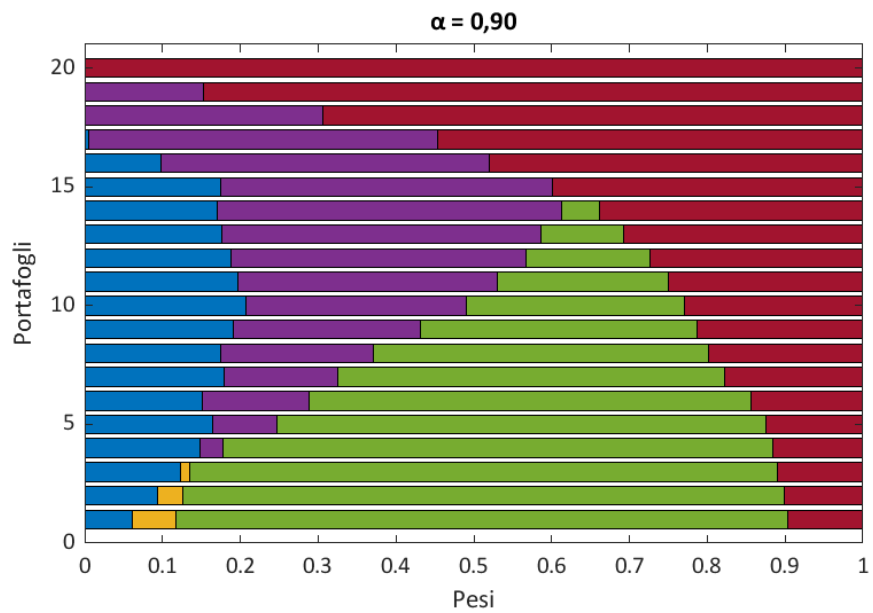
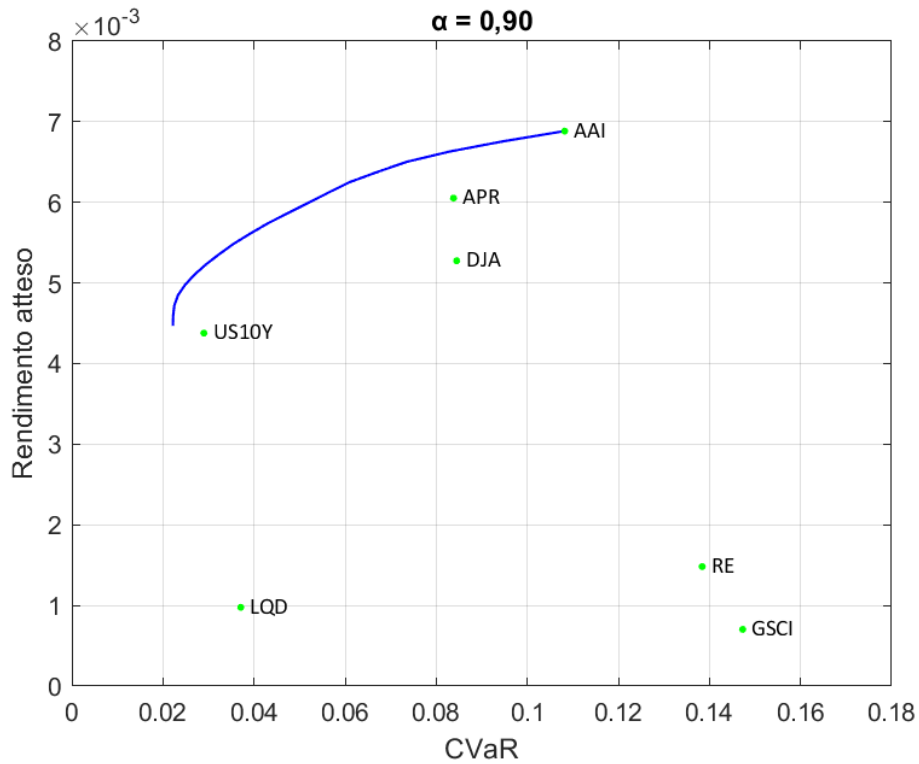
Indice	VaR _{0,90}	VaR _{0,95}	VaR _{0,99}	CVaR _{0,90}	CVaR _{0,95}	CVaR _{0,99}
DJA	0,0446	0,0781	0,1506	0,0845	0,1125	0,1517
RE	0,0642	0,1041	0,2976	0,1384	0,2040	0,3414
GSCI	0,0825	0,1266	0,3253	0,1473	0,1852	0,3345
APR	0,0567	0,0715	0,1292	0,0838	0,1049	0,1632
US10Y	0,0191	0,0263	0,0467	0,0290	0,0363	0,0485
LQD	0,0187	0,0267	0,0678	0,0371	0,0513	0,0950
AAI	0,0598	0,1113	0,1729	0,1082	0,1387	0,1842

Legenda: DJA = *Dow Jones Composite Average*; RE = *Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index*; GSCI = *Goldman Sachs Commodity Index*; APR = *Gold APR 22*; US10Y = *Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark*; LQD = *iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF*; AAI = *All Art Index*.

Tabella 5.3 VaR e CVaR con livello di confidenza 90%, 95% e 99% degli indici considerati. Fonte: elaborazione personale

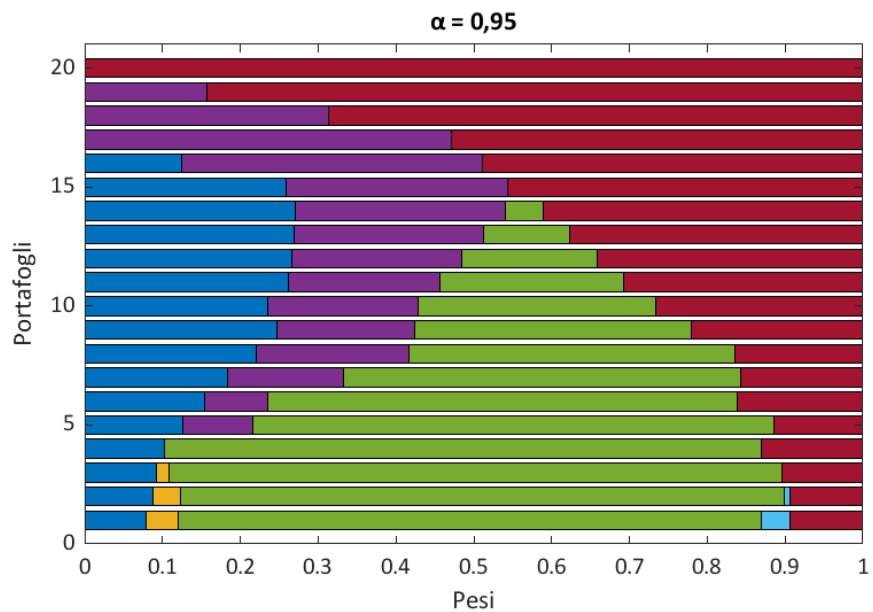
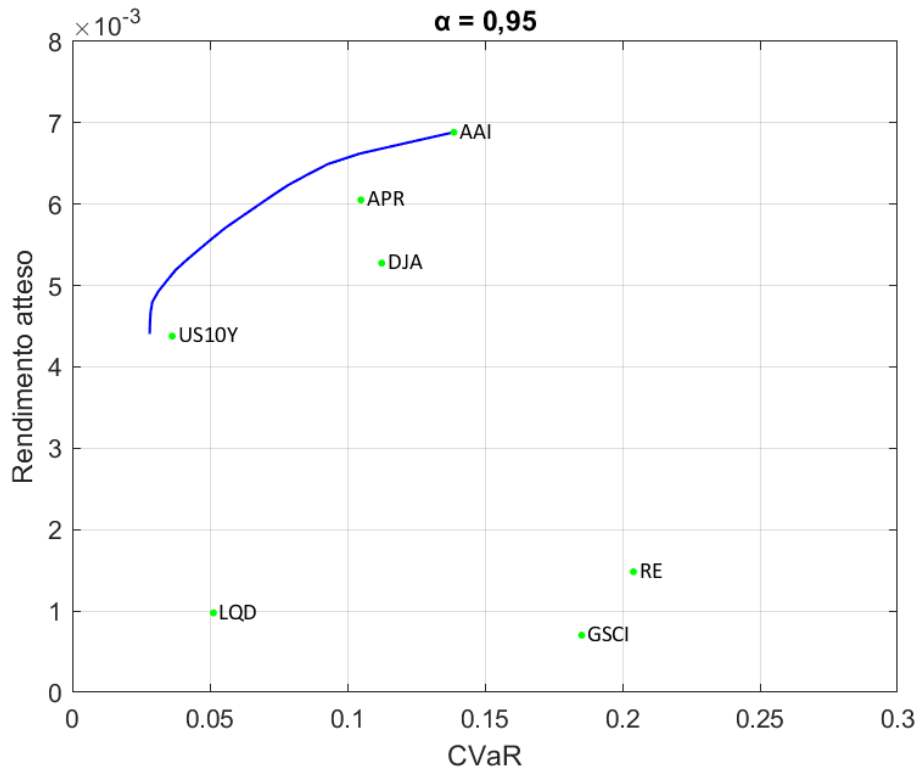
Si riportano in *Figura 5.3* le distribuzioni simulate e nella *Tabella 5.3* i VaR ed i CVaR con livello di confidenza 90%, 95% e 99% dei rendimenti degli asset. Gli indici che generalmente presentano il VaR e il CVaR più alto sono quelli relativi ai beni fisici (*RE*, *GSCI*, *APR*, *AAI*) mentre titoli di stato ed obbligazioni sono quelli meno rischiosi. La convenienza dell'utilizzo del CVaR piuttosto che del VaR è evidente soprattutto nel caso dell'indice immobiliare, poiché, ad esempio $VaR_{0,90} = 6,42\%$ mentre $ES_{0,90} = 13,84\%$, cioè oltre il doppio, quindi il CVaR fornisce un'informazione più affidabile all'investitore. L'arte invece, benché sia l'asset con la maggiore deviazione standard, ha un CVaR inferiore a quello dell'indice immobiliare e dell'indice dei beni di consumo per ogni livello di confidenza e pressoché più simile a quello dell'oro.

Con il modello (5.13) si è tracciata la frontiera efficiente dei portafogli composti dai sette indici considerati. Ponendo un livello di confidenza del 90% (*Figura 5.4*), il portafoglio con il CVaR minimo globale ha un rendimento atteso mensile del 0,45% e un CVaR mensile del 2,33% ed è composto per il 9,72% da arte. Tutti gli altri portafogli che compongono la frontiera efficiente sono essi stessi costituiti da arte in peso crescente all'aumentare del rendimento atteso richiesto del portafoglio, con il portafoglio con il massimo rendimento atteso che corrisponde ad un portafoglio di sola arte (rendimento atteso 0,69% e CVaR 10,82%).



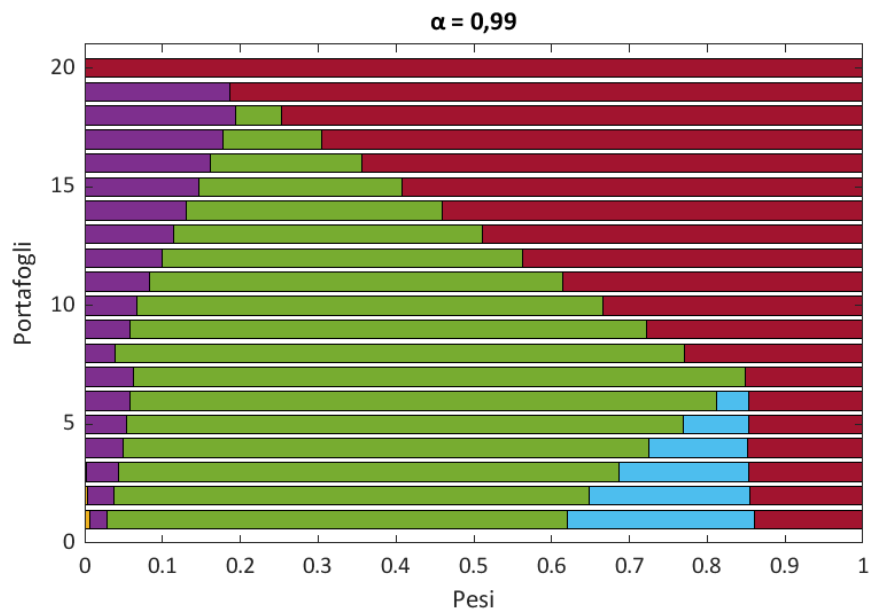
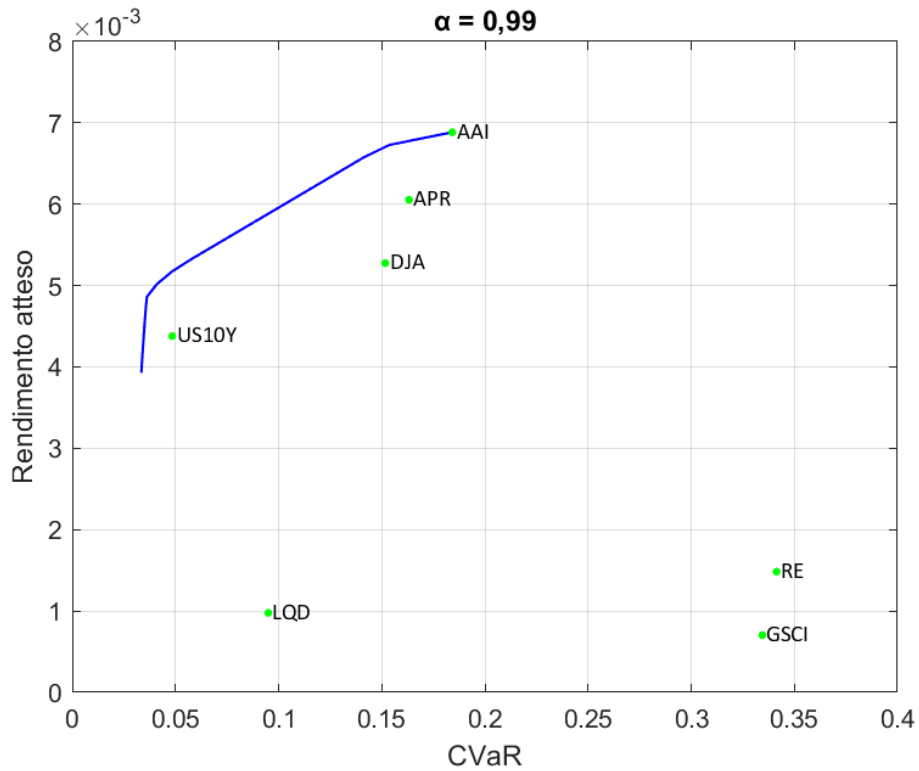
Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 5.4. Frontiera efficiente dei portafogli con livello di confidenza 90% e composizione di 20 portafogli sulla frontiera efficiente. Fonte: elaborazione personale



Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 5.5. Frontiera efficiente dei portafogli con livello di confidenza 95% e composizione di 20 portafogli sulla frontiera efficiente. Fonte: elaborazione personale



Legenda: DJA = *Dow Jones Composite Average*; RE = *Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index*; GSCI = *Goldman Sachs Commodity Index*; APR = *Gold APR 22*; US10Y = *Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark*; LQD = *iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF*; AAI = *All Art Index*.

Figura 5.6. Frontiera efficiente dei portafogli con livello di confidenza 99% e composizione di 20 portafogli sulla frontiera efficiente. Fonte: elaborazione personale

Aumentando il livello di confidenza al 95% (*Figura 5.5*), il portafoglio a CVaR minimo globale ha un rendimento atteso del 0,44% mensile, CVaR mensile del 2,81% ed è costituito per il 9,30% da arte. Anche in questo caso tutti i portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente prevedono che una parte della ricchezza sia investita in arte, con il relativo peso che tende ad aumentare insieme al rendimento atteso richiesto dal portafoglio. Il portafoglio con il massimo rendimento atteso equivale ad un portafoglio di sola arte (rendimento atteso 0,69% e CVaR 13,87%)

Infine, considerando un livello di confidenza del 99% (*Figura 5.6*), se l'investitore detiene il portafoglio a CVaR minimo globale, costituito per il 14% da arte, egli ottiene un rendimento atteso mensile del 0,39% e un CVaR del 3,35%. Non diversamente dai livelli di confidenza precedentemente considerati, il peso assegnato all'arte aumenta insieme al rendimento richiesto dal portafoglio, con il portafoglio più rischioso che equivale ad un portafoglio di sola arte (rendimento atteso 0,69% e CVaR 18,42%).

Nella *Tabella 5.4* si riporta la composizione di portafoglio, il rendimento atteso mensile ed il CVaR mensile dei portafogli con il CVaR minimo globale per ogni livello di confidenza considerato.

	$\alpha = 90\%$	$\alpha = 95\%$	$\alpha = 99\%$
DJA	0,0609	0,0787	0
RE	0	0	0
GSCI	0,0567	0,0410	0,0065
APR	0	0	0,0220
US10Y	0,7853	0,7503	0,5922
LQD	0	0,0371	0,2393
AAI	0,0972	0,0939	0,1400
Somma dei pesi	1	1	1
$E(R_P)$	0,0045	0,0044	0,0039
CVaR	0,0222	0,0281	0,0335

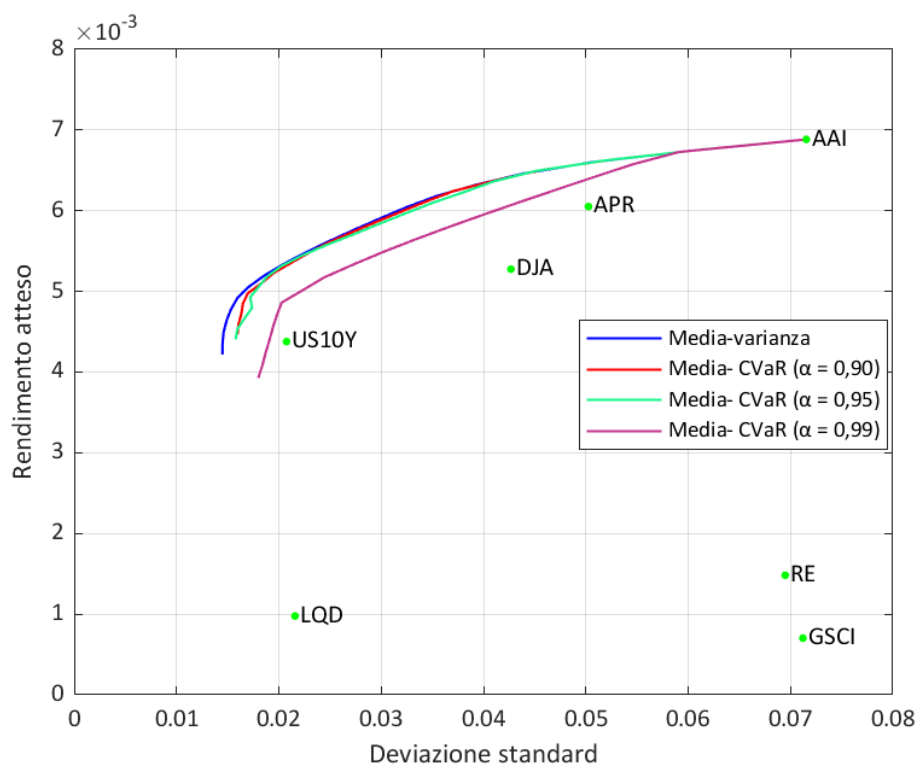
Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Tabella 5.4. Composizione di portafoglio, rendimento atteso e CVaR dei portafogli a CVaR minimo globale con livello di confidenza α del 90%, 95% e 99%. Fonte: elaborazione personale

Si noti perciò che l'investitore può minimizzare il CVaR attraverso la diversificazione investendo una parte del capitale in beni d'arte, a prescindere dal livello di confidenza considerato. Il portafoglio a CVaR minimo assoluto si trova infatti più a sinistra nel piano CVaR-rendimento atteso rispetto ai portafogli non diversificati per qualsiasi dei livelli di confidenza utilizzati. Inoltre, come detto, tutti i portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente, per tutti i livelli di confidenza, prevedono di investire una parte della ricchezza in arte. Si può quindi concludere che l'arte apporti beneficio all'investitore anche quando l'ottimizzazione del portafoglio viene condotta attraverso il modello media-CVaR.

Ora che si è determinato che, sia con il modello media-varianza che con il modello media-CVaR, l'arte viene inclusa nel portafoglio, si vogliono studiare le differenze nell'allocatione del capitale e nella frontiera efficiente tra i due modelli. Questi possono essere confrontati trasponendo le frontiere efficienti del modello media-CVaR, per i diversi livelli di confidenza, su un piano deviazione standard-rendimento atteso (*Figura 5.7*). Le frontiere efficienti ottenute attraverso il modello media-CVaR con livelli di confidenza del 90% e del 95% non si discostano molto rispetto a quella ottenuta con il modello di Markowitz, mentre se il livello di confidenza è pari al 99% la differenza tra le frontiere ottenute con i due modelli è evidente, risultato trovato anche in Krokmal *et al.* (2002). Questo significa che gli asset che compongono il portafoglio ricevono pesi di entità simile utilizzando il modello media-varianza ed il modello media-CVaR con livello di confidenza del 90% e del 95%, mentre se il livello di confidenza è pari al 99% i pesi sono molto diversi.

Per un dato rendimento, il portafoglio ottimo secondo il criterio media-CVaR ha una deviazione standard maggiore rispetto all'omologo ottenuto con il modello media-varianza, anche se, come si è detto, per livelli di confidenza del 90% e del 95% la discrepanza non è molto ampia. Questo comporta che un portafoglio ottenuto con il modello media-CVaR sia quasi-ottimo anche per il criterio media-varianza per livelli di confidenza del 90% e del 95% (ossia che un portafoglio a CVaR minimo, dato un certo rendimento atteso, avrà anche una varianza non molto superiore alla varianza minima per quel dato rendimento atteso).



Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 5.7. Confronto tra frontiere efficienti con modello media-CVaR e modello media-varianza (piano deviazione standard-rendimento atteso). Fonte: elaborazione personale

Si può anche trasporre le frontiere efficienti su un piano CVaR-rendimento atteso, in modo da visualizzare il CVaR dei portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente ottenuta con il modello media-varianza.

Il CVaR dei portafogli individuati dalla frontiera efficiente ottenuta con il modello media-varianza è maggiore rispetto a quello dei portafogli localizzati sulla frontiera ottenuta con il modello media-CVaR. Anche in questo caso le differenze tra le due frontiere non sono particolarmente ampie per livelli di confidenza del 90% e del 95%, (Figura 5.8 e Figura 5.9) mentre la divergenza tra le due frontiere aumenta quando il livello di confidenza è pari al 99% (Figura 5.10). Pertanto, un portafoglio ottimo per il criterio media-varianza è quasi-ottimo anche per il criterio media-CVaR per livelli di confidenza del 90% e del 95% mentre per un livello di confidenza del 99% la differenza tra le frontiere è maggiore perché le composizioni di portafoglio determinate dai due modelli sono maggiormente diverse.

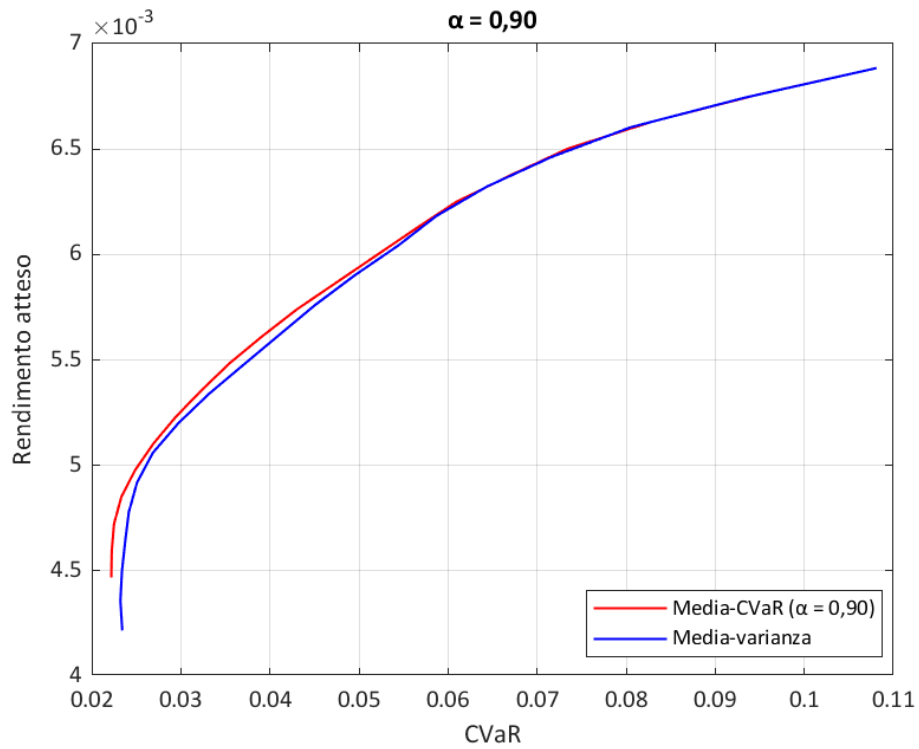


Figura 5.8. Confronto tra frontiere efficienti con modello media-CVaR ($\alpha = 0,90$) e modello media-varianza (piano CVaR-rendimento atteso). Fonte: elaborazione personale

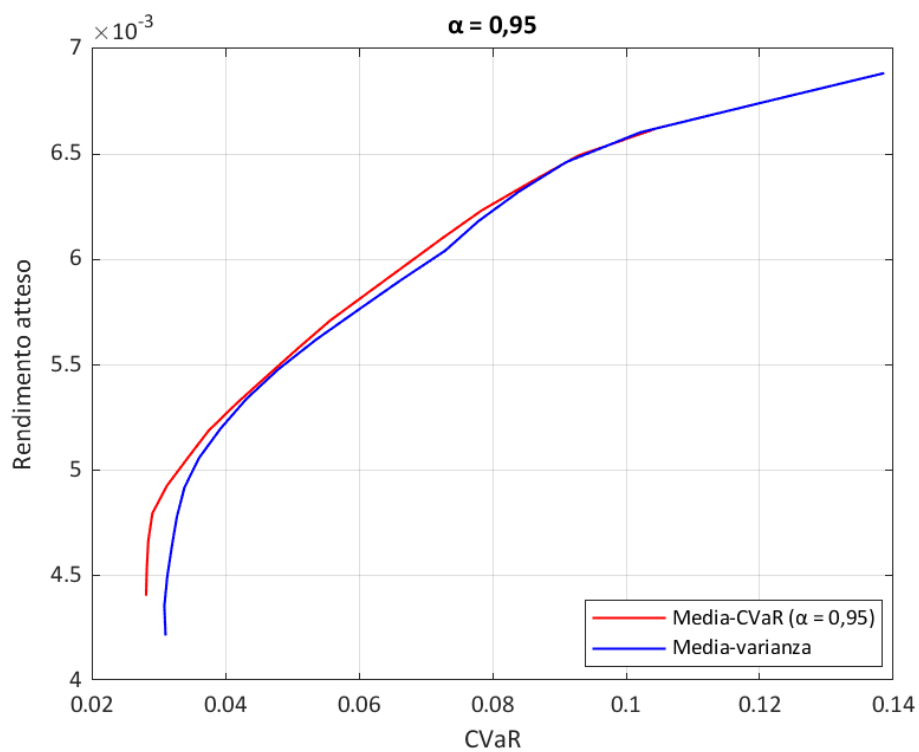


Figura 5.9. Confronto tra frontiere efficienti con modello media-CVaR ($\alpha = 0,95$) e modello media-varianza (piano CVaR-rendimento atteso). Fonte: elaborazione personale

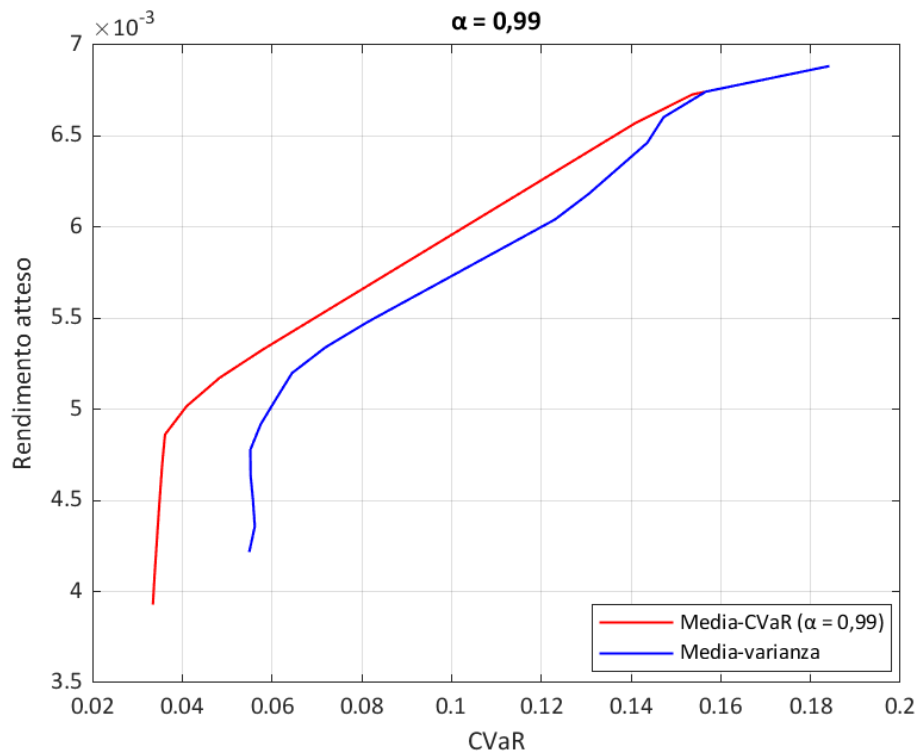
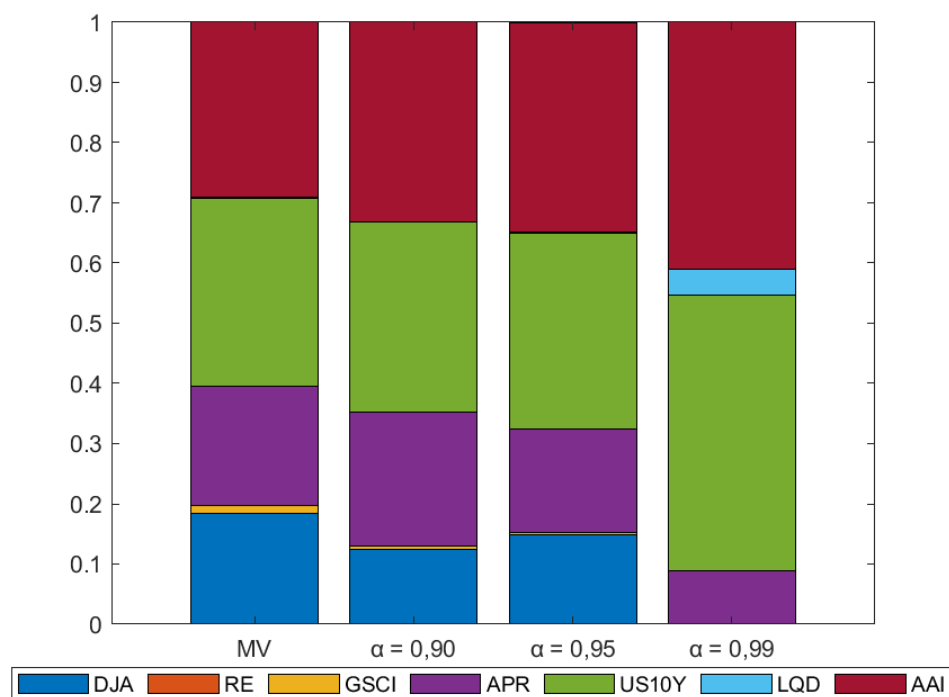


Figura 5.10. Confronto tra frontiere efficienti con modello media-CVaR ($\alpha = 0,99$) e modello media-varianza (piano CVaR-rendimento atteso). Fonte: elaborazione personale

Si riporta infine la composizione dei portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente rispetto al totale dei pesi di tutti i portafogli (*Figura 5.11 e Tabella 5.5*). Si noti che i pesi assegnati dal modello media-varianza (MV) e dal modello media-CVaR con livello di confidenza 90% e 95% sono abbastanza simili, il che comporta, come detto in precedenza, che le rispettive frontiere efficienti siano anch'esse simili. Quando invece si considera un livello di confidenza del 99%, i pesi assegnati dal modello media-CVaR manifestano maggiori differenze rispetto a quelli assegnati dal modello media-varianza. In particolare, nessuno dei portafogli che giace sulla frontiera efficiente è costituito da azioni (DJA), diminuisce il peso assegnato all'oro (APR) ed aumenta quello assegnato ai titoli di stato (US10Y), alle obbligazioni societarie (LQD) e all'arte (AAI). La diversa allocazione del capitale comporta una maggiore divergenza tra le frontiere efficienti dei due modelli. Si noti infine che il modello media-CVaR determina una maggiore allocazione di capitale nell'asset arte rispetto al modello media-varianza e che, con l'aumentare del livello di confidenza, il modello media-CVaR assegna una quota di capitale sempre maggiore all'arte.



Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Figura 5.11. Composizione (in percentuale sul totale) dei portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente con modello media-varianza e media-CVaR. Fonte: elaborazione personale

	Media-varianza	Media-CVaR _{0,90}	Media-CVaR _{0,95}	Media-CVaR _{0,99}
DJA	0,1846	0,1251	0,1489	0
RE	0	0	0	0
GSCI	0,012	0,005	0,004	0,0006
APR	0,1978	0,2217	0,1713	0,0891
US10Y	0,3136	0,3158	0,3256	0,4566
LQD	0,0021	0	0,0022	0,0433
AAI	0,2899	0,3324	0,3473	0,4104
Somma dei pesi	1	1	1	1

Legenda: DJA = Dow Jones Composite Average; RE = Dow Jones U.S. Select Real Estate Securities Index; GSCI = Goldman Sachs Commodity Index; APR = Gold APR 22; US10Y = Thomson Reuters 10 years U.S. Government Benchmark; LQD = iShares iBoxx Investment Grade Corporate Bond ETF; AAI = All Art Index.

Tabella 5.5. Composizione (in percentuale sul totale) dei portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente determinata con il modello media-varianza e media-CVaR. Fonte: elaborazione personale

Concludendo, anche utilizzando il modello media-CVaR l'arte riceve un peso positivo all'interno del portafoglio, perciò, a prescindere dal modello utilizzato, l'arte apporta beneficio all'investitore. Si è visto inoltre che un portafoglio ottimo secondo il modello media-CVaR con livello di confidenza del 90% e del 95% è quasi ottimo anche secondo il modello media-varianza e viceversa, perciò i due modelli in questo caso conducono ad un'allocazione della ricchezza simile. Tuttavia, come riportato da Krokmal *et al.* (2002), questo non significa che l'utilizzo delle due metodologie sia equivalente, poiché i risultati dipendono specificatamente dal campione considerato. Inoltre, quando il livello di confidenza è pari al 99%, le differenze nell'allocazione tra i due modelli sono maggiori ed il principio secondo cui un portafoglio ottenuto con un modello è quasi ottimo anche per l'altro modello non è più valido. Pertanto, in questo caso i due modelli conducono a scelte differenti, le quali sono perciò influenzate dalla misura di rischio che viene impiegata, come sottolineato da Miscolkzi (2016). In ogni caso, l'asset arte è compreso nei portafogli efficienti ottenuti con il modello media-CVaR per qualsiasi dei livelli di confidenza utilizzati e lo scopo del presente capitolo era esattamente quello di studiare se un modello alternativo a quello di Markowitz (1952) prevedesse comunque che l'arte ricevesse peso positivo all'interno del portafoglio.

Si può perciò asserire in ultima analisi che l'arte apporti beneficio all'agente economico ma che questi, come scritto già nel Capitolo 4, se intende considerare questa forma di investimento deve valutare anche quei rischi che non sono catturati né dalla varianza né dal CVaR, cioè, ad esempio, il rischio di liquidità ed il rischio stilistico (Goetzmann, 1993), ed i maggiori costi associati all'acquisto ed alla vendita di beni artistici (costi di stoccaggio, di assicurazione e maggiori costi di transazione rispetto al mercato finanziario).

Appendice

A5.1. Test di Mardia per la normalità di una distribuzione multivariata

Per verificare la normalità di una distribuzione multivariata, dato un vettore di k variabili casuali $x = (X_1, \dots, X_k)$, ognuna delle quali può assumere n realizzazioni, Mardia (1970) propone un test basato sulle seguenti statistiche:

$$A = \text{asimmetria} \left(\frac{n}{6} \right) \sim \chi_{gl}^2$$

$$B = [\text{curtosi} - k(k+2)] \left[\sqrt{\frac{n}{8k(k+2)}} \right] \sim N(0,1)$$

dove, se in presenza di una distribuzione normale multivariata, A è approssimativamente distribuito come una χ_{gl}^2 con gl gradi di libertà⁸⁴ mentre B segue approssimativamente una distribuzione normale standardizzata. L'ipotesi nulla di normalità della distribuzione è rifiutata per valori elevati delle statistiche test.

84 Il numero di gradi di libertà è ottenuto con la seguente formula: $gl = \frac{k(k+1)(k+2)}{6}$ (si veda Mardia, 1970).

CONCLUSIONI

Con il presente lavoro di tesi si è analizzato se l'investitore trae beneficio dal diversificare il portafoglio tramite beni d'arte in termini di rendimento atteso e rischio del portafoglio. Dopo avere illustrato similitudini e differenze tra mercato dell'arte e mercato finanziario, sono state introdotte le metodologie impiegate nella letteratura finanziaria per analizzare il rischio ed il rendimento del mercato dell'arte, la correlazione con gli altri mercati e la diversificazione del portafoglio attraverso beni d'arte. Alcuni tra gli studi considerati sostengono che il rendimento dell'investimento in arte sia maggiore di quello delle azioni e delle obbligazioni, altri che sia maggiore solo di quello delle obbligazioni ed altri ancora che sia invece inferiore ad entrambe. La quasi totalità degli studi ha riscontrato una maggior rischiosità del mercato dell'arte rispetto a quello azionario ed obbligazionario. Inoltre, la maggior parte degli studi ha evidenziato come il rendimento dell'investimento in arte sia scarsamente correlato con quello dei mercati finanziari, suggerendo che inserire l'arte in portafoglio ne diminuisca la varianza. Infine, la maggior parte dei ricercatori che hanno applicato il CAPM al mercato dell'arte ha trovato un β inferiore ad 1, concludendo che il rischio sistematico dell'arte sia inferiore a quello del mercato di riferimento, rappresentato da S&P 500 nella maggior parte degli studi considerati.

Gli studi che hanno esaminato la diversificazione del portafoglio tramite beni d'arte non sono molti rispetto a quelli che hanno analizzato il rischio ed il rendimento del mercato dell'arte. Inoltre, i risultati ottenuti sono piuttosto eterogenei, con alcuni studi che asseriscono che l'inserimento dell'arte in portafoglio consenta di migliorarne il rendimento atteso e la volatilità, mentre altri sostengono che esso non apporti alcun beneficio all'investitore. Nel presente lavoro di tesi si è perciò condotta un'analisi empirica di portafoglio, diversificato attraverso beni d'arte, cercando di espandere i risultati ottenuti dagli studi che si sono occupati della questione. L'analisi di portafoglio è stata effettuata attraverso il modello di Markowitz, seguendo la letteratura di riferimento.

I risultati mostrano che i beni d'arte, in forza della quasi totale assenza di correlazione con gli altri mercati e dell'alto rendimento medio, vengono inclusi in tutti i portafogli che si trovano sulla frontiera efficiente costruita con i dati relativi al periodo 2007-2021. Tuttavia, poiché il miglioramento in termini di deviazione standard e rendimento atteso rispetto ad un portafoglio che non include l'investimento in arte è basso, un agente economico potrebbe trovare non conveniente l'investimento in arte a causa dei numerosi costi aggiuntivi associati ad esso.

Si è poi trovato che, vincolando l'agente economico ad investire in un singolo asset non più del 25% del capitale, la quota di capitale investita in arte aumenta, ma l'indice di Sharpe del portafoglio diminuisce, perciò il portafoglio è inefficiente. Inoltre, quando si vincola l'agente economico ad investire almeno il 30% della ricchezza in beni d'arte, egli ottiene un portafoglio inefficiente.

Costruendo un portafoglio con i dati relativi al periodo 2009-2020, escludendo perciò i momenti di crisi, si è trovato che la quota di capitale investita in arte diminuisce con l'aumentare del rendimento atteso richiesto dal portafoglio, poiché il rendimento dell'investimento in arte è ampiamente inferiore rispetto a quello dell'investimento immobiliare e azionario. Inoltre, le frontiere efficienti dei portafogli con e senza arte costruite con i dati del periodo 2009-2020 pressoché coincidono, a differenza di quelle costruite con i dati relativi all'intero periodo, perciò l'investitore può trarre maggior beneficio dall'investimento nel mercato dell'arte qualora vi siano periodi di crisi.

Infine, si è impiegato il modello media-CVaR come alternativa al modello di Markowitz, con lo scopo di studiare se modelli di ottimizzazione del portafoglio che impiegano misure di rischio differenti dalla varianza conducono a differenti allocazioni dei beni d'arte all'interno del portafoglio efficiente. Il CVaR infatti, a differenza della varianza, considera solo le informazioni riguardo alle perdite ed è perciò in grado di fornire ulteriori indicazioni all'investitore.

I risultati ottenuti con il modello media-CVaR confermano che l'arte apporta beneficio all'investitore, poiché i beni d'arte sono compresi nel portafoglio efficiente, anche se la composizione di portafoglio rispetto al modello media-varianza è differente. In particolare, si è visto come l'allocazione efficiente di capitale secondo Markowitz sia simile a quella del modello media-CVaR con livelli di confidenza del 90% e del 95% e

perciò un portafoglio a varianza minima, dato un certo rendimento atteso, avrà anche un CVaR non molto superiore al CVaR minimo per quel dato rendimento atteso. Quando invece il livello di confidenza è pari al 99% le differenze nell'allocazione di capitale tra i vari asset sono maggiori. Inoltre, impiegando il modello media-CVaR, il portafoglio ottimo è composto da beni d'arte in percentuale maggiore rispetto al portafoglio ottimo secondo il modello media-varianza.

In ultima analisi, i risultati ottenuti hanno mostrato che l'arte può migliorare il rendimento atteso ed il rischio di un portafoglio, anche se nel presente lavoro di tesi non sono stati considerati i costi associati alla compravendita degli strumenti finanziari utilizzati per la costruzione del portafoglio, che l'investitore deve invece considerare nello scegliere l'allocazione ottimale della propria ricchezza. Inoltre, l'investimento in arte prevede anche altri costi, quali quelli di assicurazione, conservazione e stoccaggio e a differenza di azioni e obbligazioni non dà diritto a dividendi e cedole, dei quali non si è tenuto conto nella presente analisi. Dal consumo d'arte però, a differenza degli strumenti finanziari tradizionali, l'investitore può derivare utilità, la quale a sua volta andrebbe quantificata. Sviluppi futuri in questo senso possono essere studi che conducono analisi di portafoglio considerando i rendimenti degli strumenti finanziari al netto dei relativi costi di transazione, includendo eventuali dividendi monetari e quantificando il valore dei dividendi estetici derivanti dal consumo d'arte, integrandoli all'interno dell'analisi di portafoglio, in maniera da produrre risultati più completi.

Un'ulteriore criticità del presente lavoro di tesi è data dal fatto che l'indice del mercato dell'arte utilizzato per la costruzione del portafoglio rappresenta tutto il mercato, ma risultati più precisi sull'effettiva allocazione ottima di capitale in beni d'arte potrebbero essere ottenuti considerando più indici che rappresentano specifici segmenti di mercato. In questa maniera l'investitore può conoscere quanto e in quali specifici mercati dell'arte investire. Futuri sviluppi in tal senso possono essere analisi di portafogli composti da più indici del mercato dell'arte specifici di determinati segmenti, anche utilizzando modelli alternativi a quello di Markowitz.

APPENDICE

CODICI MATLAB E STATA

Calcolo del portafoglio a varianza minima (MATLAB)

```
% funzione per calcolare il portafoglio a varianza minima dato un certo
% rendimento

% Inputs:
% - m = vettore dei rendimenti medi
% - S = matrice di covarianze
% - h = rendimento del portafoglio richiesto

% Outputs:
% - weights = pesi del portafoglio
% - stdev = deviazione standard del portafoglio

function [weights,stdev] = portfunc(m,S,h)

f = @(w) sqrt(w* S * w');
w0 = zeros(1,length(m));
A = -m;
B = -h;
Aeq = ones(1,length(m));
beq = 1;
lb = zeros(1,length(m));
ub = [];
options = optimset('Largescale', 'off');
[weights,stdev] = fmincon(f,w0,A,B,Aeq,beq,lb,ub,[],options);

end
```

Calcolo del portafoglio con il più alto indice di Sharpe (MATLAB)

```
% funzione per calcolare il portafoglio con il massimo indice di Sharpe

% Inputs:
% - m = vettore dei rendimenti medi
% - S = matrice di covarianze
% - Rf = tasso privo di rischio

% Outputs:
% - weights = pesi del portafoglio
% - stdev = deviazione standard del portafoglio
% - rate = rendimento atteso del portafoglio
% - ratio = indice di Sharpe del portafoglio

function [weights,stdev,rate,ratio] = sharpefunc(m,S,Rf)
```

```

f = @(w) -((m*w'-Rf)/sqrt(w* S * w'));
w0 = zeros(1,length(m));
A = [];
B = [];
Aeq = ones(1,length(m));
beq = 1;
lb = zeros(1,length(m));
ub = [];
options = optimset('Largescale', 'off');
[weights, ratio] = fmincon(f,w0,A,B,Aeq,beq,lb,ub,[],options);
stdev = sqrt(weights * S * weights');
rate = m*weights';

end

```

Calcolo dei portafogli a varianza minima vincolati (MATLAB)

```

% pesi non superiori a 0,25 per asset

% Inputs:
% - m = vettore dei rendimenti medi
% - S = matrice di covarianze
% - h = rendimento del portafoglio richiesto

% Outputs:
% - weights = pesi del portafoglio
% - stdev = deviazione standard del portafoglio

function [weights,stdev] = portfunc(m,S,h)

f = @(w) sqrt(w* S * w');
w0 = zeros(1,length(m));
A = -m;
B = -h;
Aeq = ones(1,length(m));
beq = 1;
lb = zeros(1,length(m));
ub = 0.25*ones(1,length(m));
options = optimset('Largescale', 'off');
[weights,stdev] = fmincon(f,w0,A,B,Aeq,beq,lb,ub,[],options);

end

% peso arte superiore a 0,30

% Inputs:
% - m = vettore dei rendimenti medi
% - S = matrice di covarianze
% - h = rendimento del portafoglio richiesto

% Outputs:
% - weights = pesi del portafoglio
% - stdev = deviazione standard del portafoglio

```

```

function [weights,stdev] = portfunc(m,S,h)

f = @(w) sqrt(w* S * w');
w0 = zeros(1,length(m));
A = -m;
B = -h;
Aeq = ones(1,length(m));
beq = 1;
lb = [zeros(1,length(m)-1) 0.3];
ub = [];
options = optimset('Largescale', 'off');
[weights,stdev] = fmincon(f,w0,A,B,Aeq,beq,lb,ub,[],options);

end

```

Test di Mardia (MATLAB)

```

% Test di Mardia per la normalità di una distribuzione multivariata

% Inputs:
% - P = matrice dei prezzi dei titoli
% - alfa = livello di significatività

% Outputs:
% - hskew = 0 se l'asimmetria è normale, 1 altrimenti
% - hkurt = 0 se la curtosi è normale, 1 altrimenti
% - skew = coefficiente di asimmetria
% - kurt = curtosi
% - ts = statistica test asimmetria
% - tk = statistica test curtosi
% - pskew = p-value asimmetria
% - pkurt = p-value curtosi

function [hskew,hkurt,skew,kurt,ts,tk,pskew,pkurt] = mardiatest(P,alfa)

x = diff(log(P));
n = size(x,1);
k = size(x,2);
xc = (eye(n,n)-ones(n,n) *(1/n)) *x;
S = (1/n)*(xc')*xc;
M = xc*(inv(S))*(xc');
skew = sum(M.^3, 'all')*(1/(n^2));
kurt = sum(diag(M.^2))*(1/n);
ts = skew*(n/6);
gl = (k*((k+1)*(k+2)))/6;
pskew = 1-chi2cdf(ts,gl);
tk = (kurt-k*(k+2))*sqrt((n)/(8*k*(k+2)));
pkurt = normpdf(tk,0,1);

if pskew > alfa
    hskew = 0;
else
    hskew = 1;
end

```

```

if pkurt > alfa
    hkurt = 0;
else
    hkurt = 1;
end

```

Generazione degli scenari (MATLAB)

```

% Funzione per generare gli scenari con il metodo della simulazione storica
% bootstrap

% Inputs:
% - R = matrice dei rendimenti dei titoli
% - n = numero di scenari

% Outputs:
% - table = tabella contenente gli scenari

function table = histsimulation(R,n)

sample = randsample(length(R),n,1);
simulation = R(sample,:);
table = array2table(simulation);

end

```

Ottimizzazione del portafoglio media-CVaR (MATLAB)

```

% Funzione per calcolare il portafoglio a CVaR minimo

% Inputs:
% - RS = matrice degli scenari
% - alfa = livello di confidenza
% - h = rendimento atteso richiesto dal portafoglio

% Outputs:
% - weights = pesi del portafoglio
% - cvar = CVaR del portafoglio

function [weights,cvar] = cvarport(RS,alfa,h)

p = PortfolioCVaR;
p = p.setScenarios(RS);
p = p.setDefaultConstraints;
p = p.setProbabilityLevel(alfa);
weights = p.estimateFrontierByReturn(h);
cvar = p.estimatePortRisk(weights);

```

end

Calcolo del criterio di informazione di Akaike (STATA)

```
// do file per il calcolo dell'AIC

clear all
import excel dataset.xlsx, firstrow
gen time =_n
tsset time
local assetlist "DJA RE GSCI APR US10Y LQD AAI"
foreach asset in `assetlist'{
    gen r_`asset' = log(`asset'[_n]/`asset'[_n-1]),
}
tempname table
tempfile results
postfile `table' lags aic bic using `results', replace
local returnlist "r_DJA r_RE r_GSCI r_APR r_US10Y r_LQD r_AAI"
forvalues q = 1/14 {
    foreach return in `returnlist'{
        regress d.`return' l.`return' L(1/`q').d.`return', noconstant
        estat ic
        post `table' (`q') (r(S)[1,5]) (r(S)[1,6])
    }
}
postclose `table'
use `results', clear
list, noobs
```

Test di Dickey-Fuller aumentato (STATA)

```
// do file per il test di Dickey-Fuller aumentato

clear all
import excel dataset.xlsx, firstrow
gen time =_n
tsset time
local assetlist "DJA RE GSCI APR US10Y LQD AAI"
foreach asset in `assetlist'{
    gen r_`asset' = log(`asset'[_n]/`asset'[_n-1]),
}
local returnlist "r_DJA r_RE r_GSCI r_APR r_US10Y r_LQD r_AAI"
foreach variable1 in "r_DJA" "r_GSCI" "r_APR" "r_US10Y" "r_LQD"{
    dfuller `variable1',noconstant lags(1)
}
foreach variable5 in "r_RE" "r_AAI"{
    dfuller `variable5',noconstant lags(5)
}
}
```


INDICE DELLE TABELLE

Tabella 1.1. Confronto tra le principali caratteristiche del mercato azionario e del mercato dell'arte. Fonte: elaborazione personale.....	15
Tabella 1.2. Valore e volume delle transazioni del mercato dell'arte mondiale tra il 2009 e il 2020. Fonte: McAndrew (2021).....	16
Tabella 3.1. Rendimento delle categorie del mercato dell'arte. Adattamento da: Anderson (1974).....	57
Tabella 3.2. Risultati di regressione CAPMUI 1971-1984. Adattamento da: Bryan (1985)	61
Tabella 3.3. Risultati ottenuti da Baumol (1986) e Frey e Pommerehne (1989).....	64
Tabella 3.4. Rendimento medio (in %) per periodo e scuola. Adattamento da: Buelens e Ginsburgh (1993)	67
Tabella 3.5. Confronto tra rendimento in arte e in altri asset 1971-1992. Adattamento da: Agnello e Pierce (1996).....	71
Tabella 3.6. Rischio dell'investimento in arte ed in azioni (1970-1997). Adattamento da: Renneboog e Van Houtte (2002).....	73
Tabella 3.7. Confronto tra rendimenti aggiustati per l'inflazione di diversi asset (tra parentesi l'errore standard). Fonte: Mei e Moses (2002).....	75
Tabella 3.8. Statistiche descrittive (in %) dei rendimenti in arte e in azioni 1976-2001. Adattamento da: Worthington e Higgs (2001).....	78
Tabella 3.9. Confronto tra arte ed altri asset. Adattamento da: Botha et al. (2011).....	79
Tabella 3.10. Studi sul rendimento e il rischio dell'investimento in arte considerati e relative conclusioni.....	81
Tabella 3.11. Correlazione tra arte ed altri asset. Adattamento da: Goetzmann (1993)	83
Tabella 3.12. Correlazione tra rendimenti di diversi asset 1950-2000. Fonte: Mei e Moses (2002).....	84
Tabella 3.13. Correlazione tra il rendimento dell'arte aborigena e quello di altri asset. Fonte: Taylor e Coleman (2011).....	85
Tabella 3.14. Correlazione tra vari asset. Fonte: Öztürkkal e Togan-Eggrican (2019)..	85

Tabella 3.15. Studi considerati sulla correlazione tra il mercato dell'arte e gli altri mercati.....	86
Tabella 3.16. Rendimenti reali e coefficienti di correlazione delle stampe e di altri strumenti finanziari. Fonte: Pesando (1993).....	88
Tabella 3.17. Coefficienti di correlazione tra rendimenti in arte ed altri asset. Adattamento da: Renneboog e Van Houtte (2002).....	89
Tabella 3.18. Indice di Sharpe. Adattamento da: Renneboog e Van Houtte (2002).....	90
Tabella 3.19. Statistiche descrittive dei rendimenti dell'indice aggregato e degli indici finanziari. Fonte: Worthington e Higgs (2003).....	92
Tabella 3.20. Matrice di correlazione tra rendimenti degli indici di categorie di dipinti. Fonte: Worthington e Higgs (2003).....	92
Tabella 3.21. Matrice di correlazione tra rendimenti dell'indice aggregato e degli indici finanziari. Fonte: Worthington e Higgs (2003).....	93
Tabella 3.22. Composizione di alcuni portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente. Adattamento da: Worthington e Higgs (2003).....	94
Tabella 3.23. Statistiche descrittive dei rendimenti di AMRI e indici finanziari. Fonte: Melnik e Plaut (2008).....	96
Tabella 3.24. Matrice di correlazione tra rendimenti di AMRI e indici finanziari. Fonte: Melnik e Plaut (2008).....	96
Tabella 3.25. Composizione del portafoglio ottimo. Adattamento da: Melnik e Plaut (2008)	97
Tabella 3.26. Composizione di portafogli vincolati con il più alto indice di Sharpe. Adattamento da: Melnik e Plaut (2008).....	97
Tabella 3.27. Statistiche descrittive degli asset considerati. Adattamento da: Korteweg et al. (2013).....	98
Tabella 3.28. Composizione del portafoglio rischioso ottimo. Adattamento da: Korteweg et al. (2013).....	99
Tabella 3.29. Pesi dei portafogli ottimi. Adattamento da: De la Poza et al. (2008)	100
Tabella 3.30. Indice di Sharpe e Indice di Treynor delle diverse forme di investimento. Adattamento da: Kräussl e Van Elsland (2008).....	102
Tabella 3.31. Matrice di correlazione dei rendimenti. Adattamento da: Kräussl e Van Elsland (2008).....	102

Tabella 3.32. Composizione dei portafogli con il più alto indice di Sharpe. Adattamento da: Kräussl e Van Elsland (2008).....	103
Tabella 3.33. Statistiche descrittive (in %) di MENA ed altri indici. Adattamento da: Kräussl (2014).....	106
Tabella 3.34. Matrice di correlazione tra rendimenti degli asset. Fonte: Kräussl (2014)	106
Tabella 3.35. Composizione dei portafogli ottimi non vincolati per $\lambda = 1, 2, 10$. Fonte: Kräussl (2014).....	108
Tabella 3.36. Composizione dei portafogli ottimi vincolati per $\lambda = 1, 2, 10$. Fonte: Kräussl (2014).....	108
Tabella 3.37. Rendimento e deviazione standard degli indici considerati nel periodo 2007-2014. Fonte: Aytaç et al. (2015).....	110
Tabella 3.38. Conclusioni relative all'inserimento dell'arte in portafoglio tratte negli studi considerati sul modello di Markowitz	113
Tabella 3.39. Risultati di regressione CAPM. Adattamento da: Pesando (1993).....	116
Tabella 3.40. Risultati di regressione CAPM (tra parentesi il valore dell'errore standard). Fonte: Chanel et al. (1994).....	117
Tabella 3.41. Rendimento medio, deviazione standard e correlazione fra asset. Fonte: Hodgson e Vorkink (2004).....	119
Tabella 3.42. Stima dei parametri del CAPM. Fonte: Hodgson e Vorkink (2004).....	119
Tabella 3.43. Risultati CAPM. Adattamento da: Agnello (2006)	120
Tabella 3.44. Studi considerati sulla relazione e la correlazione tra il mercato dell'arte e i mercati finanziari.....	121
Tabella 4.1. Statistiche descrittive degli indici considerati (2007-2021). Fonte: elaborazione personale.....	127
Tabella 4.2. Composizione di portafoglio, rendimento atteso e deviazione standard dei portafogli a varianza minima globale, con il massimo indice di Sharpe e con rendimento atteso fissato a 7,38% (2007- 2021). Fonte: elaborazione personale.....	133
Tabella 4.3. Composizione di portafoglio, rendimento atteso, deviazione standard e indice di Sharpe dei portafogli a varianza minima globale composti da azioni, titoli di stato e un terzo asset.....	135

Tabella 4.4. Composizione di portafoglio, rendimento atteso, deviazione standard e indice di Sharpe dei portafogli con il massimo indice di Sharpe composti da azioni, titoli di stato e un terzo asset.....	136
Tabella 4.5. Composizione di portafoglio, rendimento atteso e deviazione standard dei portafogli vincolati (2007-2021). Fonte: elaborazione personale.....	142
Tabella 4.6. Statistiche descrittive degli asset considerati (luglio 2009 - febbraio 2020). Fonte: elaborazione personale.....	143
Tabella 4.7. Composizione di portafogli, rendimento atteso e deviazione standard dei portafogli a varianza minima globale e con il massimo indice di Sharpe nel periodo 2007-2021 e 2009-2020. Fonte: elaborazione personale.....	148
Tabella 5.1. Risultati del test di Mardia. Fonte: elaborazione personale.....	159
Tabella 5.2. Risultati del test di Dickey-Fuller aumentato. Fonte: elaborazione personale	161
Tabella 5.3 VaR e CVaR con livello di confidenza 90%, 95% e 99% degli indici considerati. Fonte: elaborazione personale.....	163
Tabella 5.4. Composizione di portafoglio, rendimento atteso e CVaR dei portafogli a CVaR minimo con livello di confidenza del 90%, 95% e 99%. Fonte: elaborazione personale.....	167
Tabella 5.5. Composizione (in percentuale sul totale) dei portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente con modello media-varianza e media-CvaR. Fonte: elaborazione personale.....	172

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1.1. Trasferimento di flussi e strumenti finanziari nel mercato primario e nel mercato secondario. Adattamento da: Saunders e Cornett (2019).....	10
Figura 1.2. Principali caratteristiche dell'investimento in arte. Adattamento da: Jurevičiene et al. (2012).....	13
Figura 1.3. Tasso di variazione annuo delle vendite del mercato dell'arte internazionale tra il 2008 e il 2020. Fonte: McAndrew (2021).....	17
Figura 1.4. Quote del mercato dell'arte internazionale di Stati Uniti, Regno Unito e Cina tra 2011 e 2020. Fonte: McAndrew (2021).....	18
Figura 1.5. Valore delle vendite in dollari statunitensi nei maggiori mercati dell'arte internazionale tra 2011 e 2020. Fonte: McAndrew (2020).....	19
Figura 2.1. Modello di regressione con $R^2 = 1$ e $R^2 \cong 0$. Adattamento da: Newbold et al. (2021).....	25
Figura 2.2. Portafoglio di due titoli con $\rho = 1$, $\rho = -0,5$ e $\rho = -1$. Adattamento da: Hillier et al. (2021).....	32
Figura 2.3. Relazione tra numero di titoli e varianza di un portafoglio. Adattamento da: Hillier et al. (2021)	34
Figura 2.4. Frontiera efficiente (curva evidenziata in nero) di un portafoglio di n asset. Adattamento da: Bodie et al. (2013).....	35
Figura 2.5. Portafoglio di due titoli con titolo privo di rischio. Adattamento da: Cuthbertson e Nitzsche (2004)	40
Figura 2.6. Portafogli rischiosi e Capital Allocation Line con 2 titoli. Adattamento da: Cuthbertson e Nitzsche (2004)	41
Figura 2.7. Portafogli rischiosi e Capital Allocation Line nel caso di titoli superiori a 2. Adattamento da: Bodie et al. (2013).....	42
Figura 2.8. Security Market Line. Adattamento da: Bodie et al. (2013).....	44
Figura 3.1. Indice di Rush, 1925 - 1960. Adattamento da: Rush (1961).....	54
Figura 3.2. Indice dei prezzi del mercato dell'arte 1780-1970. Fonte: Anderson (1974)	56
Figura 3.3. Distribuzione di frequenze dei prezzi d'asta. Fonte: Stein (1977)	59
Figura 3.4. Distribuzione dei rendimenti in arte 1652-1961. Fonte: Baumol (1986)...	63

Figura 3.5. Confronto tra rendimenti di Great Masters, Other painters e azioni 1961-1979. Fonte: De la Barre et al. (1994).....	69
Figura 3.6. Confronto tra rendimenti di Great Masters, Other painters e azioni 1980-1991. Fonte: De la Barre et al. (1994)	69
Figura 3.7. Confronto tra mercato dell'arte e mercato azionario nel periodo 1950-1969. Elaborazione personale da: Chanel et al. (1996).....	70
Figura 3.8. Indice dei prezzi dell'arte, oro, azioni e obbligazioni. Adattamento da: Zanola e Locatelli Biey (1998).....	72
Figura 3.9. Indici dei prezzi dei dipinti relativi al periodo 1875-2000. Fonte: Mei e Moses (2002).....	74
Figura 3.10. Indice dei prezzi delle stampe moderne. Fonte: Pesando (1993)	77
Figura 3.11. Portafogli di azioni e beni artistici. Fonte: Renneboog e Van Houtte (2002)	91
Figura 3.12. Frontiera efficiente di un portafoglio di beni d'arte. Fonte: Worthington e Higgs (2003).....	94
Figura 3.13. Frontiera efficiente di un portafoglio di azioni, obbligazioni e beni d'arte. Fonte: Worthington e Higgs (2003)	95
Figura 3.14. Frontiera efficiente dei portafogli (arte esclusa) dei periodi 1990-2009, 2000- 2009 e 2005-2009. Fonte: Jurevičiene et al. (2012).....	104
Figura 3.15. Frontiera efficiente dei portafogli (arte inclusa) composti da coppie di asset. Fonte: Jurevičiene et al. (2012)	105
Figura 3.16. Frontiera efficiente del portafoglio di beni numismatici. Fonte: Alcázar Blanco et al. (2015)	109
Figura 3.17. Frontiera efficiente del portafoglio di riferimento (in grigio) e del portafoglio contenente WineDex 100 (in nero). Fonte: Aytaç et al. (2015)	111
Figura 3.18. Frontiera efficiente del portafoglio di riferimento (in grigio) e del portafoglio contenente Liv-ex 50 (in nero). Fonte: Aytaç et al. (2015)	111
Figura 3.19. Andamento del mercato dell'arte e del mercato azionario. Fonte: Chanel et al. (1994)	117
Figura 4.1. Indici dei prezzi considerati per la costruzione del portafoglio tra 2007 e 2021. Fonte: elaborazione personale	125

Figura 4.2. Rendimenti degli indici dei prezzi tra 2007 e 2021. Fonte: elaborazione personale.....	126
Figura 4.3. Distribuzione di frequenze e correlazione degli asset considerati (2007-2021). Fonte: elaborazione personale.....	128
Figura 4.4. Composizione di 20 portafogli sulla frontiera efficiente (2007-2021). Fonte: elaborazione personale.....	130
Figura 4.5. Frontiere efficienti dei portafogli tra 2007 e 2021. Fonte: elaborazione personale	131
Figura 4.6. Frontiere efficienti dei portafogli composti da azioni, titoli di stato ed un terzo asset. Fonte: elaborazione personale	135
Figura 4.7. Composizione di 20 portafogli vincolati sulla frontiera efficiente. Fonte: elaborazione personale.....	139
Figura 4.8. Frontiere efficienti dei portafogli vincolati tra 2007 e 2021. Fonte: elaborazione personale.....	140
Figura 4.9. Distribuzione di frequenze e correlazione degli asset considerati (luglio 2009 - febbraio 2020). Fonte: elaborazione personale	144
Figura 4.10. Composizione di 20 portafogli sulla frontiera efficiente (2009-2020). Fonte: elaborazione personale	145
Figura 4.11. Frontiere efficienti dei portafogli tra luglio 2009 e febbraio 2020. Fonte: elaborazione personale.....	146
Figura 5.1. Rappresentazione grafica del VaR e dell'expected shortfall. Adattamento da: McNeil et al. (2005).....	153
Figura 5.2. Rappresentazione grafica del VaR e del CVaR in presenza di una distribuzione bimodale, con secondo picco nella coda destra. Adattamento da: McNeil et al. (2005)	155
Figura 5.3. Distribuzione dei rendimenti degli indici considerati per la costruzione del portafoglio Fonte: elaborazione personale.....	162
Figura 5.4. Frontiera efficiente dei portafogli con livello di confidenza 90% e composizione di 20 portafogli sulla frontiera efficiente. Fonte: elaborazione personale	164

Figura 5.5. Frontiera efficiente dei portafogli con livello di confidenza 95% e composizione di 20 portafogli sulla frontiera efficiente. Fonte: elaborazione personale	165
Figura 5.6. Frontiera efficiente dei portafogli con livello di confidenza 99% e composizione di 20 portafogli sulla frontiera efficiente. Fonte: elaborazione personale	166
Figura 5.7. Confronto tra frontiere efficienti con modello media-CvaR e modello media-varianza (piano deviazione standard-rendimento atteso). Fonte: elaborazione personale	169
Figura 5.8. Confronto tra frontiere efficienti con modello media-CvaR ($\alpha = 0,90$) e modello media-varianza (piano CVaR-rendimento atteso). Fonte: elaborazione personale.....	170
Figura 5.9. Confronto tra frontiere efficienti con modello media-CvaR ($\alpha = 0,95$) e modello media-varianza (piano CVaR-rendimento atteso). Fonte: elaborazione personale.....	170
Figura 5.10. Confronto tra frontiere efficienti con modello media-CvaR ($\alpha = 0,99$) e modello media-varianza (piano CVaR-rendimento atteso). Fonte: elaborazione personale.....	171
Figura 5.11. Composizione (in percentuale sul totale) dei portafogli che giacciono sulla frontiera efficiente con modello media-varianza e media-CvaR. Fonte: elaborazione personale.....	172

BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA

Acerbi C. e Tasche D. (2002), "On the Coherence of Expected Shortfall", *Journal of Banking & Finance*, **26**:1487-1503

Agnello R.J. (2006), "Do U.S. paintings follow the CAPM? Findings disaggregated by subject, artist, and value of the work", University of Delaware, Working Paper 06-02

Agnello R.J. e Pierce R.K. (1996), "Financial Returns, Price Determinants and Genre Effects in American Art Investment", *Journal of Cultural Economics*, **20**:359-383

Alcázar Blanco A., Coca-Pérez J.L., Prado Román M. e Álvarez García J. (2005), "An application of the Markowitz theory to numismatics (The Walking Liberty)", *Gestion 2000*, **32**:21-31

Anderson R. (1974), "Paintings as an Investment", *Economic Inquiry*, **12**:13-26

Artzner P., Delbaen F., Eber J.M. e Heath D. (1999), "Coherent Measures of Risk", *Mathematical Finance*, **9**:223-228

Ashenfelter O. (1989), "How Auctions Work for Wine and Art", *Journal of Economic Perspectives*, **3**:23-36

Ashenfelter O. e Graddy K. (2002), "Art auctions: a survey of empirical studies", National Bureau of Economic Research, Working Paper 8997

Atukeren E. e Seçkin A. (2007), "On the valuation of psychic returns to art market investments", *Economic Bulletin*, **26**:1-12

Aytaç B., Hoang T.H.V. e Mandou C. (2015), "Wine: To drink or invest in? A study of wine as an investment asset in French portfolios", *Research in International Business and Finance*, **36**:591-614

Bailey M.J, Muth R.F. e Nourse H.O. (1963), "A Regression Method for Real Estate Price Index Construction", *Journal of the American Statistical Association*, **58**:933-942

Baltagi B.H. (2008), *Econometrics*, Springer, Berlino

Baumol W.J. (1986), "Unnatural Value: or Art Investment as Floating Crap Game", *The American Economic Review*, **76**:10-14

Behr P, Guettler A. e Miebs F. (2012), "On portfolio optimization: Imposing the right constraints", *Journal of Banking & Finance*, **37**:1232-1242

Bernheim D.B. e Whinston M.D. (2017), *Microeconomia*, McGraw-Hill Education, Milano

Bodie Z., Kane A. e Marcus A.J. (2013), *Essentials of Investments*, McGraw-Hill/Irwin, New York

Borra A. e Di Ciaccio A. (2021), *Statistica: metodologie per le scienze economiche e sociali*, McGraw-Hill Education, Milano

Botha F., Snowball J. e Scott B. (2016), "Art Investment in Sout Africa: Portfolio Diversification and Art Market Efficiency", *South African Journal of Economic and Management Science*, **3**:358-368

Brigham E. e Pappas J. (1969), "Rates of Return on Common Stock", *The Journal of Business*, **42**:302-316

Bryan M. (1985), "Beauty and the Bulls: The Investment Characteristics of Paintings", *Economic Review (Federal Reserve Bank of Cleveland)*, 2-10

Bubeck S. (2014), "Convex Optimization: Algorithms and Complexity", *Foundations and Trends in Machine Learning*, **8**:231-357

Buelens N. e Ginsburgh V. (1993), "Revisiting Baumol's 'Art as Floating Crap Game'", *European Economic Review*, **37**:1351-1371

Burton B.J. e Jacobsen J.P. (1999), "Measuring Returns on Investments in Collectibles", *Journal of Economics Perspectives*, **13**:193-212

Campbell, R.A.J. (2008), "Art as a Financial Investment", *The Journal of Alternative Investments*, **10**:64-81

Campos N.F e Barbosa R.L. (2009), "Paintings and Numbers: an Econometric Investigation of Sales Rates, Prices and Returns in Latin American Art Auctions", *Oxford Economic Papers*, **68**:28-51

Candela G. e Scorcu A.E. (1997), "A Price Index for Art Market Auctions An Application to the Italian Market of Modern and Contemporary Oil Paintings", *Journal of Cultural Economics*, **21**:175-196

Candela G. e Scorcu A.E. (2004), *Economia delle Arti*, Zanichelli, Bologna

Case K.E. e Shiller R.J. (1987), "Prices of Single-family Homes since 1970: New Indexes for Four Cities," Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, Working Paper 2393

Chanel O. (1995), "Is Art Market Behaviour Predictable?", *European Economic Review*, **39**:519-527

Chanel O., Gérard-Varet L.A. e Ginsburgh V. (1994), "Prices and Returns on Paintings: An Exercise on How to Price the Priceless", *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory*, **19**:7-21

Chanel O., Gérard-Varet L.A. e Ginsburgh V. (1996), "The Relevance of Hedonic Price Indices. The Case of Paintings", *Journal of Cultural Economics*, **20**:1-24

Chirichiello G. (2014), *Microeconomia di Base. Principi, metodi e applicazioni*, Giappichelli Editore, Torino

Cifuentes A. e Charlin V. (2014), "The Capital Asset Model (CAPM) Applied to Paintings", Working Paper

Cifuentes A. e Charlin V. (2017), "On the Uncertainty of Art Market Returns", *Finance Research Letters*, **21**:186-189

Cortés R.L.G., Torra Porras S. e Monte Moreno E. (2018), "Extraction of the Underlying Structure of Systematic Risk from NonGaussian Multivariate Financial Time Series Using Independent Component Analysis: Evidence from the Mexican Stock Exchange", *Computación y Sistemas*, **22**:1049-1064

Cuthbertson K. e Nitzsche D. (2004), *Economia Finanziaria Quantitativa*, Il Mulino, Bologna

De la Barre M., Docclo S. e Ginsburgh V. (1994), "Returns of Impressionist, Modern and Contemporary European Paintings 1962-1991", *Annales d'Économie et de Statistique*, **35**:143-181

De la Poza E., Guadalajara N. e Moya I. (2008), "Portfolio management with art assets", *Inter-American Development Bank*, **15**:20-26

Dickey D.A. e Fuller W.A. (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root ", *Journal of the American Statistical Association*, **74**:427-431

Elton E.J., Gruber M.J., Brown S.J. e Goetzmann W.N. (2014), *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, John Wiley & Sons

Fama E.F. (1970), "Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work", *The Journal of Finance*, **25**:383-417

Favre L., Galeano, J.A. (2002), "Mean-modified value-at-risk optimization with hedge funds", *Journal of Alternative Investment*, **5**:21-25

Flôres Jr R.G., Ginsburgh V. e Jeanfils P. (1999), "Long- and short-term portfolio choices of paintings", *Journal of Cultural Economics*, **23**:193-210

Frey B.S. e Pommerehne W.W. (1989), "Art Investment: an Empirical Inquiry", *The Southern Economic Journal*, **56**:396-409

Frey B.S. e Eichenberger R. (1995), "On the Return of Art Investment Return Analysis", *Journal of Cultural Economics*, **19**:207-220

Galenson D. (2001), "Painting Outside the Lines: Patterns of Creativity in Modern Art", Harvard University Press, Cambridge

Gârleanu N., Kogan L. e Panageas S. (2012), "Displacement Risk and Asset Returns", *Journal of Financial Economics*, **105**:491-510

Gérard-Varet L.A. (1995), "On Pricing the Priceless: Comments on the Economics of the Visual Art Market", *European Economic Review*, **39**:509-518

Goetzmann W.N. (1991), "Accounting for Tastes: an Analysis of Art Return over Three Centuries", Columbia University, Working Paper

Goetzmann W.N. (1992), "The Accuracy of Real Estate Indices: Repeat Sale Estimators ", *Journal of Real Estate Finance and Economics*, **5**:5-53

Goetzmann W.N. (1993), "Accounting for Tastes: Art and the Financial Markets Over Three Centuries", *The American Economic Review*, **83**:1370- 1376

Goetzmann W.N. (1993), "The informational efficiency of the art market", Yale School of Management

Goetzmann W.N. (1996), "How Costly Is the Fall from Fashion? Survivorship Bias in the Painting Market", in Ginsburgh V.A. e Menger P., *Economics of the arts: Selected essay*, North-Holland, 71-78

Goetzmann W.N., Renneboog L. e Spaenjers C. (2011), "Art and Money", *The American Economic Review*, **101**:222-226

Heilbrun J. e Gray C.M. (2004), *The Economics of Art and Culture*, Cambridge University Press

Hillier D., Ross S.A., Westerfield R.W., Jaffe J.F. e Jordan B. (2021), "Introduction to Corporate Finance" in Cavezzali E. e Rigoni U. (2020), *Corporate finance & financial institutions*, McGraw-Hill Education, Milano, 1-22

Hillier D., Ross S.A., Westerfield R.W., Jaffe J.F. e Jordan B. (2021), "Risk and return: Lessons from the Market History" in Cavezzali E. e Rigoni U. (2020), *Corporate finance & financial institutions*, McGraw-Hill Education, Milano, 201-222

Hillier D., Ross S.A., Westerfield R.W., Jaffe J.F. e Jordan B. (2021), "Risk and return: the Capital Asset Pricing Model" in Cavezzali E. e Rigoni U. (2020), *Corporate finance & financial institutions*, McGraw-Hill Education, Milano, 223-263

Hodgson D.J. e Vorkink K.P. (2004), "Asset Pricing Theory and the Valuation of Canadian Paintings", *The Canadian Journal of Economics*, **37**:629-655

Ibbotson R.G. e Brinson G.P. (1987), *Investment Markets: Gaining the Performance Advantage*, McGraw Hill, New Yoek

Jurevičiene D. Savičenko J. e Mičinskienn A. (2012), "Art as a Diversification Tool of Invesment Portfolios", Mykolas Romeras University, Working Paper

Karandikar R.L. e Sinha T. (2012), "Modelling in the spirit of Markowitz portfolio theory in a non-Gaussian world", *Current Science*, **103**:666-672

King A.J. (1993), "Asymmetric Risk Measures and Tracking Models for Portfolio Optimization under Uncertainty", *Annals of Operations Research*, 45:165-177

Korteweg A. e Sorensen M. (2010), "Risk and Return Characteristics of Venture Capital-Backed Entrepreneurial Companies", *The Review of Financial Studies*, **23**:3738-3772

Korteweg A., Kräussl R. e Verwijmeren P. (2013), "Does it Pay to Invest in Art? A Selection-corrected Returns Perspective", *The Review of Financial Studies*, **29**:1007-1038

Kräussl R. (2014), "Art as an Alternative Asset Class: Risk and Return Characteristics of the Middle Eastern & Northern African Art Market", Luxembourg School of Finance, Working Paper 494

Kräussl R., Van Elsland N. (2008), "Constructing the true art market index: a novel 2 step hedonic approach and its application to the german art market", Goethe University Frankfurt, Working Paper 2008/11

Krokhmal P., Palmquist J. e Uryasev S. (2002), "Portfolio Optimization with Conditional Value at Risk Objective and Constraints", *Journal of Risk*, **4**:43-68

Lausberg C., Lee S., Müller M., Oertel C., e Schultheiß T. (2020), "Risk measures for direct real estate investments with non-normal or unknown return distributions", *Zeitschrift für Immobilienökonomie*, **6**:3-27

Linsmeier T.J. e Pearson N.D. (2000), "Value at Risk", *Financial Analyst Journal*, **56**:47-67

Lintner J. (1965), "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *The Review of Economics and Statistics*, **47**:13-37

Mamarbachi R., Day M. e Favato G. (2009), "Art as an Alternative Investment Asset", Henley Management College

Mandel B.R. (2009), "Art as an Investment and Conspicuous Consumption Good", *The American Economic Review*, **99**:1653-1663

Mardia K.V. (1970), "Measures of Multivariate Skewness and Kurtosis with Applications", *Biometrika*, **57**:519-530

Markowitz H. (1952), "Portfolio selection", *Journal of Finance*, **7**:77-91

Mayer E. (2002), *International Auction Records*, Acatos Edition

McAndrew C. (2010), *Fine art and high finance. Expert advice on the economics of ownership*, Bloomberg Press, New York

McAndrew C. (2021), *Art Basel and UBS Global Art Market Report*, Arts Economics

McNeil A.J., Frey R. e Embrechts P. (2005), *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools*, Princeton University Press

Mei J. e Moses M. (2002), "Art as an Investment and the Underperformance of Masterpieces", *The American Economic Review*, **92**:1656-1668

Mei J. e Moses M. (2005), "Beautiful Asset: Art as Investment", *The journal of investment consulting*, **7**:1-7

Melnik A.L. e Plaut S.L. (2008), "Art as a Component in Investment Portfolios", University of Haifa, Working Paper

Miskolczi P. (2016), "Differences between Mean-Variance and Mean-CVaR Portfolio Optimization Models", Conference: The International Conference "European Integration - New Challenges"

Mossin J. (1966), "Equilibrium in a Capital Asset Market", *Econometrica*, **34**:786-783

Newbold P, Carlson W. e Thorne B. (2021), *Statistica*, Pearson, Milano

OECD et al. (2013), "Repeat Sales Method", in *Handbook on Residential Property Price Indices*, Eurostat, Luxembourg

Öztürkkal B. e Togan-Eğrican A. (2020), "Art investment: hedging or safe haven through financial crisis", *Journal of Cultural Economics*, **44**:481-529

Pagano M. e Röell A. (1992), "Auction and Dealership Markets. What is the Difference?", *European Economic Review*, **36**:613-622

Palestini A. (2020), *Modelli Matematici per le Scelte di Portafoglio*, pubblicazione online

Passi G. (2017), *La diversificazione internazionale: analisi sull'impatto dell'allocazione di un portafoglio azionario nei paesi emergenti*, Tesi di Laurea, Università Ca' Foscari Venezia

Pesando J.E. (1993), "Art as an investment: the market for modern prints", *The American Economic Review*, **83**:1075-1089

Pflug G.C. (2000), "Some Remarks on the Value-at-Risk and the Conditional Value-at-Risk" in Uryasev S. (2000), *Probabilistic Constrained Optimization. Methodology and Applications*, Springer

Pocci C., Rotundo G. e De Kok R. (2016), *Matlab per le applicazioni economiche e finanziarie*, Apogeo, Milano

Reid D. (1973), *A Concise History of Canadian Paintings*, Oxford University Press

Reitlinger G. (1961), *The economics of tastes: the rise and fall of pictures prices 1760-1960*, Barrie & Rockliff, Londra

Rennebog L. e Spaenjers C. (2015), "Buying beauty: on Prices and Returns in the Art Market", *Management Science*, **59**, 36-53

Rennebog L. e Van Houtte T. (2002), "The Monetary Appreciation of Paintings: from Realisme to Magritte", *Cambridge Journal of Economics*, **26**:331-357

Richardson M. e Smith T. (1993), "A Test for Multivariate Normality in Stock Returns", *The Journal of Business*, **66**:295-321

Rockafellar R.T. e Uryasev S. (2000), "Optimization of Conditional Value at Risk", *Journal of Risk*, **2**:21-41

Roy I. (2011), "Estimating Value at Risk (VaR), using Filtered Historical Simulation in the Indian Capital Market", *Reserve Bank of India Occasional Papers*, **32**:81-98

Rush R.H. (1961), *Art as an Investment*, Prentice Hall

Salahi M., Mehrdoust F. e Piri F. (2013), "CVaR Robust Mean-CVaR Portfolio Optimization", *ISRN Applied Mathematics*, Volume 2013

Santesso E. (2010), *Lezioni di Economia Aziendale*, Giuffrè, Milano

Saunders A., Cornett M. (2019), "Introduction" in Cavezzali E. e Rigoni U. (2021), *Corporate Finance & Financial Institutions*, McGraw-Hill Education, Milano, 175-199

Schwert, G. W. (1989), "Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation", *Journal of Business & Economic Statistics*, **7**:147- 159

Sharma A. e Kumar A. (2019), "A Review Paper on Behavioral Finance: Study of Emerging Trends", *Qualitative Research in Financial Markets*, **12**:137-157

Sharpe W. (1964), "Capital Asset Prices: a Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk", *The Journal of Finance*, **19**:425-442

Sharpe W. (1966), "Mutual Fund Performance", *The Journal of Business*, **39**:119-138

Sousa J.B., Esquivel M.L. e Gaspar R.M. (2019), "Pulled-to-Par Returns for Zero Coupon Bonds Historical Simulation Value at Risk", Working Paper 093

Srivastava R.K., McInish T. e Price L. (1984), "Information Costs and Portfolio Selection", *Journal of Banking and Finance*, **8**:417-429

Statman M. (1987), "How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?", *Journal of Financial Quantitative Analysis*, **22**:353-363

Stein J.P. (1977), "The monetary appreciation of paintings", *The Journal of Political Economy*, **85**:1021-1036

Stock J.H e Watson M.W. (2020), *Introduzione all'econometria*, Pearson, Milano

Sydsæter K., Hammond P. e Strøm A. (2015), *Metodi matematici per l'analisi economica e finanziaria*, Pearson, Milano

Taylor D. e Coleman L. (2011), "Price Determinants of Aboriginal Art, and its Role as an Alternative Asset Class", *Journal of Banking & Finance*, **35**:1519-1529

Tobin J. (1958), "Liquidity Preference as Behaviour Towards Risk", *The Review of Economic Studies*, **2**:65-86

Trevathan J. e Read W. (2006), "Undesirable and Fraudulent Behaviour in Online Auctions", *Secrypt International Conference on Security and Cryptography*, 7-10 Agosto, Setúbal, Portugal

Tsay R.S. (2002), *Analysis of Financial Time Series*, John Wiley & Sons

Webb C. (1981), "A Discrete Random Walk Model for Price Levels in Real Estate", Chicago State University, Working Paper

Worthington A.C. e Higgs H. (2001), "Art as an investment: risk, return and comovements in major paintings market", *Empirical Economics*, **28**:649-668

Worthington A.C. e Higgs H. (2003), "Risk, return and diversification in major painting markets: the application of conventional financial analysis to unconventional investments", Queensland University of Technology, Working Paper 148

Xu Y. (2011), "Using Repeat Sales Model to Estimate Housing Index in Price Engineering", *Systems Engineering Procedia*, **2**:33 – 39

Zanola R. e Locatelli Biey M. (1998), "Speculative Investment in Paintings: a Short-Run Capital Asset Price Index", Working Paper

<https://www.artmarketresearch.com/>

<https://www.investing.com/>

<https://it.mathworks.com/>

<https://www.stata.com/>

RINGRAZIAMENTI

Ringrazio vivamente la Professoressa Funari e la Professoressa Barro per avermi seguito nella stesura della tesi e aver fatto crescere il mio interesse per la materia.

Ringrazio tutti gli amici che mi hanno sostenuto e accompagnato in questo percorso.

Ringrazio i miei genitori, che per me ci sono sempre stati. Questa tesi è per loro.